

## Bilangan Terhubung Titik Pelangi Kuat Graf Octa-Chain ( $OC_m$ )

Nisky Imansyah Yahya<sup>1\*</sup>, Karina Anselia Mamonto<sup>1</sup>, Nurwan<sup>1</sup>, Lailany Yahya<sup>1</sup>,  
Djihad Wungguli<sup>1</sup>, La Ode Nashar<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Program Studi Matematika, Universitas Negeri Gorontalo, Bone Bolango 96119, Indonesia

<sup>2</sup> Program Studi Statistika, Universitas Negeri Gorontalo, Bone Bolango 96119, Indonesia

\*Penulis Korespondensi. Email: [nisky@ung.ac.id](mailto:nisky@ung.ac.id)

---

### Abstrak

Graf Octa-Chain ( $OC_m$ ) adalah graf yang dibentuk dari modifikasi graf lingkaran  $C_8$  dengan menambahkan suatu sisi yang menghubungkan titik-titik tengah di  $C_8$ . Banyaknya warna minimum yang digunakan untuk mewarnai titik-titik dalam sebuah graf sehingga setiap dua titik terdapat lintasan pelangi disebut bilangan terhubung titik pelangi yang dinotasikan dengan  $rvc(G)$ . Sedangkan banyaknya warna minimum yang digunakan untuk mewarnai titik-titik dalam sebuah graf sehingga setiap dua titik selalu dihubungkan dengan lintasan pelangi disebut bilangan terhubung titik pelangi kuat dan dinotasikan dengan  $srvc(G)$ . Penelitian ini bertujuan untuk menentukan bilangan terhubung titik pelangi ( $rvc$ ) dan bilangan terhubung titik pelangi kuat ( $srvc$ ) pada graf Octa-Chain ( $OC_m$ ). Hasilnya yang diperoleh dari penelitian ini bilangan terhubung titik pelangi  $rvc(OC_m) = 2m$  dan bilangan terhubung titik pelangi kuat dengan  $srvc(OC_m) = 2m$ .

**Kata Kunci:** Graf Octa-Chain; Bilangan Terhubung Titik Pelangi; Bilangan Terhubung Titik Pelangi Kuat

### Abstract

An Octa-Chain graph ( $OC_m$ ) is a graph formed by modifying the cycle graph  $C_8$  by adding an edge connecting the midpoints in  $C_8$ . The minimum number of colors used to color the vertices in a graph so that every two vertices have a rainbow path is called the rainbow vertex-connected number denoted by  $rvc(G)$ . While the minimum number of colors used to color the vertices in a graph so that every two vertices are always connected by a rainbow path is called a strong rainbow vertex connected number and is denoted by  $srvc(G)$ . This study aims to determine the rainbow vertex-connected number ( $rvc$ ) and the strong rainbow-vertex-connected number ( $srvc$ ) in the Octa-Chain graph ( $OC_m$ ). The results obtained from this research are the rainbow vertex-connected number  $rvc(OC_m) = 2m$  and the strong rainbow-vertex-connected number  $srvc(OC_m) = 2m$ .

**Keywords:** Octa-Chain Graph; Rainbow Vertex-Connected Number; Strong Rainbow-Vertex-Connected Number

---

## 1. Pendahuluan

Teori graf merupakan salah satu cabang dalam ilmu matematika yang mempelajari sifat-sifat yang dimiliki suatu graf. Graf sering digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit pada matematika dengan tujuan membantu memvisualisasi suatu objek agar lebih mudah dimengerti. Dalam graf, objek direpresentasikan dalam himpunan titik dan himpunan sisi. Masalah dalam teori graf yang pertama kali dikaji adalah masalah di jembatan Konigsberg oleh ilmuwan matematika yang bernama Leonhard Euler pada tahun 1736 [1].

Graf memiliki beberapa bidang kajian yang sering dikaji untuk dijadikan topik dalam penelitian diantaranya pelabelan, *matching*, dan masalah lintasan terpendek. Suatu pemetaan atau fungsi yang memasang unsur-unsur graf baik titik ataupun sisi dengan bilangan positif disebut dengan pelabelan graf [2]. Jika domain dari pemetaan tersebut merupakan himpunan titik maka disebut

pelabelan titik (*vertex labeling*), sedangkan jika domain dari pemetaan tersebut merupakan himpunan sisi maka disebut pelabelan sisi (*edge labeling*) dan jika domainnya merupakan gabungan himpunan titik dan sisi maka disebut pelabelan total (*total labeling*) [3].

