

## Model Matematika Optimasi Multi-Objektif Penurunan Beban Limbah *Biochemical Oxygen Demand* pada Instalasi Pengolahan Air Limbah

Shelly Sholatan Kamilah<sup>1\*</sup>, Sunarsih<sup>2</sup>, Titi Udjiani<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Jurusan Matematika, Universitas Diponegoro, Jalan Prof Soedarto, SH, Semarang, Indonesia

\*Penulis Korespondensi. Email: [shellysk6@gmail.com](mailto:shellysk6@gmail.com)

---

### Abstrak

Peningkatan aktivitas masyarakat membuat limbah yang mencemari perairan bertambah. Limbah tersebut berasal dari proses produksi industri maupun dari kegiatan masyarakat yang berupa limbah domestik. Limbah domestik sebelum dibuang ke perairan harus diolah terlebih dahulu karena mengandung organisme penyebab penyakit. Salah satu tempat pengolahan limbah domestik adalah Instalasi Pengolahan Air Limbah (IPAL). Tujuan utama IPAL adalah untuk mendegradasi *Biochemical Oxygen Demand* (BOD) dan organisme patogen. Penelitian ini mengembangkan model matematika optimasi multi-objektif penurunan beban limbah BOD pada IPAL. Model optimasi ini memiliki tiga fungsi objektif yaitu memaksimalkan beban limbah BOD yang diolah di kolam dengan meminimalkan selisih nilai efisiensi penurunan BOD di IPAL dengan nilai efisiensi referensi serta meminimalkan daya yang digunakan oleh aerator. Hasil simulasi menunjukkan beban limbah BOD maksimal yang dapat diolah di kolam fakultatif I dan II adalah 1.589,688 Kg/hari sedangkan untuk kolam fakultatif III dan IV adalah 1.727,158 Kg/hari. Nilai efisiensi penurunan beban limbah BOD dipengaruhi oleh variabel waktu tinggal, dimana semakin lama waktu tinggal limbah semakin besar nilai efisiensinya. Nilai efisiensi penurunan beban limbah BOD untuk kolam fakultatif I dan II sebesar 54%, sedangkan untuk kolam fakultatif III dan IV sebesar 57%. Daya yang digunakan oleh aerator dipengaruhi oleh variabel beban limbah yang diolah, dimana semakin banyak beban limbah yang diolah daya aerator yang digunakan semakin besar. Efisiensi daya yang digunakan oleh aerator di kolam fakultatif I dan II sebesar 49,67775 Kwh sedangkan di kolam fakultatif III dan IV sebesar 53,97369 Kwh.

**Kata Kunci:** Optimasi Multi-Objektif; Efisiensi Degradasi *Biochemical Oxygen Demand*; Efisiensi Daya; Pengolahan Air Limbah

### Abstract

*The increase in community activities causes the amount of wastewater to increase. This wastewater comes from industrial production processes and from the community activities which are domestic wastewater. Domestic wastewater must be treated before being discharge to water sources because it contains pathogenic organisms. The place for treating domestic wastewater is Wastewater Treatment Plant (WWTP). The main purpose of WWTP is to degrade the Biochemical Oxygen Demand (BOD) and pathogenic organisms. This study develops a multi-objective optimization mathematical model for reducing the BOD load in the WWTP. This optimization model has three objective functions, namely maximizing the BOD load that is treated in the pond with minimizing the difference between the BOD reduction efficiency value in the WWTP with the reference efficiency value and minimizing the power used by the aerator. The simulation results show that the maximum BOD load that can be treated in facultative ponds I and II is 1,589.688 Kg/day while for facultative ponds III and IV is 1,727.158 Kg/day. The efficiency value of reducing BOD load is influenced by the residence time variable, where the efficiency value of reducing the BOD load for facultative ponds I and II by 54% while for facultative ponds III and IV by 57%. The power used by the aerator is influenced by the treated BOD load variable, the aerator power in facultative ponds I and II is 49.67775 Kwh while in facultative ponds III and IV it is 53.97369 Kwh.*

