

Efisiensi Pengaturan Jadwal Perkuliahan Menggunakan Pendekatan Pewarnaan Graf

Syamsyida Rozi^{1*}, Niken Rarasati², Rosda Syelly³

^{1,2} Prodi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Jambi, Mendalo Indah 36361, Indonesia

³ Teknik Komputer, Sekolah Tinggi Teknologi Payakumbuh, Payakumbuh, 26227, Indonesia

*Email: syamsyida.rozi@gmail.com

Abstrak

Jadwal perkuliahan untuk setiap mata kuliah harus diatur sedemikian rupa sehingga mata kuliah-mata kuliah yang diikuti oleh mahasiswa yang sama ataupun melibatkan dosen yang sama tidak dilakukan pada hari dan jam yang sama. Hal ini dilakukan untuk menghindari terjadinya jadwal perkuliahan yang bentrok bagi mahasiswa ataupun dosen pengampunya. Pada semester ganjil T.A. 2021/2022, terdapat 23 mata kuliah yang dijadwalkan di prodi Matematika Universitas Jambi. Mahasiswa semester 1 dan semester 5 masing-masingnya dibagi menjadi 2 kelas karena banyaknya mahasiswa yang berada pada semester itu. Oleh karena itu, pengaturan jadwal perkuliahan semakin rumit. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menata jadwal perkuliahan supaya tidak terjadi bentrok dengan pendekatan pewarnaan graf. Penelitian ini tergolong penelitian studi kasus dan menerapkan metode deskriptif. Pengaturan jadwal perkuliahan dimulai dengan pemodelan masalah dalam bentuk graf dan selanjutnya dilakukan algoritma *Welch Powell* untuk mewarnai verteks dalam graf. Dalam model graf pada penelitian ini, terdapat 36 verteks dan 215 sisi. Dengan menerapkan algoritma Welch-Powell diperoleh bilangan kromatik bernilai 10, yang artinya terdapat 10 sesi optimum atau 10 sesi minimal yang dibutuhkan untuk menjadwalkan perkuliahan semester ganjil di prodi Matematika Universitas Jambi. Berdasarkan hasil ini dapat dibuat pengelompokan mata kuliah yang dapat dijadwalkan pada hari dan jam yang sama.

Kata Kunci: Jadwal; Graf; Pewarnaan Graf; Algoritma Welch-Powell

Abstract

The schedule for each course should be arranged such that the course taken by the same student or involving the same lecturer are not scheduled on the same day and time. This is to avoid conflicting schedules for students and lecturers. In the odd semester academic year 2021/2022, there were 23 courses scheduled at the study program of Mathematics, Universitas Jambi. The students in semesters 1 and 5 were divided into 2 classes, respectively, due to a large number of students in that semester. Therefore, the arrangement of the course schedule was getting more complicated. This research aimed to arrange the course schedule so that there is no clash by using the graph coloring approach. This research was classified as case study research and applied the descriptive method. The arrangement of the course schedule began with modeling the problem in the form of a graph and then using the Welch Powell algorithm to color the vertices in the graph. The graph consists of 36 vertices and 215 edges. By applying the Welch-Powell algorithm, the chromatic number obtained was 10, which means there are 10 optimum sessions or 10 minimum sessions of the course schedule in the odd semester in the Mathematics study program Universitas Jambi. Based on this result, the grouping of courses can be obtained that can be scheduled on the same day and at the same time.

Keywords: Schedule; Graph; Graph Coloring; Welch-Powell Algorithm

1. Pendahuluan

Mengatur jadwal perkuliahan setiap semester di Prodi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi (FST) Universitas Jambi yang selama ini dilakukan dirasa tidak mudah dan kurang sistematis. Faktor-faktor yang perlu dipertimbangkan ketika menyusun jadwal perkuliahan di Prodi matematika FST adalah nama mahasiswa yang mengikuti perkuliahan, tim dosen yang akan mengampu mata kuliah tersebut dan ketersediaan ruangan. Sering kali setelah menyusun jadwal perkuliahan, ternyata ada saja kejadian beberapa mata kuliah yang jadwalnya bentrok, dalam artian terdapat dua mata kuliah yang diikuti oleh mahasiswa yang sama secara tidak sengaja dijadwalkan pada hari dan jam yang sama. Tentunya hal ini tidak bisa dibiarkan, sehingga salah satu mata kuliah perlu dijadwalkan ulang.

Langkah yang selama ini dilakukan untuk mengatur jadwal perkuliahan di prodi Matematika FST adalah dengan mendaftarkan nama-nama mata kuliah yang akan diadakan, kemudian dicoba-coba menyusun jadwal perkuliahan sedemikian sehingga tidak ada mata kuliah yang jadwalnya bentrok, baik bagi mahasiswa, ataupun bagi dosen pengampu. Proses tersebut memakan waktu yang lumayan lama dan dirasa kurang efektif.