Topik pelabelan graf yang semakin berkembang salah satunya adalah pewarnaan graf. Pewarnaan graf merupakan pemberian warna secara langsung kepada suatu graf seperti warna merah, kuning, dan hijau. Bisa juga dengan menggunakan bilangan untuk mewakili warna yang digunakan. Pewarnaan terdiri atas pewarnaan titik (*vertex coloring*), pewarnaan sisi (*edge coloring*), dan pewarnaan wilayah (*region coloring*) [4].

Salah satu konsep pewarnaan graf yaitu pewarnaan pelangi. Pewarnaan pelangi yang terkait dengan konsep keterhubungan graf menjadi asal muasal dari bilangan terhubung pelangi. Bilangan terhubung pelangi sendiri pertama kali diperkenalkan oleh Chartrand *et al.* [5] yang menjelaskan mengenai bilangan terhubung pelangi sebagai minimum warna yang digunakan untuk mewarnai sisi dalam graf sedemikian sehingga setiap dua titik terhubung dengan lintasan pelangi. Kemudian Krivelevich [6] mengembangkan bilangan terhubung titik pelangi sebagai minimum warna yang digunakan untuk mewarnai titik dalam graf sedemikian sehingga setiap dua titik terhubung dengan lintasan pelangi. Selanjutnya Li [7] mengembangkan bilangan terhubung titik pelangi kuat sebagai minimum warna yang digunakan untuk mewarnai titik dalam graf sedemikian sehingga setiap dua titik selalu terhubung dengan lintasan pelangi. Selain itu beberapa penelitian relevan terkait bilangan terhubung titik pelangi diantaranya adalah bilangan keterhubungan titik pelangi kuat pada graf oleh Afifuddin dan Budayasa [8], bilangan terhubung titik pelangi pada graf hasil operasi korona graf prisma ( $P_{m,2}$ ) dan graf lintasan ( $P_3$ ) oleh Lihawa *et al.* [9], *the rainbow (vertex) connection number of pencil graphs* oleh Simamora dan Salman [10], *the rainbow vertex-connection number of star fan graphs* oleh Bustan dan Salman [11], serta *rainbow vertex connection number and strong rainbow vertex connection number on slinky graph ( $Sl_n C_4$ )* yang dibahas oleh Akadji *et al.* [12].

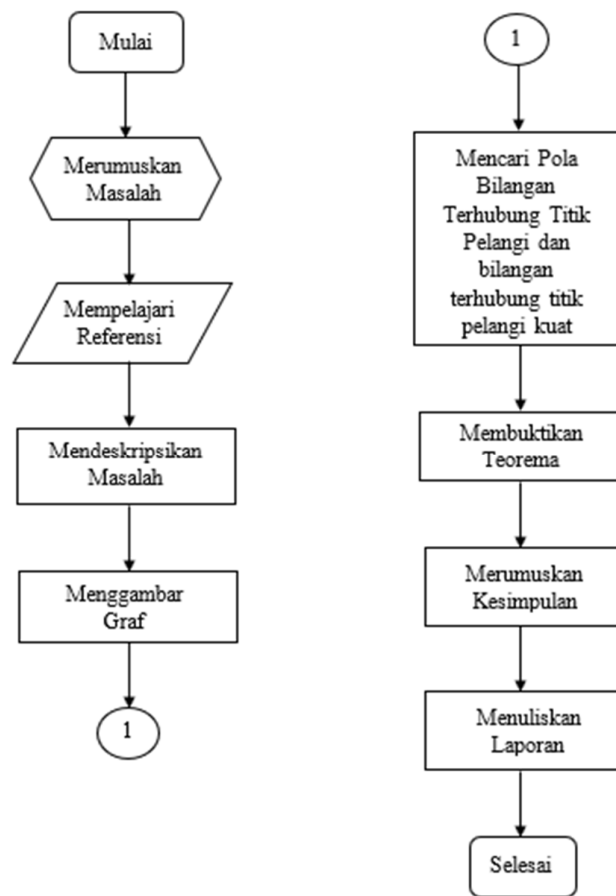
Pada penelitian ini ditentukan dan dibuktikan bilangan terhubung titik pelangi pelangi (*rainbow vertex connection*) atau  $rvc(G)$  dan bilangan terhubung titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) atau  $srvc(G)$  pada graf *Octa-Chain*. Graf *Octa-Chain* merupakan graf yang dibentuk dari modifikasi dari graf lingkaran  $C_8$  dengan menambahkan suatu sisi yang menghubungkan titik-titik tengah di  $C_8$  dimana titik-titiknya akan diwarnai dengan minimum warna- $k$  sehingga menghasilkan lintasan pelangi.