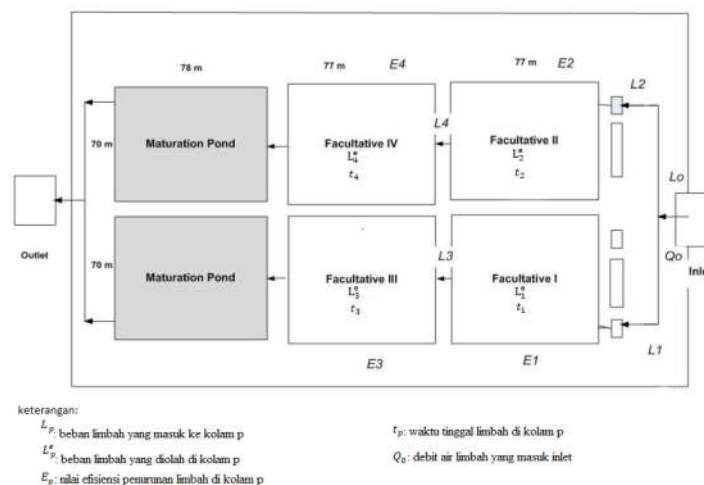
**Keywords:** Multi-Objective Optimization; *Biochemical Oxygen Demand* Degradation Efficiency; Power Efficiency; Waste Water Treatment

## 1. Pendahuluan

Pertumbuhan penduduk yang disertai dengan peningkatan aktivitas masyarakat menyebabkan limbah yang mencemari lingkungan bertambah. Limbah pencemar perairan berasal dari proses produksi baik industri maupun domestik. Limbah domestik adalah air yang digunakan oleh komunitas atau masyarakat dan mengandung materi yang ditambahkan ke dalam air selama penggunaannya. Contoh limbah domestik diantaranya yaitu air yang mengandung limbah tubuh manusia seperti feses dan urin, air yang dihasilkan dari mencuci baju atau mencuci piring, dan lain-lain [1]. Limbah tersebut tidak boleh dialirkan secara langsung ke perairan seperti sungai atau danau karena mengandung organisme penyebab penyakit (patogen). Pada air limbah di daerah bersuhu hangat, air dapat dengan cepat kehilangan oksigen terlarutnya atau *Dissolved Oxygen* (DO) sehingga air menjadi jenuh dan septik [1]. Oleh karenanya limbah harus diolah terlebih dahulu agar kualitas air limbah memenuhi standar baku mutu dan aman untuk dialirkan ke sungai atau perairan lainnya. Salah satu tempat pengolahan air limbah domestik adalah Instalasi Pengolahan Air Limbah (IPAL). Tujuan utamanya yaitu untuk mendegradasi konsentrasi *Biochemical Oxygen Demand* (BOD), mengurangi partikel-partikel tercampur dan membunuh organisme patogen [2].

BOD atau *Biochemical Oxygen Demand* adalah suatu karakteristik yang menunjukkan jumlah oksigen terlarut yang diperlukan oleh mikroorganisme (biasanya bakteri) untuk mengurai atau mendekomposisi bahan organik dalam kondisi aerobik [3], [4]. Oleh karena itu, konsentrasi BOD banyak digunakan sebagai indikator pencemar perairan. Jika nilai BOD semakin tinggi maka nilai DO semakin rendah. Semakin tinggi kandungan oksigen semakin cepat bahan organik dapat didegradasi [5] [6]. Pasokan oksigen diperoleh dari fotosintesis dan pengadukan yang dilakukan oleh angin. Transfer oksigen terjadi ketika air bersentuhan dengan atmosfer [7]. Proses transfer oksigen tersebut berlangsung secara alami atau dengan bantuan alat aerator. Aerator merupakan suatu mesin yang berfungsi untuk membantu proses transfer oksigen, cara kerja aerator berbeda-beda salah satu diantaranya bekerja dengan cara mengaduk air yang berada di sekitar mesin. IPAL biasanya menggunakan aerator untuk mempercepat proses degradasi BOD. Sehingga air limbah domestik harus diolah di IPAL terlebih dahulu supaya tidak mencemari lingkungan.