Dalam Matematika, terdapat suatu cabang ilmu yang disebut dengan Matematika Diskrit, dimana dalam Matematika Diskrit, yang dibahas adalah objek-objek diskrit. Dan salah satu topik dalam Matematika Diskrit adalah Teori Graf. Teori graf sangat banyak membantu untuk mengatasi permasalahan sehari-hari terkait penyusunan atau pengaturan objek-objek. Langkah yang dilakukan dalam memecahkan masalah menggunakan teori graf adalah dengan memodelkan masalah tersebut dalam bentuk graf, kemudian gunakan atau jalankan algoritma yang tersedia dan cocok untuk menemukan solusi atas permasalahan yang dimiliki.

Masalah mengatur atau menyusun jadwal perkuliahan merupakan salah satu masalah yang bisa diselesaikan dengan menggunakan teori graf, lebih khusus lagi menggunakan algoritma pewarnaan verteks dalam graf. Melalui pemodelan ke dalam graf, dan kemudian menjalankan algoritma pewarnaan graf, maka penyelesaian masalah pengaturan jadwal perkuliahan tidak hanya lebih sistematis, melainkan juga dapat menghindari munculnya masalah jadwal yang bentrok. Selain itu, melalui pemodelan ke dalam graf dan menyelesaikan masalah penjadwalan dengan algoritma pewarnaan graf, dapat diperoleh solusi optimal yaitu dalam bentuk banyaknya *time slot* yang minimum untuk menjadwalkan perkuliahan.

Diantara penggunaan pewarnaan graf untuk menyelesaikan permasalahan telah dilakukan oleh Danang dkk [1] dan Cahyo dkk [2] yang menggunakan algoritma pewarnaan graf untuk mengoptimalkan pengaturan lampu lintas. Sedangkan, penelitian yang berkaitan dengan penyusunan jadwal telah dilakukan oleh Komijan dkk [3] yang menggunakan *binary programming* dan Daskalaki [4] yang menggunakan integer programming untuk mengatur jadwal ujian pada perguruan tinggi. Penelitian lainnya adalah oleh Ana dkk yang menerapkan metode *random non ascendant method* (RNA) dan beberapa algoritma genetik jadwal pelajaran di sekolah [5]. Penelitian lainnya yang juga berkaitan dengan strategi pengaturan jadwal khususnya jadwal perkuliahan dilakukan oleh Marisa dkk [6] yang menggunakan metode Hungarian yang merupakan salah satu metode yang bisa digunakan untuk memecahkan masalah penugasan. Selanjutnya Winda dkk [7] meneliti optimasi penjadwalan waktu kerja dengan *integer programming*, Burke dkk [8] menggunakan metode *hyper-heuristic* untuk mengkonstruksi jadwal ujian dan jadwal perkuliahan. Penelitian lain terkait pengaturan jadwal perkuliahan dilakukan oleh Perera yang menggunakan pemodelan graf dan pewarnaan graf serta dilanjutkan dengan *integer linear programming* (ILP) [9].

Permasalahan dalam penelitian tersebut adalah ingin mengatur jadwal perkuliahan di fakultas *Applied Sciences*, yang terdiri dari 9 departemen dan hampir 200 mata kuliah yang berbeda, sedangkan jumlah ruang kelas sangat terbatas, mata kuliahnya bervariasi serta mahasiswa yang mendaftarkan diri untuk kuliah di fakultas tersebut semakin banyak. Oleh karena ruang lingkup dari penelitiannya yang luas, maka Perera menerapkan metode pewarnaan graf dan dilanjutkan dengan ILP dalam penyelesaian permasalahannya. Adapun dalam penelitian ini, masalah pengaturan jadwal perkuliahan diselesaikan cukup melalui pemodelan graf dan menerapkan algoritma pewarnaan graf, khususnya pewarnaan verteks pada graf. Hal ini dikarenakan masalah yang dihadapi dalam penelitian

ini adalah penyusunan jadwal perkuliahan untuk 1 prodi, yang ruang lingkupnya jauh lebih kecil dibandingkan 9 departemen atau sebuah fakultas. Hal ini dikarenakan, jadwal perkuliahan di prodi-prodi di Universitas Jambi diatur oleh prodi masing-masing, bukan oleh fakultas. Melalui pemanfaatan algoritma Welch Powell, sudah mampu menyelesaikan masalah pengaturan jadwal perkuliahan di prodi Matematika Universitas Jambi.

2. Metode Penelitian

Metode penelitian yang dilakukan pada penelitian ini adalah metode deskriptif, khususnya lebih ke penelitian studi kasus. Tahapan yang dilakukan dalam penelitian studi kasus ini dimulai dengan merumuskan masalah yang akan diteliti. Permasalahan yang dipecahkan melalui penelitian ini adalah tentang bagaimana proses penyusunan jadwal perkuliahan yang efisien, khususnya untuk jadwal perkuliahan semester ganjil di prodi Matematika Universitas Jambi. Kemudian dilanjutkan dengan pengumpulan data, yaitu terkait mata kuliah yang dibuka pada semester ganjil di prodi Matematika, himpunan mahasiswa yang mengikuti perkuliahan tersebut serta dosen pengampu untuk masing-masing mata kuliah. Tahapan berikutnya adalah pemodelan matematika. Dalam penelitian ini, permasalahan akan dipecahkan dengan memodelkan permasalahan dalam bentuk graf.