## 2. Metode Penelitian

Pada penelitian ini metode penelitian yang digunakan adalah metode studi literatur dimana sumber penelitian menggunakan berupa buku, *textbook*, dan artikel ilmiah. Tujuan studi literatur ini adalah untuk memperoleh informasi mengenai hal-hal yang berkaitan dengan graf dan bilangan terhubung titik pelangi pelangi serta bilangan terhubung titik pelangi kuat yang dibutuhkan untuk menyelesaikan penelitian ini.

Dalam penelitian ini, graf yang digunakan adalah graf sederhana, terbatas, dan berhingga. Notasi dan terminologi graf yang digunakan dalam penelitian ini sesuai dengan Diestel [13]. Graf sederhana yaitu graf yang tidak memiliki sisi rangkap dan loop. Graf terbatas artinya graf yang digunakan adalah graf yang himpunan titik dan simbolnya terbatas dan dapat disimbolkan misal  $(v_1, v_2, v_3, \dots, v_n)$ , sedangkan graf berhingga artinya jumlah titik dari graf yang digunakan berhingga misalkan graf dengan  $n$  buah titik. Adapun graf yang digunakan pada penelitian ini adalah graf *Octa-Chain* ( $OC_m$ ).

Untuk memperoleh hasil yang tepat maka diperlukan beberapa langkah penelitian yang perlu dilakukan. Adapun langkah-langkah tersebut disajikan dalam bentuk diagram alir pada Gambar 1.



**Gambar 1.** Diagram Alir Penelitian

Adapun penjelasan yang lebih rinci untuk diagram alir diatas adalah sebagai berikut:

1. Merumuskan masalah yang akan dibahas
2. Mempelajari berbagai referensi baik dari jurnal, buku, textbook, dan artikel ilmiah yang berkaitan dengan masalah yang akan dibahas. Dalam hal ini adalah bilangan terhubung titik pelangi dan bilangan terhubung titik pelangi kuat.
3. Mendeskripsikan masalah untuk menganalisis permasalahan yang ada untuk memperoleh pola dan teorema yang akan dibuktikan. Langkah-langkah yang dibutuhkan untuk menganalisis adalah sebagai berikut :
  - a. Menggambar graf *Octa-Chain* ( $OC_m$ ).
  - b. Mencari pola dari bilangan terhubung titik pelangi (*rainbow vertex connection*) atau  $rvc(G)$  dan bilangan terhubung titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) atau  $srvc(G)$  melalui gambar graf *Octa-Chain* sehingga akan didapatkan pola tentang  $rvc(G)$  dan  $srvc(G)$  terhadap graf *Octa-Chain*.
  - c. Membuktikan teorema tentang bilangan terhubung titik pelangi (*rainbow vertex connection*) atau  $rvc(G)$  dan bilangan terhubung titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) atau  $srvc(G)$  yang telah diperoleh dari pola sebelumnya.
4. Merumuskan kesimpulan berdasarkan hasil-hasil analisis teorema yang telah dibuktikan.

Sebelum masuk ke pembahasan, berikut diberikan beberapa teori yang dijadikan acuan pada bagian pembahasan.

### 2.1 Bilangan Terhubung Titik Pelangi

Bilangan terhubung titik pelangi pertama kali diperkenalkan oleh Krivelevich dan Yuster [6] dan memperoleh hasil yang dinyatakan pada Lemma 1.

**Lemma 1.** Graf berwarna titik  $G$  adalah titik terhubung pelangi jika terdapat dua titik yang dihubungkan oleh lintasan dengan titik yang memiliki warna berbeda. Titik terhubung pelangi dari graf terhubung  $G$  dilambangkan dengan  $rvc(G)$  atau (*rainbow vertex connected*) merupakan jumlah warna terkecil yang diperlukan untuk membuat  $G$  titik terhubung pelangi dimana :

$$rvc(G) \geq diam(G) - 1.$$

### 2.2 Bilangan Terhubung Titik Pelangi Kuat

Li dan Shi [7] memperkenalkan mengenai bilangan terhubung titik pelangi kuat yang dinyatakan pada Lemma 2.