Permasalahan optimasi dengan beberapa fungsi objektif (multi-objektif) di Instalasi Pengolahan Air Limbah (IPAL) sudah banyak dibahas oleh penelitian terdahulu diantaranya yaitu optimasi penggunaan lahan dalam konstruksi IPAL [7] [8], optimasi konsentrasi DO dan nitrat berbasis desain kontroler [9], optimasi penggunaan energi terbarukan di IPAL [10] [11], operasi rekah hidrolis [12], suplai dan distribusi DO [13], penghapusan nitrogen [14], penghapusan nutrisi secara biologi [15], serta optimasi dengan mempertimbangkan parameter aerator [16] [17]. Namun masalah atau faktor baru selalu muncul, sehingga model matematika permasalahan optimasi di IPAL perlu terus diteliti.



**Gambar 1.** Kolam Stabilisasi IPAL Sewon

IPAL Sewon merupakan tempat pengolahan air limbah secara biologis yang terletak di Sewon, Bantul, Yogyakarta yang memiliki enam kolam stabilisasi yaitu empat kolam fakultatif dan dua kolam maturasi. Kolam fakultatif berfokus pada pengurangan beban limbah BOD, sedangkan kolam maturasi berfokus pada pengurangan organisme patogen. Debit air limbah masuk ke IPAL Sewon melalui inlet, dimana air limbah dari inlet dialirkan ke dua kolam fakultatif yaitu kolam fakultatif I dan kolam fakultatif II. Air dari kolam fakultatif I dialirkan ke kolam fakultatif III dan air dari kolam fakultatif II dialirkan ke kolam fakultatif IV. Kemudian air dari kolam fakultatif III dialirkan ke kolam maturasi I sedangkan air dari kolam fakultatif IV dialirkan ke kolam maturasi II. Setelah diolah di kolam maturasi air keluar dari IPAL melalui outlet. Alur aliran air limbah dapat dilihat pada Gambar 1. Setiap kolam stabilisasi dihubungkan menggunakan pipa dengan kolam stabilisasi berikutnya. Air limbah mengalir secara *overflow*, sehingga apabila debit air limbah yang masuk semakin bertambah maka waktu tinggal limbah di kolam semakin berkurang. Pada setiap kolam fakultatif dipasang sebuah aerator menggunakan energi listrik mensuplai DO pada proses degradasi BOD.

Penelitian sebelumnya di IPAL Sewon oleh peneliti [18] dan [19] membahas mengenai pengolahan air limbah dengan model dinamik. Peneliti [20] memformulasikan model matematika optimasi dengan satu fungsi objektif yaitu memaksimalkan beban limbah BOD yang dapat diolah di kolam, kemudian dilanjutkan oleh peneliti [21] dengan mengembangkan model optimasi menjadi model optimasi multi-objektif dengan menambah satu fungsi objektif baru mengenai efisiensi penurunan beban limbah BOD dan oleh peneliti [22] dengan mengembangkan model dari [21] menjadi bentuk kuadratik. Tujuan dari penelitian ini yaitu mengembangkan model matematika optimasi multi-objektif penurunan beban limbah BOD [21] dengan menambah satu fungsi objektif baru yaitu meminimalkan daya yang digunakan oleh aerator dalam menghasilkan DO untuk mendegradasi beban limbah BOD, menyesuaikan kendala efluen model matematika [21] supaya parameter debit air limbah yang masuk berbanding terbalik dengan variabel lama waktu tinggal limbah di kolam serta menambah kendala baru mengenai waktu tinggal.

## 2. Metode Penelitian

Penelitian dimulai dengan studi literatur model matematika optimasi multi-objektif penurunan beban limbah di IPAL untuk dijadikan acuan yaitu penelitian [20] dan [21]. Penelitian [20] merupakan model optimasi pengolahan beban limbah BOD dengan satu fungsi objektif yaitu memaksimalkan beban limbah BOD yang diolah di kolam dengan kendala inlet dan kendala efluen. Penelitian [21] mengembangkan model dari penelitian [20] dengan menambah satu fungsi objektif baru yaitu meminimalkan selisih nilai efisiensi penurunan beban limbah BOD di kolam dengan nilai efisiensi referensi dan memiliki fungsi kendala yang sama dengan model [20]. Namun fungsi kendala efluen pada model optimasi [20] dan [21] tidak sesuai untuk sistem IPAL yang *overflow* dimana ketika debit air limbah semakin banyak maka waktu tinggal limbah di kolam semakin cepat. Kemudian model optimasi [21] dijadikan sebagai model optimasi dasar yang akan dikembangkan. Tahap selanjutnya membuat asumsi, asumsi yang digunakan dalam penelitian ini yaitu:

- 1) Optimasi penurunan beban limbah BOD yang diperhitungkan hanya optimasi di kolam fakultatif.
- 2) Data yang digunakan untuk simulasi adalah data pada tahun 2021 di IPAL Sewon, Bantul, D.I Yogyakarta.
- 3) Debit dan beban limbah BOD yang masuk dari inlet ke kolam fakultatif I dan fakultatif II seimbang.
- 4) Tingkat degradasi beban limbah BOD di setiap kolam sama.
- 5) Standar baku mutu air yang digunakan sebagai syarat efluen IPAL adalah Perda DIY no. 7 tahun 2016.
- 6) Air limbah yang bukan berasal dari sambungan rumah atau yang berasal dari tangki tinja dianggap sudah termasuk dalam debit dan beban limbah BOD di inlet.
- 7) DO yang masuk dari inlet tidak dipertimbangkan karena jumlahnya sangat kecil.

Model matematika dari penelitian [21] dimodifikasi dengan menambah satu fungsi objektif baru yaitu meminimalkan daya yang digunakan oleh aerator untuk mendegradasi beban limbah BOD,

mengubah model kendala efluen supaya parameter debit air limbah berbanding terbalik dengan variabel waktu tinggal serta menambahkan kendala baru mengenai waktu tinggal limbah. Penelitian ini menggunakan data sekunder yang diambil oleh petugas IPAL Sewon. Data yang diambil diantaranya adalah data debit air limbah yang masuk ke IPAL serta konsentrasi zat yang terkandung dalam air limbah selama tahun 2021. Kemudian data tersebut digunakan untuk simulasi. Simulasi model dilakukan dengan menggunakan aplikasi LINGO 18.0. Hasil simulasi tersebut dapat digunakan untuk menentukan beban limbah BOD maksimal yang dapat diolah di kolam fakultatif, waktu tinggal limbah, efisiensi penurunan beban limbah BOD, dan daya minimal yang digunakan oleh aerator.

### 3. Hasil dan Pembahasan

#### 3.1 Model Matematika Optimasi Multi-Objektif

Model matematika optimasi penurunan beban limbah BOD di IPAL merupakan *multi-objective optimization problem* karena memiliki tiga fungsi objektif. Fungsi objektif pertama yaitu memaksimalkan jumlah beban limbah BOD yang dapat diolah di kolam p ( $L_p^e$ ). Fungsi objektif kedua meminimalkan kuadrat selisih nilai efisiensi penurunan beban BOD di IPAL ( $E_p$ ) yang dibandingkan dengan nilai efisiensi referensi ( $E_p^r$ ), dan fungsi objektif ketiga meminimalkan jumlah daya yang digunakan oleh aerator ( $N_p$ ). Ketiga fungsi objektif tersebut dapat digabungkan atau diformulasikan menjadi sebuah fungsi objektif yaitu memaksimalkan fungsi objektif ( $Z$ ) dengan cara mengalikan fungsi objektif minimasi dengan (-1). Sehingga fungsi objektif dapat ditulis sebagai

$$\max Z = \sum_{p=1}^P L_p^e - \sum_{p=1}^P (E_p - E_p^r)^2 - \sum_{p=1}^P N_p \quad (1)$$

Nilai efisiensi penurunan beban limbah BOD dalam penelitian [21] dihitung menggunakan formula

$$E_p = \frac{k \cdot t_p}{1 + k \cdot t_p} \quad (2)$$

Efisiensi penurunan beban limbah BOD di kolam p ( $E_p$ ) berkaitan dengan tingkat degradasi BOD ( $k$ ) dan waktu tinggal di kolam p ( $t_p$ ). Tingkat degradasi BOD ( $k$ ) dihitung menggunakan formula [7]. Tingkat degradasi BOD pada suhu ( $T$ ) 35°C ( $k_{35}$ ) adalah 1,2.