Graf merupakan struktur diskrit yang mengandung verteks dan sisi yang menghubungkan verteks-verteks tersebut. Suatu graf G mengandung himpunan tak kosong $V = \{v_1, v_2, \dots\}$ yang disebut dengan verteks/ titik/ node, dan himpunan lainnya $E = \{e_1, e_2, \dots\}$ yang disebut dengan *edges*/ sisi. Graf dinotasikan dengan $G = (V, E)$. Sisi pada graf biasanya dinotasikan dengan $e = uv$ yang artinya sisi e menghubungkan verteks u dan v [10]. Sisi e yang menghubungkan u dan v kadang dituliskan dengan (u, v) dimana sisi e dikatakan bersisian dengan verteks u dan v , dan sebaliknya verteks u dan v dikatakan bersisian dengan sisi e . Selain itu, $e = (u, v)$ juga menyatakan bahwa verteks u dan verteks v bertetangga [11]. Diantara klasifikasi dari graf adalah adanya graf berbobot, yaitu graf yang sisinya diberi bobot, dan ada pula graf tidak berbobot, yaitu graf yang sisinya tidak diberi bobot, kemudian graf berarah dan graf tak berarah [10].

Tahapan selanjutnya setelah pemodelan masalah ke dalam bentuk graf adalah menerapkan algoritma Welch-Powell untuk mewarnai verteks-verteks pada graf. Tujuan pewarnaan ini adalah untuk mengetahui mata kuliah yang tidak dapat dijadwalkan penyelenggaraannya pada waktu yang sama. Pewarnaan dari suatu graf sederhana berarti memberi warna pada setiap verteks dalam graf tersebut sedemikian sehingga verteks yang bertetangga tidak memiliki warna yang sama [12]. Banyaknya warna paling sedikit yang dibutuhkan untuk mewarnai graf disebut dengan bilangan kromatik dari graf. Algoritma yang terkenal untuk mewarnai graf adalah algoritma Welch Powell [13], yaitu sebagai berikut:

- 1) Verteks dalam graf G diurutkan dari yang derajatnya paling tinggi hingga ke yang derajatnya paling rendah
- 2) Mulai dari verteks yang derajatnya paling tinggi, berikan sebuah warna untuk verteks tersebut, dilanjutkan dengan memberikan warna yang sama pada verteks lainnya (dengan derajat menurun) yang tidak bertetangga dengan verteks yang telah diberi warna tadi
- 3) Mulai lagi dengan warna baru untuk verteks derajat tertinggi berikutnya yang belum diwarnai serta verteks-verteks lainnya yang belum diwarnai dan tidak bertetangga dengan verteks yang diwarnai pada tahapan ini.
- 4) Ulangi lagi penambahan warna sehingga semua verteks sudah diwarnai.

Tahapan terakhir adalah menginterpretasi hasil yang diperoleh dari algoritma Welch Powell dan menarik kesimpulan atas hasil yang diperoleh.

3. Hasil dan Pembahasan

Untuk mengatur jadwal perkuliahan, maka permasalahan dimodelkan dalam bentuk graf. Himpunan mahasiswa, nama mata kuliah dan dosen pengampu mata kuliah tersebut diasumsikan sebagai satu kesatuan untuk menjadi suatu verteks pada graf. Penamaan verteks dan interpretasi dari masing-masing verteks disajikan pada Tabel 1. Salah satu contoh adalah verteks 11A menyatakan

mata kuliah Teori Bilangan yang diikuti oleh himpunan mahasiswa semester 1 yang berada di kelas R001 dengan dosen pengampunya adalah Syamsyida Rozi, Gusmanely dan Cut Multahadah. Selanjutnya dua buah verteks (matakuliah) pada graf dikatakan bertetangga jika terdapat mahasiswa yang mengikuti kedua matakuliah tersebut sekaligus ataupun jika terdapat dosen yang mengampu kedua matakuliah tersebut sekaligus. Hubungan ketetanggaan antara dua verteks ini dinyatakan sebagai sisi pada graf.

Dalam pemodelan melalui graf pada penelitian ini diasumsikan matakuliah Agama I, dan mata kuliah pilihan tidak diikutsertakan dalam permasalahan atau pemodelan. Hal ini dikarenakan mata kuliah-mata kuliah tersebut diikuti oleh mahasiswa yang berasal dari kelas yang bervariasi. Namun penjadwalan untuk mata kuliah-mata kuliah ini akan diatur setelah pengaturan jadwal untuk mata kuliah wajib diselesaikan.