**Lemma 2.** Misalkan  $G$  merupakan graf terhubung tak trivial berorde  $n$ , maka :

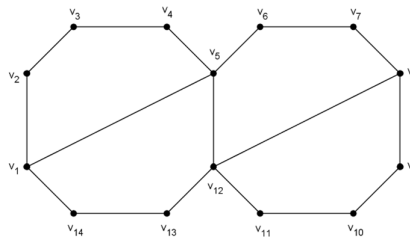
$$diam(G) - 1 \leq rvc(G) \leq srvc(G).$$

## 3. Hasil dan Pembahasan

Graf *Octa-Chain* merupakan adalah graf yang dibentuk dari modifikasi graf lingkaran  $C_8$  dengan menambahkan suatu sisi yang menghubungkan titik-titik tengah di  $C_8$  dimana titik-titiknya akan diwarnai dengan minimum warna- $k$  sehingga menghasilkan lintasan pelangi. Misalkan  $m$  adalah bilangan bulat positif dengan  $m \geq 2$  dan  $OC_m$  adalah graf *Octa-Chain* dengan  $6m+2$  titik. Graf *Octa-Chain* memiliki diameter sebesar  $2m+1$  dan dinotasikan dengan  $diam(G)$ . Graf *Octa-Chain* ( $OC_m$ ) terbentuk dari himpunan titik dan sisi yang dikonstruksikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} V(G) &= \{v_i | i \in [1, 6m + 2]\} \\ U(G) &= \{v_i v_{i+1} | i \in [1, 6m + 2]\} \cup \\ &\quad \{v_5, v_1\} \cup \{v_{3i-1}, v_{6m-3i+9} \mid i \in [3, m + 1]\} \\ &\quad \{v_2, v_1\} \cup \{v_{3i-1}, v_{6m-3i+6} \mid i \in [2, m + 1]\} \end{aligned}$$

Dari pendefinisian himpunan titik dan sisi diatas, maka sebuah graf *Octa-Chain* dapat dikonstruksikan dengan titik  $v_i$  sebanyak  $6m + 2$  titik dan  $6m + 2$  sisi. Selanjutnya konstruksi graf *Octa-Chain* dilanjutkan dengan menggambarkan bagian sisi *chain* yang menjadi penghubung graf *Octa-Chain*. Untuk lebih jelasnya konstruksi dari gambar graf *Octa-Chain* dapat dilihat pada gambar graf  $OC_2$  berikut:



**Gambar 2.** Graf  $OC_2$

### 3.1 Bilangan Terhubung Titik Pelangi Graf Octa-Chain ( $OC_m$ )

Pembahasan tentang bilangan terhubung titik pelangi graf *Octa-Chain* ( $OC_m$ ) dinyatakan pada Teorema 3 beserta pembuktiannya.

**Teorema 3.** Misalkan  $m$  merupakan bilangan bulat positif dimana  $m \geq 2$  dan  $OC_m$  adalah graf *Octa-Chain*, maka

$$rvc(G) = 2m.$$

**Bukti:**

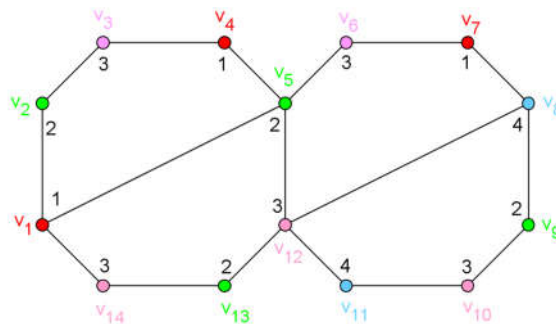
Didefinisikan pewarnaan  $c: V(G) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 2m\}$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned} v_i &= i, i \in [1, 3] \\ v_{3i+1} &= 1, i \in [1, m] \\ v_{3i-1} &= 2i - 2, i \in [2, m + 1] \\ v_{3i} &= 2i - 1, i \in [2, m] \\ v_{3m+3} &= 2 \\ v_{3i-1} &= 2m, i = m + 2 \\ v_{3i-2} &= 2m - 1, i = m + 2 \end{aligned}$$

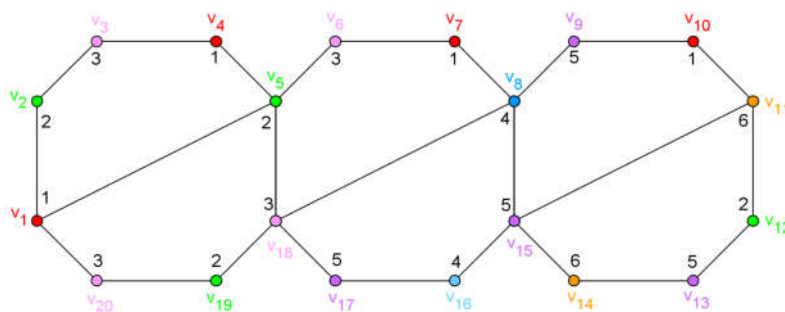
$$v_{6m-3i+6}, v_{6m-3i+8} = 2i - 1, i \in [2, m]$$

$$v_{6m-3i+7} = 2i - 2, i \in [2, m]$$

Pewarnaan titik pelangi graf *Octa-Chain*  $OC_2, OC_3$  berturut-turut ditampilkan pada Gambar 3 dan Gambar 4.