$$k = \frac{k_{35}}{1,085^{35-T}} \quad (3)$$

$$= \frac{1,2}{1,085^{35-T}} \quad (4)$$

Formula untuk menghitung daya aerator menurut [17] adalah

$$N = \frac{RO}{PO} \quad (5)$$

Daya yang digunakan oleh aerator ( $N$ ) merupakan hasil dari oksigen yang dibutuhkan untuk mendegradasi beban limbah BOD ( $RO$ ) dibagi dengan oksigen yang disediakan oleh aerator ( $PO$ ). 1,5 Kg oksigen dapat mendegrasi 1 Kg BOD.

$$RO = 1,5 \cdot L_p^e \quad (6)$$

$PO$  adalah banyaknya oksigen yang dihasilkan oleh aerator ( $O_a$ ) dikalikan dengan waktu operasional aerator ( $h$ ). Nilai  $O_a$  bergantung pada jenis aerator yang digunakan.

$$PO = O_a \cdot h \quad (7)$$

Sehingga fungsi objektif dapat ditulis kembali sebagai

$$\max Z = \sum_{p=1}^P L_p^e - \sum_{p=1}^P \left( \frac{k \cdot t_p}{1 + k \cdot t_p} - E_p^r \right)^2 - \sum_{p=1}^P \frac{1,5 \cdot L_p^e}{O_a \cdot h} \quad (8)$$

Masalah optimasi penurunan beban limbah BOD di IPAL memiliki tiga kendala utama yaitu kendala beban limbah BOD yang diolah, kendala efluen dan kendala waktu tinggal limbah. Air limbah masuk ke IPAL melalui inlet. Debit air dari inlet ( $Q_0$ ) terbagi ke dua kolam fakultatif diasumsikan sama banyak, begitupun dengan beban limbah BOD di inlet ( $L_0$ ) masuk ke kolam fakultatif I ( $L_1$ ) dan fakultatif II ( $L_2$ ) diasumsikan sama banyak, sehingga

$$Q = \frac{1}{2} Q_0 \quad (9)$$

$$L_1 = L_2 = \frac{1}{2} L_0 \quad (10)$$

Beban limbah BOD yang masuk ke kolam p ( $L_p$ ) adalah debit air limbah ( $Q$ ) dikali konsentrasi BOD di kolam p ( $C_p$ ). Beban limbah BOD dapat dihitung menggunakan formula dari [21] yaitu

$$L_p = \frac{Q \cdot C_p}{1000} \quad (11)$$

Beban limbah BOD mengalir secara *overflow* dari satu kolam ke kolam lainnya. Kolam fakultatif I terhubung dengan kolam fakultatif III sedangkan kolam fakultatif II terhubung dengan kolam fakultatif IV. Beban limbah BOD yang masuk kolam fakultatif III ( $L_3$ ) merupakan beban limbah BOD di kolam fakultatif I ( $L_1$ ) dikurangi dengan beban limbah BOD yang diolah di kolam fakultatif I ( $L_1^e$ ), begitupun dengan kolam fakultatif II dan IV. Nilai efisiensi yang ditetapkan sebagai referensi oleh direktur IPAL ( $E_p^r$ ) untuk kolam fakultatif I dan II adalah 50%. Sehingga beban limbah BOD yang diolah di kolam fakultatif I dan II tidak lebih dari setengah jumlah beban limbah BOD yang masuk. Kendala beban limbah BOD yang diolah ditulis dalam bentuk matematika menjadi

$$L_1^e \leq \frac{1}{2} L_1; \quad (12)$$

$$L_3^e \leq L_1 - L_1^e; \quad (13)$$

$$L_2^e \leq \frac{1}{2} L_2; \quad (14)$$

$$L_4^e \leq L_2 - L_2^e \quad (15)$$

Air limbah yang dibuang ke sungai (efluen) harus memenuhi standar baku mutu ( $BM$ ), untuk menghitung konsentrasi BOD yang boleh dibuang ke sungai menggunakan formula dari [7] yaitu

$$\frac{1}{1 + k \cdot t_p} C_p^e \leq BM \quad (16)$$

Menggunakan formula beban limbah BOD, konsentrasi BOD yang diolah di kolam p ( $C_p^e$ ) dapat diketahui. Model dapat ditulis kembali dengan memperhatikan persamaan (11) menjadi