Tabel 1. Verteks-Verteks Dalam Pemodelan Graf *G*

Label Verteks pada Graf	Himpunan Mahasiswa		Nama MK	Dosen Pengampu			
	Semester	Kelas		Dosen 1	Dosen 2	Dosen 3	Dosen 4
11A	1	R001	Teori Bilangan	Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si.	Gusmanely Z, S.Pd., M.Si.	Cut Multahadah, S.Pd.,M.Pd.	
11B	1	R001	Bahasa Indonesia	R Imam Suwardi W, Drs. M.Pd.	Priyanto, S.Pd., M.Pd.		
11C	1	R001	Bahasa Inggris	Duti Volya, S.Pd., M.Pd.			
11D	1	R001	Kimia Dasar	Nelson, Drs. M.Si.	Nindita Clourisa S.Si., M.Sc.		
11E	1	R001	Pancasila	Aulia Farida, S.P, M.Si.			
11F	1	R001	Kalkulus I	Sufri, Drs. M.Si.			
11G	1	R001	Fisika Dasar	Samsidar, S.Si.,M.Si.	Nurhidayah, S.Pd., M.Sc		
11H	1	R001	Biologi Umum	Tia Wulandari, S.Pd., M.Si.	Anggit Prima Nugraha, S.Si., M.Sc.	Hasna Ul Maritsa, S.Si., M.Sc.	Fitratul Aini, M.Si.
12A	1	R002	Teori Bilangan	Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si.	Gusmanely Z, S.Pd., M.Si.	Cut Multahadah, S.Pd.,M.Pd.	
12B	1	R002	Bahasa Indonesia	R Imam Suwardi W, Drs. M.Pd.	Priyanto, S.Pd., M.Pd.		
12C	1	R002	Bahasa Inggris	Duti Volya, S.Pd., M.Pd.			
12D	1	R002	Kimia Dasar	Nelson, Drs. M.Si.	Nindita Clourisa, S.Si., M.Sc.		
12E	1	R002	Pancasila	Mulawarman, Ir. M.Si.			
12F	1	R002	Kalkulus I	Gusmi Kholijah, S.Si., M.Si.	Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si.	Gusmanely Z, S.Pd., M.Si.	
12G	1	R002	Fisika Dasar	Mardian Peslinof, S.Si., M.Si.	Yoza Fendriani, S.Pd., M.Si.		
12H	1	R002	Biologi Umum	Tia Wulandari, S.Pd., M.Si.	Anggit Prima Nugraha, S.Si., M.Sc.	Hasna Ul Maritsa, S.Si., M.Sc.	Fitratul Aini, M.Si.

Label Verteks pada Graf	Himpunan Mahasiswa		Nama MK	Dosen Pengampu			
	Semester	Kelas		Dosen 1	Dosen 2	Dosen 3	Dosen 4
3A	3	R001	Aljabar Linier Elementer	Wardi Syafmen, Drs. M.Si.	Niken Rarasati, S.Si., M.Si.	Sherli Yurinanda, S.Pd., M.Si.	
3B	3	R001	Teori Bilangan	Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si.	Cut Multahadah, S.Pd., M.Pd.	Gusmanely Z, S.Pd., M.Si.	
3C	3	R001	Pemrograman Komputer	Niken Rarasati, S.Si., M.Si.	Gusmi Kholijah, S.Si., M.Si.	Corry Sormin, S.Si., M.Sc.	
3D	3	R001	Statistika Matematika I	Bunga Mardhotillah, S.Si., M.Stat.	Gusmi Kholijah, S.Si., M.Si.	Corry Sormin, S.Si., M.Sc.	
3E	3	R001	Kalkulus Lanjut	Wardi Syafmen, Drs. M.Si.	Gusmanely Z, S.Pd., M.Si.	Sherli Yurinanda, S.Pd., M.Si.	
3F	3	R001	Matematika Diskrit	Sherli Yurinanda, S.Pd., M.Si.	Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si.		
3G	3	R001	Geometri	Yelli Ramalisa, S.Pd., M.Sc.	Bunga Mardhotillah, S.Si., M.Stat.	Cut Multahadah, S.Pd., M.Pd.	
3H	3	R001	Agroindustri Dan Green Teknologi	Madyawati Latief, Dr. S.P., M.Si.	Indra Lasmana Tarigan, M.Sc.		
51A	5	R001	Kewirausahaan	Dede Martino, Ir. M.P.	Gusmi Kholijah, S.Si., M.Si.		
51B	5	R001	Metode Numerik	Niken Rarasati, S.Si., M.Si.	Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si.		
51C	5	R001	Persamaan Diferensial Parsial	Yelli Ramalisa, S.Pd., M.Sc.	Corry Sormin, S.Si., M.Sc.	Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si.	
51D	5	R001	Penulisan Karya Ilmiah	Bunga Mardhotillah, S.Si., M.Stat.	Gusmi Kholijah, S.Si., M.Si.		
51E	5	R001	Analisis Real II	Wardi Syafmen, Drs. M.Si.	Cut Multahadah, S.Pd., M.Pd.	Sherli Yurinanda, S.Pd., M.Si.	
51F	5	R001	Geometri	Yelli Ramalisa, S.Pd., M.Sc.	Bunga Mardhotillah, S.Si., M.Stat.	Cut Multahadah, S.Pd., M.Pd.	
52A	5	R002	Kewirausahaan	Gusmi Kholijah, S.Si., M.Si.	Linda Handayani, S.Pd., M.Si.		
52B	5	R002	Metode Numerik	Niken Rarasati, S.Si., M.Si.	Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si.		
52C	5	R002	Persamaan Diferensial Parsial	Yelli Ramalisa, S.Pd., M.Sc.	Corry Sormin, S.Si., M.Sc.	Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si.	
52D	5	R002	Penulisan Karya Ilmiah	Bunga Mardhotillah, S.Si., M.Stat.	Gusmi Kholijah, S.Si., M.Si.		