**Gambar 3.** Pewarnaan titik pelangi graf  $OC_2$



**Gambar 4.** Pewarnaan titik pelangi graf  $OC_3$

Lintasan pelangi untuk setiap pasang titik  $x, y \in V(G)$  dengan pewarnaan  $c$  pada graf *Octa-Chain* ( $OC_m$ ) dapat dilihat pada Tabel 1.

**Tabel 1.** Lintasan Pelangi graf Octa-Chain ( $OC_m$ )

Kasus	x	y	Kondisi	Lintasan Titik Pelangi
1	$v_{3i-3}$	$v_{3i+1}$	$i \in [2, m]$	$v_{3i-3}, v_{3i-2}, v_{3i-1}, v_{3i}, v_{3i+1}$
2	$v_{3i-3}$	$v_{3j+1}$	$i \in [2, m-1],$ $j \in [3, m]$ $i \leq j, m \geq 3$	$v_{3i-3}, v_{3i-2}, v_{3i-1}, v_{6m-3i+6}, \dots,$ $v_{3j-1}, v_{3j}, v_{3j+1}$
3	$v_{3i-3}$	$v_{6m-3j+3}$	$i, j \in [2, m],$ $i \leq j$	$v_{3i-3}, v_{3i-2}, v_{3i-1}, v_{6m-3i+6}, \dots,$ $v_{3j+2}, v_{6m-3j+3}$
4	$v_{3i-3}$	$v_{6m-3j+4}$	$i, j \in [2, m],$ $i \leq j$	$v_{3i-3}, v_{3i-2}, v_{3i-1}, v_{6m-3i+6}, \dots,$ $v_{6m-3j+5}, v_{6m-3j+4}$
5	$v_{3i-3}$	$v_{6m-3i+7}$	$i \in [2, m+1]$	$v_{3i-3}, v_{3i-2}, v_{3i-1}, v_{6m-3i+6},$ $v_{6m-3i+7}$
6	$v_4$	$v_{6m+2}$		$v_4, v_5, v_1, v_{6m+2}$
7	$v_{3i+1}$	$v_{6m-3i+5}$	$i \in [2, m]$	$v_{3i+1}, v_{3i+2}, v_{6m-3i+6}, v_{6m-3i+5}$
8	$v_{3i}$	$v_{6m-3i+7}$	$i \in [2, m]$	$v_{3i}, v_{3i-1}, v_{6m-3i+6}, v_{6m-3i+7}$
9	$v_7$	$v_{6m+2}$		$v_7, v_6, v_5, v_1, v_{6m+2}$
10	$v_{3i+1}$	$v_{6m-3i+8}$	$i \in [3, m]$ $m \geq 3$	$v_{3i+1}, v_{3i}, v_{3i-1}, v_{6m-3i+9},$ $v_{6m-3i+8}$
11	$v_{3i+1}$	$v_{6m-3i+11}$	$i \in [3, m]$ $m \geq 3$	$v_{3i+1}, v_{3i}, v_{3i-1}, v_{6m-3i+9}, \dots,$ $v_{6m-3i+10}, v_{6m-3i+11}$
12	$v_{3i-1}$	$v_{6m-3j+14}$	$i, j \in [4, m],$ $i \leq j, m \geq 4$	$v_{3i+1}, v_{3i}, v_{3i-1}, v_{6m-3j+9}, v_{3i-4},$ $\dots, v_{6m-3j+12}, v_{6m-3j+13},$ $v_{6m-3j+14}$
13	$v_{6m-3i+8}$	$v_{6m-3i+4}$	$i \in [2, m]$	$v_{6m-3i+8}, \dots, v_{6m-3i+5}, v_{6m-3i+4}$
14	$v_{6m-3i+8}$	$v_{6m-3j+4}$	$i, j \in [2, m],$ $i < j$	$v_{6m-3i+8}, v_{6m-3i+7}, v_{6m-3i+6},$ $v_{3i+2}, \dots, v_{6m-3j+6},$ $v_{6m-3j+5}, v_{6m-3j+4}$
15	$v_{6m-3i+8}$	$v_{6m-3j+3}$	$i, j \in [2, m],$ $i \leq j$	$v_{6m-3i+8}, v_{6m-3i+7}, v_{6m-3i+6},$ $v_{3i+2}, v_{6m-3i+3}, \dots, v_{3j+2},$ $v_{6m-3j+3}$
16	$v_{3i-3}$	$v_{6m-3j+3}$	$i, j \in [2, m],$ $i \leq j$	$v_{3i-3}, v_{6m-3i+6}, v_{3i+2}, v_{6m-3i+3},$ $\dots, v_{3j+5}, v_{6m-3j+3}$
17	$v_2$	$v_{6m-3j+3}$	$i, j \in [2, m],$ $i \leq j$	$v_2, v_1, v_{3i-1}, v_{6m-3i+6}, \dots, v_{3j+2},$ $v_{6m-3j+3}$