$$\frac{1}{1 + k \cdot t_p} \frac{1000 \cdot L_p^e}{Q} \leq BM \quad (17)$$

Air limbah mengalir secara *overflow*, sehingga waktu tinggal limbah bergantung pada volume kolam ( $V$ ) dan debit air yang masuk ke kolam ( $Q$ ), berdasarkan rumus aliran fluida kendala waktu tinggal limbah adalah

$$t_p \leq \frac{V}{Q} \quad (18)$$

Model matematika optimasi pengolahan air limbah dapat ditulis kembali menjadi

$$\max Z = \sum_{p=1}^P L_p^e - \sum_{p=1}^P \left( \frac{k \cdot t_p}{1 + k \cdot t_p} - E_p^r \right)^2 - \sum_{p=1}^P \frac{1,5 \cdot L_p^e}{O_a \cdot h} \quad (19)$$

Dengan kendala

$$\begin{aligned} L_1^e &\leq \frac{1}{2} L_1; \\ L_3^e &\leq L_1 - L_1^e; \\ L_2^e &\leq \frac{1}{2} L_2; \\ L_4^e &\leq L_2 - L_2^e; \\ \frac{1}{1 + k \cdot t_p} \frac{1000 \cdot L_p^e}{Q} &\leq BM; \\ t_p &\leq \frac{V}{Q}; \\ L_p^e, t_p &\geq 0. \end{aligned}$$

### 3.2 Simulasi Model

Simulasi model menggunakan data dari IPAL Sewon, Yogyakarta selama bulan Januari - Oktober 2021 diselesaikan menggunakan aplikasi LINGO 18.0. Rata-rata debit air limbah yang masuk ke inlet ( $Q_0$ ) IPAL Sewon sebanyak 19.981 m<sup>3</sup>/hari dengan rata-rata konsentrasi BOD ( $C_p$ ) adalah 349 mg/L dan Suhu 27°C. Setiap kolam fakultatif dipasang 1 buah aerator berjenis kipas turbin yang dapat menghasilkan 2 Kg oksigen ( $O_a$ ) dengan waktu operasional aerator ( $h$ ) adalah 24 jam. Nilai efisiensi referensi ( $E_p^r$ ) untuk kolam fakultatif I dan II adalah 50% sedangkan untuk kolam fakultatif III dan IV adalah 90%. Ketentuan standar baku mutu air limbah IPAL Sewon diatur oleh Perda DIY Nomor 7 Tahun 2016 yang menyebutkan bahwa standar baku mutu untuk BOD adalah kurang dari atau sama dengan 75 mg/L.

**Tabel 1.** Hasil simulasi

Kolam Fakultatif	$L_p^e$ (Kg/hari)	$t_p$ (hari)	$E_p$ (%)	$N_p$ (Kwh)
I	1.589,688	1,854666	53,678	49,67775
II	1.589,688	1,854666	53,678	49,67775
III	1.727,158	2,158050	57,4169	53,97369
IV	1.727,158	2,158050	57,4169	53,97369

Hasil optimasi ditampilkan pada Tabel 1. Beban limbah BOD maksimal yang dapat diolah di kolam fakultatif I dan II adalah 1.589,688 Kg/hari dan beban limbah BOD maksimal yang dapat diolah di kolam fakultatif III dan IV adalah 1.727,158 Kg/hari, sehingga terdapat beban limbah BOD yang tidak dapat diolah sebanyak 169,8385 Kg/hari. Waktu tinggal limbah di kolam fakultatif I dan II adalah 1,854666 hari sedangkan waktu tinggal limbah di kolam fakultatif III dan IV adalah 2,15805 hari. Nilai efisiensi penurunan beban limbah BOD dipengaruhi oleh variabel waktu tinggal, dimana semakin lama waktu tinggal limbah di kolam semakin besar nilai efisiensinya. Nilai efisiensi penurunan beban limbah BOD untuk kolam fakultatif I dan II sebesar 54% sedangkan untuk kolam fakultatif III dan IV sebesar 57%. Daya yang digunakan oleh aerator dipengaruhi oleh variabel beban limbah yang diolah, dimana semakin banyak beban limbah yang diolah daya aerator yang digunakan semakin besar. Daya aerator di kolam fakultatif I dan II sebesar 49,67775 Kwh dan aerator di kolam fakultatif III dan IV menggunakan daya sebesar 53,97369 Kwh.