Label Verteks pada Graf	Himpunan Mahasiswa		Nama MK	Dosen Pengampu			
	Semester	Kelas		Dosen 1	Dosen 2	Dosen 3	Dosen 4
52E	5	R002	Analisis Real II	Wardi Syafmen, Drs. M.Si.	Cut Multahadah, S.Pd., M.Pd.	Sherli Yurinanda, S.Pd., M.Si.	
52F	5	R002	Geometri	Yelli Ramalisa, S.Pd., M.Sc.	Bunga Mardhotillah, S.Si., M.Stat.	Cut Multahadah, S.Pd., M.Pd.	

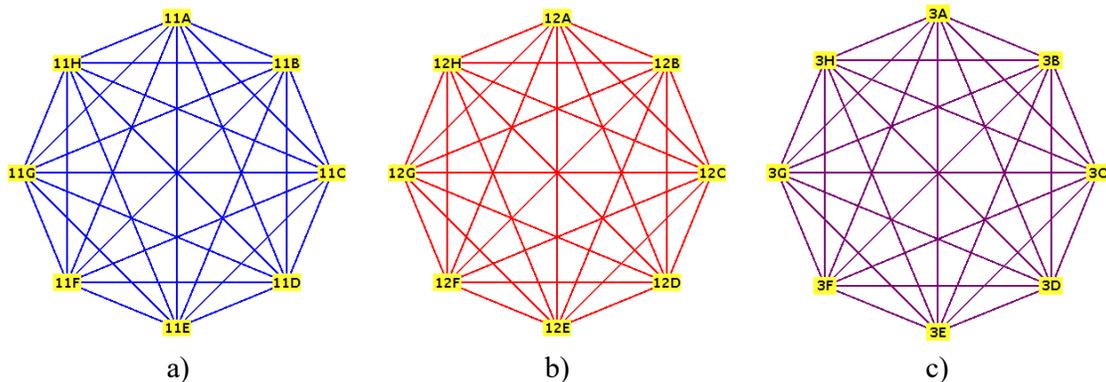
Dengan demikian sebagaimana yang terlihat pada Tabel 1, terdapat 36 buah verteks dalam graf G . Dan sebelum membuat graf G , dapat pula diamati bahwa terdapat lima buah subgraf dari graf G , yaitu didefinisikan sebagai berikut:

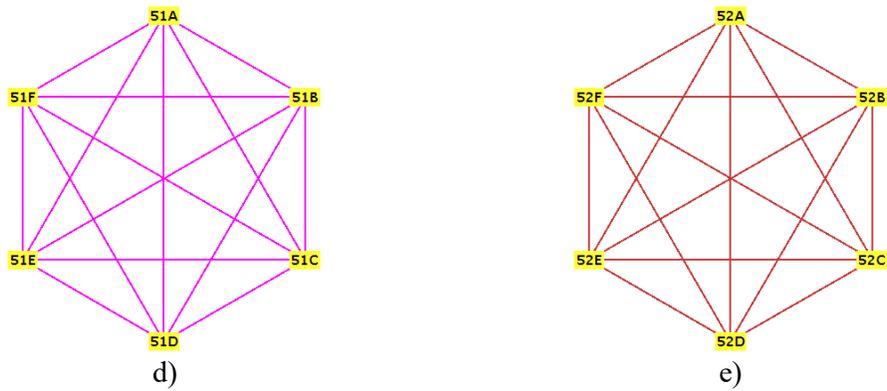
- Subgraf S_1 yang berisi verteks-verteks yang menyatakan mata kuliah yang diikuti oleh mahasiswa semester 1 kelas R001,
- Subgraf S_2 yang berisi verteks-verteks yang menyatakan mata kuliah yang diikuti oleh mahasiswa semester 1 kelas R002,
- Subgraf S_3 yang berisi verteks-verteks yang menyatakan mata kuliah yang diikuti oleh mahasiswa semester 3,
- Subgraf S_4 yang berisi verteks-verteks yang menyatakan mata kuliah yang diikuti oleh mahasiswa semester 5 kelas R001,
- Subgraf S_5 yang berisi verteks-verteks yang menyatakan mata kuliah yang diikuti oleh mahasiswa semester 5 kelas R002.

sehingga

$$(S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4 \cup S_5) \subset G.$$

Setiap verteks pada masing-masing subgraf saling bertetangga dikarenakan mata kuliah pada masing-masing subgraf diikuti oleh himpunan mahasiswa yang sama. Oleh karena setiap verteks pada subgraf saling bertetangga, maka masing-masing subgraf S_1, S_2, S_3, S_4 dan S_5 merupakan graf lengkap, yaitu graf yang setiap pasangan verktesnya saling bertetangga [14]. Subgraf S_1, S_2, S_3, S_4 dan S_5 disajikan pada Gambar 1.