Berdasarkan Tabel 1 terlihat bahwa setiap pasang titik  $x, y \in V(G)$  memiliki lintasan pelangi dengan pewarnaan  $c$  pada graf *Octa-Chain* ( $OC_m$ ). Jadi, terbukti bahwa  $rvc(OC_m) = 2m$ . ■

### 3.2 Bilangan Terhubung Titik Pelangi Kuat Graf Octa-Chain ( $OC_m$ )

Pembahasan tentang bilangan terhubung titik pelangi kuat graf *octa-chain* ( $OC_m$ ) disajikan pada Teorema 4.

**Teorema 4.** Misalkan  $m$  merupakan bilangan bulat positif dimana  $m \geq 2$  dan  $OC_m$  adalah graf Octa-Chain, maka

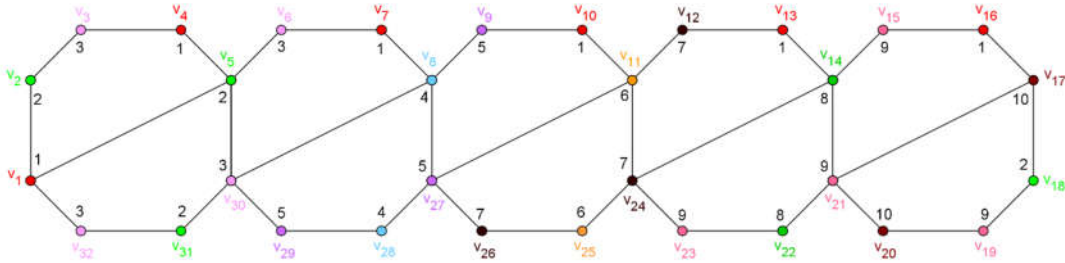
$$srvc(G) = rvc(G) = 2m.$$

**Bukti:**

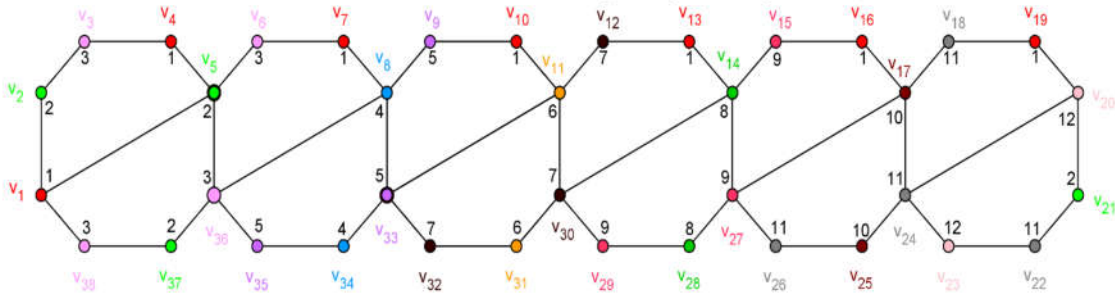
Didefinisikan pewarnaan  $c: V(G) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 2m\}$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
v_i &= i, i \in [1,3] \\
v_{3i+1} &= 1, i \in [1, m] \\
v_{3i-1} &= 2i - 2, i \in [2, m + 1] \\
v_{3i} &= 2i - 1, i \in [2, m] \\
v_{3m+3} &= 2 \\
v_{3i-1} &= 2m, i = m + 2 \\
v_{3i-2} &= 2m - 1, i = m + 2 \\
v_{6m-3i+6}, v_{6m-3i+8} &= 2i - 1, i \in [2, m] \\
v_{6m-3i+7} &= 2i - 2, i \in [2, m]
\end{aligned}$$

Pewarnaan titik pelangi graf *Octa-Chain*  $OC_5$ , dan  $OC_6$  berturut-turut ditampilkan pada Gambar 5 dan Gambar 6.