#### 4. Kesimpulan

Proses pengolahan limbah di IPAL perlu ditinjau secara matematis, salah satunya menggunakan matematika optimasi. Penelitian ini mengembangkan model matematika optimasi multi-objektif penurunan beban limbah BOD di IPAL dengan tiga fungsi objektif dan tiga sub kendala seperti pada persamaan (19). Fungsi objektifnya yaitu memaksimalkan beban limbah BOD yang diolah di kolam, meminimalkan selisih nilai efisiensi penurunan beban limbah dan meminimalkan daya yang digunakan oleh aerator serta sub kendalanya yaitu kendala inlet, kendala efluen dan kendala waktu tinggal limbah.

Hasil simulasi menunjukkan bahwa tidak semua beban limbah BOD yang masuk IPAL dapat diolah, tetapi kualitas air limbah tetap memenuhi standar baku mutu. Beban limbah BOD yang diolah di kolam fakultatif I dan II lebih sedikit daripada kolam fakultatif III dan IV. Waktu tinggal limbah di kolam fakultatif III dan IV mencapai waktu tinggal maksimum sementara waktu tinggal limbah di kolam fakultatif I dan II tidak. Hal ini dikarenakan nilai efisiensi referensi untuk kolam fakultatif I dan II dengan kolam fakultatif III dan IV berbeda. Nilai efisiensi penurunan beban limbah BOD dipengaruhi oleh variabel waktu tinggal, dimana semakin lama waktu tinggal limbah semakin besar nilai efisiensinya. Nilai efisiensi setiap kolam mendekati nilai efisiensi referensi untuk kolam fakultatif I dan II. Daya yang digunakan oleh aerator dipengaruhi oleh beban limbah BOD yang diolah sehingga daya aerator yang digunakan pada kolam fakultatif I dan II lebih kecil daripada daya aerator yang digunakan pada kolam fakultatif III dan IV. Model matematika optimasi multi-objektif penurunan beban limbah BOD pada IPAL dapat digunakan untuk menentukan banyaknya beban limbah BOD optimal yang dapat diolah dan waktu tinggal optimal limbah. Debit air limbah yang masuk ke IPAL dapat mempengaruhi lama waktu tinggal dan efisiensi penurunan beban limbah BOD.

#### Referensi

- [1] D. Mara, *Domestic wastewater treatment in developing countries*. UK: Earthscan, 2004.
- [2] W. B. Suyasa, *Pencemaran Air dan Pengolahan Air Limbah*. Bali: Udayana University Press, 2015.
- [3] R. C. Umaly and L. A. Cuvin, *Limnology: Laboratory and field guide psyco-chemical factors, biology factors*. Manila: Natinal Book Store Publ, 1988.
- [4] Metcalf and Eddy, *Wastewater and Engineering 3rd ed*. Singapore: McGraw Hill International Engineering, 1991.
- [5] S. A. Ong, K. Uchiyama, X. Q. N. Nguyen, and C. Yoo, "Treatment of Azo Dye Acid Orange 7 Containing Wastewater Using Up-Flow Constructed Wetland With And Without Supplementary Aeration," *Bioresour. Technol.*, vol. 101, pp. 9049–9057, 2010.
- [6] J. Pan, H. Fei, S. Song, F. Yuan, and L. Yu, "Effects Of Intermittent Aeration On Pollutants Removal In Subsurface Wastewater Infiltration System," *Bioresour. Technol.*, vol. 191, pp. 327–331, 2015.
- [7] F. Cortés Martínez, A. Treviño Cansino, A. Sáenz López, J. L. González Barrios, and F. J. De La Cruz Acosta, "Mathematical modeling and optimization in the design of a maturation pond," *J. Appl. Res. Technol.*, vol. 14, no. 2, pp. 93–100, 2016, doi: 10.1016/j.jart.2016.04.004.
- [8] F. C. Martínez, A. T. Cansino, M. A. A. García, V. Kalashnikov, and R. L. Rojas, "Mathematical analysis for the optimization of a design in a facultative pond: Indicator organism and organic matter," *Math. Probl. Eng.*, vol. 2014, pp. 1–12, 2014, doi: 10.1155/2014/652509.
- [9] E. S. Tejaswini, S. Panjawni, U. B. B. Gara, and S. R. Ambati, "Multi-objective optimization based controller design for improved wastewater treatment plant operation," *Environ. Technol. Innov.*, vol. 23, pp. 1–12, 2021.