Gambar 1. Subgraf dari graf G . a) Subgraf S_1 , b) Subgraf S_2 , c) Subgraf S_3 , d) Subgraf S_4 , e) Subgraf S_5

Oleh karena S_1, S_2, S_3, S_4 dan S_5 merupakan graf lengkap, maka bilangan kromatik dari masing-masing subgraf tersebut adalah sebanyak verteks yang ada dalam subgraf tersebut, sebagaimana yang disampaikan dalam [15], bahwa graf lengkap K_n yang mengandung n buah verteks memiliki bilangan kromatik sebesar n . Oleh karena itu, subgraf S_1, S_2 dan S_3 merupakan graf lengkap K_8 yang masing-masingnya mengandung 8 buah verteks sehingga bilangan kromatik untuk masing-masing subgraf tersebut adalah 8 atau secara matematis ditulis

$$\chi(S_1) = \chi(S_2) = \chi(S_3) = \chi(K_8) = 8.$$

Ini berarti jadwal mata kuliah untuk mahasiswa semester 1 harus dibagi menjadi 8 sesi yang berbeda, baik untuk mahasiswa semester 1 kelas R001, ataupun dari kelas R002. Begitu pula perkuliahan yang diikuti oleh mahasiswa semester 3 harus dibagi menjadi 8 sesi yang berbeda. Sedangkan subgraf S_4 dan S_5 merupakan graf lengkap K_6 yang masing-masingnya mengandung 6 buah verteks, sehingga bilangan kromatik untuk masing-masing subgraf ini adalah 6 atau secara matematis ditulis

$$\chi(S_4) = \chi(S_5) = \chi(K_6) = 6.$$

Hal ini berarti bahwa jadwal perkuliahan untuk mahasiswa semester 5 harus diadakan pada 6 sesi yang berbeda. Dengan demikian, batas minimum sesi penjadwalan yang bisa diselenggarakan di prodi Matematika Universitas Jambi secara umum adalah

$$\max\{\chi(K_8), \chi(K_6)\} = \max\{8, 6\} = 8.$$

Namun dikarenakan masih terbatasnya banyak dosen di prodi Matematika, dan terdapat dosen yang mengampu mata kuliah untuk mahasiswa di semester yang berbeda (misal, seorang dosen tidak hanya mengampu mata kuliah untuk mahasiswa semester 3 saja, melainkan juga mengampu mata kuliah untuk mahasiswa semester 5). Oleh karena itu, terdapat hubungan ketetanggaan antara verteks pada subgraf yang satu dengan verteks pada subgraf lainnya. Berdasarkan Tabel 1, mempertimbangkan total verteks dalam pemodelan graf dan banyaknya hubungan ketetanggaan yang terjalin antar verteks, maka graf disajikan dalam bentuk matriks, yaitu matriks ketetanggaan (*adjacency matrix*), sebagaimana yang terlihat pada Gambar 2.

	11A	11B	11C	11D	11E	11F	11G	11H	12A	12B	12C	12D	12E	12F	12G	12H	3A	3B	3C	3D	3E	3F	3G	3H	51A	51B	51C	51D	51E	51F	52A	52B	52C	52D	52E	52F
11A	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
11B	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11C	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11D	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11E	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11F	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11G	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11H	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12A	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
12B	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12C	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12D	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12E	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12F	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0
12G	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12H	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	
3B	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0
3D	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0
3E	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
3F	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1
3G	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	
3H	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
51A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
51B	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0
51C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1
51D	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
51E	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1
51F	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1
52A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
52B	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
52C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1
52D	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1
52E	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
52F	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Gambar 2. Representasi graf G dalam bentuk matriks

Pada Gambar 2, terdapat 36 verteks dan 215 sisi. Angka 0 dalam matriks ketetanggaan menunjukkan bahwa antara dua buah verteks tidak bertetangga, yang artinya, kedua mata kuliah tersebut tidak diikuti oleh himpunan mahasiswa yang sama dan tidak pula diampu oleh dosen yang sama. Sedangkan angka 1 dalam matriks ketetanggaan tersebut menyatakan antara dua buah verteks bertetangga yang artinya kedua mata kuliah tersebut diikuti oleh himpunan mahasiswa yang sama atau diampu oleh dosen yang sama.