**Gambar 5.** Pewarnaan titik pelangi kuat graf  $OC_5$



**Gambar 6.** Pewarnaan titik pelangi graf  $OC_6$

Lintasan pelangi untuk setiap pasang titik  $x, y \in V(G)$  dengan pewarnaan  $c$  pada graf Octa-Chain ( $OC_m$ ) dapat dilihat pada Tabel 2.

**Tabel 2.** Lintasan pelangi kuat graf Octa-Chain ( $OC_m$ )

Kasus	$x$	$y$	Kondisi	Lintasan Titik Pelangi Kuat
1	$v_{3i-3}$	$v_{3i+3}$	$i \in [2, m]$	$v_{3i-3}, v_{3i-2}, v_{3i-1}, v_{3i}, v_{3i+1}$
2	$v_{3i-3}$	$v_{3j+1}$	$i \in [2, m - 1],$ $j \in [3, m]$ $i \leq j, m \geq 3$	$v_{3i-3}, v_{3i-2}, v_{3i-1}, v_{6m-3i+6}, \dots,$ $v_{3j-1}, v_{3j}, v_{3j+1}$
3	$v_{3i-3}$	$v_{6m-3j+3}$	$i, j \in [2, m],$ $i \leq j$	$v_{3i-3}, v_{3i-2}, v_{3i-1}, v_{6m-3i+6}, \dots,$ $v_{3j+2}, v_{6m-3j+3}$
4	$v_{3i-3}$	$v_{6m-3j+4}$	$i, j \in [2, m],$ $i \leq j$	$v_{3i-3}, v_{3i-2}, v_{3i-1}, v_{6m-3i+6}, \dots,$ $v_{6m-3j+5}, v_{6m-3j+4}$
5	$v_3$	$v_{6m+1}$		$v_3, v_2, v_1, v_{6m+2}, v_{6m+1}$
6	$v_{3i}$	$v_{6m-3i+4}$	$i \in [2, m]$	$v_{3i}, v_{3i-1}, v_{6m-3i+6}, v_{6m-3i+5},$

Kasus	$x$	$y$	Kondisi	Lintasan Titik Pelangi Kuat $v_{6m-3i+4}$
7	$v_{3i-3}$	$v_{6m-3i+7}$	$i \in [2, m]$	$v_{3i-3}, v_{3i-2}, v_{3i-1}, v_{3i-3},$ $v_{6m-3i+6}, v_{6m-3i+7}$
8	$v_4$	$v_{6m+2}$		$v_4, v_5, v_1, v_{6m+2}$
9	$v_{3i+1}$	$v_{6m-3i+5}$	$i \in [2, m]$	$v_{3i+1}, v_{3i+2}, v_{6m-3i+6}, v_{6m-3i+5}$
10	$v_{3i}$	$v_{6m-3i+7}$	$i \in [2, m]$	$v_{3i}, v_{3i-1}, v_{6m-3i+6}, v_{6m-3i+7}$
11	$v_7$	$v_{6m+2}$		$v_7, v_6, v_5, v_1, v_{6m+2}$
12	$v_{3i+1}$	$v_{6m-3i+8}$	$i \in [3, m],$ $m \geq 3$	$v_{3i+1}, v_{3i}, v_{3i-1}, v_{6m-3i+9},$ $v_{6m-3i+8}$
13	$v_{3i+1}$	$v_{6m-3i+8}$	$i \in [2, m]$	$v_{3i+1}, v_{3i+2}, v_{6m-3i+7}, v_{6m-3i+8}$
14	$v_{3i+1}$	$v_{6m-3i+11}$	$i \in [3, m],$ $m \geq 3$	$v_{3i+1}, v_{3i}, v_{3i-1}, v_{6m-3i+9}$ $v_{6m-3i+10}, v_{6m-3i+11}$
15	$v_{3i-1}$	$v_{6m-3j+14}$	$i, j \in [4, m],$ $i \leq j, m \geq 4$	$v_{3i+1}, v_{3i}, v_{3i-1}, v_{6m-3j+9}, v_{3i-4},$ $\dots, v_{6m-3j+12}, v_{6m-3j+13},$ $v_{6m-3j+14}$
16	$v_{6m-3i+8}$	$v_{6m-3i+4}$	$i \in [2, m]$	$v_{6m-3i+8}, \dots, v_{6m-3i+5}$ $v_{6m-3i+6},$
17	$v_{6m-3i+8}$	$v_{6m-3j+4}$	$i, j \in [2, m],$ $i < j$	$v_{6m-3i+8}, v_{6m-3i+7}, v_{6m-3i+6},$ $v_{3i+2}, \dots, v_{6m-3j+6},$ $v_{6m-3j+5}, v_{6m-3j+4}$
18	$v_{6m-3i+8}$	$v_{6m-3j+3}$	$i, j \in [2, m],$ $i \leq j$	$v_{6m-3i+8}, v_{6m-3i+7}, v_{6m-3i+6},$ $v_{3i+2}, v_{6m-3i+3}, \dots, v_{3j+2}$ $v_{6m-3j+3}$
19	$v_{3i-3}$	$v_{6m-3j+3}$	$i, j \in [2, m],$ $i \leq j$	$v_{3i-3}, v_{6m-3i+6}, v_{3i+2}, v_{6m-3i+3},$ $\dots, v_{3j+5}, v_{6m-3j+3}$
20	$v_2$	$v_{6m-3j+3}$	$i, j \in [2, m],$ $i \leq j$	$v_2, v_1, v_{3i-1}, v_{6m-3i+6}, \dots, v_{3j+2},$ $v_{6m-3j+3}$