- [10] P. E. Campana, M. Mainardis, A. Moretti, and M. Cottes, "100% renewable wastewater treatment plants techno economic.pdf," *Energy Convers. Manag.*, vol. 239, pp. 1–13, 2021.
- [11] H. T. Nguyen, U. Safder, X. Q. N. Nguyen, and C. Yoo, "Multi-objective decision making and optimal sizing to meet the dynamic energy demand of wastewater treatment plant," *Energy*, vol. 191, pp. 1–18, 2020.
- [12] N. Shamloo, E. Bakhtavar, K. Hewage, and R. Sadiq, "Optimization of hydraulic fracturing wastewater management alternatives: A hybrid multi-objective linear programming model," *J. Clean. Prod.*, vol. 286, 2021, doi: 10.1016/j.jclepro.2020.124950.
- [13] H. Liu *et al.*, "Optimizations on supply and distribution of dissolved oxygen in constructed wetlands: A review," *Bioresour. Technol.*, vol. 214, pp. 797–805, 2016, doi: 10.1016/j.biortech.2016.05.003.
- [14] R. Hreiz, N. Roche, B. Benyahia, and M. A. Latifi, "Chemical Engineering Research and Design Multi-objective optimal control of small-size wastewater treatment plants," *Chem. Eng. Res. Des.*, vol. 102, pp. 345–353, 2015.
- [15] F. Fang, B. Ni, W. Li, G. Sheng, and H. Yu, "A simulation-based integrated approach to optimize the biological nutrient removal process in a full-scale wastewater treatment plant," *Chem. Eng. J.*, vol. 174, no. 2–3, pp. 635–643, 2011, doi: 10.1016/j.cej.2011.09.079.
- [16] L. Changqing, L. Shuai, and Z. Feng, "The oxygen transfer efficiency and economic cost analysis of aeration system in municipal wastewater treatment plant," *Energy Procedia*, vol. 5, pp. 2437–2443, 2011, doi: 10.1016/j.egypro.2011.03.419.
- [17] R. Sibil, M. Berkun, and S. Bekiroglu, "The comparison of different mathematical methods to determine the BOD parameters, a new developed method and impacts of these parameters variations on the design of WWTPs," *Appl. Math. Model.*, vol. 38, no. 2, pp. 641–658, 2014, doi: 10.1016/j.apm.2013.07.013.
- [18] S. Ihsan Wira and S. Sunarsih, "Facultative Stabilization Pond: Measuring Biological Oxygen Demand using Mathematical Approaches," *E3S Web Conf.*, vol. 31, pp. 1–4, 2018, doi: 10.1051/e3sconf/20183105009.
- [19] S. Sunarsih, Purwanto, and W. S. Budi, "Modeling of Domestic Wastewater Treatment Facultative Stabilization Ponds," *Int. J. Technol.*, vol. 4, pp. 689–698, 2015.
- [20] Sunarsih, Widowati, Kartono, and Sutrisno, "Mathematical Analysis for the Optimization of Wastewater Treatment Systems in Facultative Pond Indicator Organic Matter," *E3S Web Conf.*, vol. 31, pp. 2017–2019, 2018, doi: 10.1051/e3sconf/20183105008.
- [21] S. Sunarsih, D. P. Sasongko, and S. Sutrisno, "Process Improvement on Domestic Wastewater Treatment Stabilization Ponds by Using Mathematical Optimization Approach," *Matematika*, vol. 35, no. 2, pp. 171–176, 2019, doi: 10.11113/matematika.v35.n2.1157.
- [22] Sunarsih and Sutrisno, "Multi-period Quadratic Programming Model for Sewon-Bantul Facultative Ponds Optimization," *Adv. Sci. Technol. Eng. Syst.*, vol. 4, no. 6, pp. 397–401, 2019, doi: 10.25046/aj040650.