Selanjutnya dilakukan algoritma Welch Powell untuk mewarnai verteks dalam graf. Untuk memulai menjalankan algoritma Welch Powell, dihitung terlebih dulu derajat dari masing-masing verteks dan selanjutnya verteks-verteks dituliskan secara berurutan berdasarkan derajatnya, mulai dari verteks dengan derajat tertinggi hingga derajat terendah, yaitu sebagaimana yang ditampilkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Urutan Verteks Berdasarkan Derajatnya

Label Verteks	Derajat Verteks	Label Verteks	Derajat Verteks	Label Verteks	Derajat Verteks
11A	21	51F	14	11D	8
12F	21	52B	14	11H	8
12A	20	52E	14	12B	8
3B	18	52F	14	12C	8
3C	16	3E	12	12D	8
3D	16	3A	11	12H	8

Label Verteks	Derajat Verteks
3F	16
51C	16
52C	16
3G	15
51B	14
51E	14

Label Verteks	Derajat Verteks
51D	11
52D	11
51A	10
52A	10
11B	8
11C	8

Label Verteks	Derajat Verteks
11E	7
11F	7
11G	7
12E	7
12G	7
3H	7

Kemudian verteks-verteks diberi warna mulai dari verteks berderajat tertinggi. Prinsip pentingnya adalah bahwa dua buah verteks yang bertetangga tidak boleh diberi warna yang sama. Sehingga akhirnya diperoleh pewarnaan verteks sebagaimana pada Tabel 3.

Tabel 3. Pengelompokan pewarnaan verteks berdasarkan algoritma Welch-Powell

Merah	Hijau	Biru	Kuning	Ungu	Cream	PINK	Oren	Abu-Abu	Biru Muda
11A	12F	12A	3B	3F	52B	51C	3A	52C	51B
3C	3G	3D	51D	51F	51A	52E	52D	51E	52F
12B	11B	11C	11D	52A	12E	12H	12G	11F	3E
			12C	11H	3H	11E			11G
				12D					

Tabel 3 memberikan interpretasi bahwa mata kuliah yang direpresentasikan oleh verteks yang warnanya sama boleh dijadwalkan kegiatannya pada waktu yang sama, yaitu pada hari dan jam yang sama. Misalnya mata kuliah yang dilabeli dengan verteks 11A, verteks 3C dan verteks 12B bisa dilakukan pada jadwal yang sama. Pengelompokan verteks sesungguhnya tidak unik, dalam artian, pengelompokan verteks yang terlihat pada Tabel 3 bukan merupakan satu-satunya pengelompokan verteks yang bisa dibuat melalui algoritma Welch Powell. Hal ini dikarenakan terdapat banyak verteks berderajat sama sebagaimana yang terlihat pada Tabel 2. Namun demikian, dapat dipastikan bahwa bilangan kromatik dari graf yang direpresentasikan pada Gambar 2 adalah 10 berdasarkan pengelompokan warna secara optimum yang diperoleh dari algoritma Welch-Powell. Dan dengan demikian pula, berdasarkan algoritma Welch Powell ada 10 periode/sesi jadwal kuliah per minggu, yang artinya kelompok matakuliah dengan warna yang sama pada Tabel 3, maka kegiatan perkuliahannya dapat dilakukan pada hari dan jam yang sama. Interpretasi dari pengelompokan verteks yang diperoleh pada Tabel 3 disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Pengelompokan mata kuliah yang bisa dijadwalkan pada hari dan jam yang sama

Periode	Pilihan MK yang bisa dijadwalkan bersamaan			
Periode 1	Teori Bilangan/ R001	Pemrograman Komputer	Bahasa Indonesia/ R002	
Periode 2	Kalkulus I/ R002	Geometri	Bahasa Indonesia/ R001	
Periode 3	Teori Bilangan/ R002	Statistika Matematika I	Bahasa Inggris/ R001	
Periode 4	Teori Bilangan	Penulisan Karya Ilmiah/ R001	Kimia Dasar/ R001	Bahasa Inggris/ R002

Periode	Pilihan MK yang bisa dijadwalkan bersamaan				
Periode 5	Matematika Diskrit	Geometri/ R001	Kewirausahaan/ R002	Biologi Umum/ R001	Kimia Dasar/ R002
Periode 6	Metode Numerik/ R002	Kewirausahaan/ R001	Pancasila/ R002	Agroindustri Dan Green Teknologi	
Periode 7	Persamaan Diferensial Parsial/ R001	Analisis Real II/ R002	Biologi Umum/ R002	Pancasila/ R001	
Periode 8	Aljabar Linier Elementer	Penulisan Karya Ilmiah/ R002	Fisika Dasar/ R002		
Periode 9	Persamaan Diferensial Parsial/ R002	Analisis Real II/ R001	Kalkulus I/ R001		
Periode 10	Metode Numerik/ R001	Geometri/ R002	Kalkulus Lanjut	Fisika Dasar/ R001	

Untuk mata kuliah Agama I (yaitu Agama Islam, Agama Katolik, Agama Protestan, Agama Hindu dan Agama Budha), dan mata kuliah pilihan yang tidak dilibatkan dalam pemodelan graf selanjutnya dapat diatur sedemikian sehingga tidak dilakukan pada jadwal yang bersamaan dengan mata kuliah lain yang diikuti oleh himpunan mahasiswa yang sama ataupun diampu oleh dosen yang sama.