Berdasarkan Tabel 2 terlihat bahwa setiap pasang titik  $x, y \in V(G)$  selalu memiliki lintasan pelangi dengan pewarnaan  $c$  pada graf *Octa-Chain* ( $OC_m$ ). Jadi, terbukti bahwa  $rvc(OC_m) = srvc(OC_m) = 2m$ . ■

#### 4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan penelitian menunjukkan bahwa bilangan terhubung titik pelangi dari graf *Octa-Chain* adalah  $2m$  dan bilangan terhubung titik pelangi kuat dari graf *Octa-Chain* adalah  $2m$ , dimana  $m$  merupakan bilangan bulat positif dan  $m \geq 2$ .

#### Referensi

- [1] R. Munir, *Matematika Diskrit*, Bandung: Informatika, 2010.
- [2] I. K. Budayasa, *Teori Graph dan Aplikasinya*, Surabaya: UNESA University Press, 2007.
- [3] J. A. Gallian, "A Dynamic Survey Of Graph Labelling," *Electronic Journal of Combinatorics*, 2018.
- [4] M. Kubale, *Graph Coloring*, AMS Bookstore, 2004.



- [5] G. Chartrand, G. L. Johns, K. A. McKeon and P. Zhang, "Rainbow connection in graphs," *Mathematica Bohemica*, vol. 133, no. 1, pp. 85-98, 2008.
- [6] M. Krivelevich and R. Yuster, "The Rainbow Connection of a Graph Is (at Most) Reciprocal to Its Minimum Degree," *Journal of Graph Theory*, vol. 07, pp. 84-99, 2009.
- [7] X. Li, Y. Mao and Y. Shi, "The strong rainbow vertex connection of graphs," *Utilitas Mathematica*, vol. 93, pp. 213-223, 2014.
- [8] M. Afifuddin and I. K. Budayasa, "Bilangan Keterhubungan Titik Pelangi Kuat Pada Graf," *MATH Unesa Jurnal Ilmiah Matematika*, vol. 10, no. 1, pp. 33-40, 2022. doi: <https://doi.org/10.26740/mathunesa.v10n1.p33-40>
- [9] I. Lihawa, S. Ismail, I. K. Hasan, L. Yahya, S. K. Nasib and N. I. Yahya, "Bilangan Terhubung Titik Pelangi pada Graf Hasi Operasi Korona Graf Prisma (Pm,2) dan Graf Lintasan," *Jambura. J. Math.*, vol. 4, no. 1, pp. 145-151, 2022. doi: <https://doi.org/10.34312/jjom.v4i1.11826>
- [10] D. N. Simamora and A. Salman, "The Rainbow (Vertex) Connection Number of Pencil Graphs," *Procedia Computer Science*, vol. 74, pp. 138-142, 2015. doi: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.12.089>
- [11] A. W. Bustan and A. Salman, "The Rainbow Vertex-Connection Number of Star Fan Graphs," *CAUCHY-Jurnal Matematika Murni dan Aplikasi*, vol. 5, no. 3, pp. 112-116, 2018. doi: <https://doi.org/10.18860/ca.v5i3.5516>
- [12] A. F. Akadji, M. R. Katili, S. K. Nasib and N. I. Yahya, "Rainbow vertex connection number and strong rainbow vertex connection number on slinky graph (SlnC4)," *DESIMAL: Jurnal Matematika*, vol. 4, pp. 123-132, 2021. doi: <https://doi.org/10.24042/djm.v4i2.7276>
- [13] R. Diestel, *Graph Theory*, 4th Edition, Springer, 2010.