4. Kesimpulan

Permasalahan penyusunan jadwal dapat diselesaikan secara matematis melalui pemodelan graf. Pada penelitian ini, himpunan mahasiswa, nama mata kuliah dan dosen pengampu mata kuliah tersebut diasumsikan sebagai satu kesatuan untuk menjadi suatu verteks pada graf. Sedangkan dua verteks (dua mata kuliah) yang diikuti oleh himpunan mahasiswa yang sama ataupun diampu oleh dosen yang sama dalam pemodelan graf pada penelitian ini akan dihubungkan dengan suatu sisi sehingga kedua verteks menjadi bertetangga. Hubungan ketetanggaan antara dua verteks ini dinyatakan sebagai sisi pada graf. Banyak verteks dalam pemodelan pada penelitian ini adalah sebanyak 36 verteks dengan 215 sisi. Dengan menggunakan algoritma Welch Powell, maka diperoleh pengelompokan mata kuliah yang bisa dijadwalkan pada waktu yang sama, hingga diperoleh kesimpulan pada setiap minggu, 36 mata kuliah dapat dijadwalkan minimal dalam 10 sesi atau 10 periode. Dengan adanya pengelompokan mata kuliah yang dapat dijadwalkan pada waktu yang sama ataupun mata kuliah yang tidak dapat dijadwalkan pada waktu yang sama, maka kegiatan menata jadwal perkuliahan terasa lebih ringan dan lebih efisien.

Referensi

- [1] C. H. Meiliana and D. Maryono, "Aplikasi Pewarnaan Graf Untuk Optimalisasi Pengaturan Traffic Light Di Sukoharjo," *J. Ilm. Pendidik. Tek. dan Kejuru.*, vol. 10, no. 1, 2017, doi: 10.20961/jiptek.v7i1.12662.
- [2] D. A. Setiawan, A. Suyitno, and I. Artikel, "Penerapan Graf Pada Persimpangan Menggunakan Algoritma Welsh-Powel Untuk Optimalisasi Pengaturan Traffic Light," *Unnes J. Math.*, vol. 5, no. 2, pp. 144–152, 2016.
- [3] A. R. Komijan and M. N. Koupaei, "A new binary model for university examination timetabling: a case study," *J. Ind. Eng. Int.*, vol. 8, no. 1, pp. 1–7, 2012, doi: 10.1186/2251-712X-8-28.
- [4] S. Daskalaki, T. Birbas, and E. Housos, "An integer programming formulation for a case study in university timetabling," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 153, no. 1, pp. 117–135, 2004, doi: 10.1016/S0377-2217(03)00103-6.

- [5] A. Cerdeira-Pena, L. Carpena, A. Fariña, and D. Seco, "New approaches for the school timetabling problem," *7th Mex. Int. Conf. Artif. Intell. - Proc. Spec. Sess. MICAI 2008*, no. December, pp. 261–267, 2008, doi: 10.1109/MICAI.2008.19.
- [6] M. Yulistiana, D. Chaerani, and E. Lesmana, "Penerapan Metode Hungarian dalam Penentuan Penjadwalan Matakuliah Optimal (Studi Kasus: Departemen Matematika Universitas Padjadjaran Semester Ganjil 2013-2014)," *J. Mat. Integr.*, vol. 11, no. 1, pp. 45–64, 2015, doi: 10.24198/jmi.v11i1.9391.
- [7] W. Tahir, D. Wungguli, and M. R. F. Payu, "Optimasi Penjadwalan Waktu Kerja Menggunakan Integer Programming," *Euler J. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.*, vol. 7, no. 2, pp. 51–55, 2019, doi: 10.34312/euler.v7i2.10343.
- [8] E. K. Burke, B. McCollum, A. Meisels, S. Petrovic, and R. Qu, "A graph-based hyper-heuristic for educational timetabling problems," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 176, no. 1, pp. 177–192, 2007, doi: 10.1016/j.ejor.2005.08.012.
- [9] M. T. M. Perera and G. H. J. Lanel, "A Model to Optimize University Course Timetable Using Graph Coloring and Integer Linear Programming," *IOSR J. Math.*, vol. 12, no. 05, pp. 13–18, 2016, doi: 10.9790/5728-1205031318.
- [10] K. H. Rosen, *Discrete Mathematics and Its Applications*, 7th ed. New York: McGraw-Hill, 2012.
- [11] E. Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics*, 10th ed. Wiley, 2011.
- [12] C. Vasudev, *Graph Theory with Applications*. New Delhi: New Age International (P) Limited, 2006.
- [13] R. Munir, *Matematika Diskrit*, Rev ke 5. Bandung: Informatika Bandung, 2016.
- [14] R. J. Wilson, *Introduction to Graph Theory*, 4th ed. Longman, 1996.
- [15] N. Deo, *Graph Theory with Applications Engineering and Computer Science*. New York: Prentice-Hall, 1974.