

Koneksi Analisis Riil dan Matematika Sekolah: Identifikasi pada Mahasiswa Calon Guru Matematika

Khamida Siti Nur Atiqoh^{1*}, M. Hafiz²

^{1,2}Prodi Pendidikan Matematika, UIN Syarif Hidayatullah Jakarta, Jl. Ir. H. Juanda No.95, Banten, Indonesia

*Penulis Korespondensi. Email: khamida.siti@uinjkt.ac.id

Abstrak

Terdapat gap yang cukup berarti antara matematika sekolah menengah dengan mata kuliah matematika di universitas. Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi bagaimana pemahaman mahasiswa pendidikan matematika tentang koneksi antara topik pada Analisis Riil dengan konten matematika sekolah. Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deskriptif kualitatif dengan subjek penelitian mahasiswa calon guru matematika yang sedang mengikuti mata kuliah Analisis Riil. Analisis data dilakukan dalam 3 tahap yaitu: kondensasi data (reduksi data), penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Koneksi antar konsep antara topik-topik Analisis Riil dan matematika pada sekolah menengah dikategorisasi berdasarkan kategorisasi koneksi matematika oleh Suominen. Temuan penelitian mengungkapkan bahwa mahasiswa calon guru matematika mempunyai keterbatasan dalam mengidentifikasi koneksi antara Analisis Riil dengan topik matematika sekolah. Koneksi yang diidentifikasi mahasiswa terbatas hanya pada ide-ide umum. Perlu disiapkan sebuah metode pembelajaran terstruktur pada mata kuliah Analisis Riil yang dapat memfasilitasi kesenjangan antara matematika universitas dan matematika sekolah.

Kata Kunci: Koneksi; Analisis Riil; Matematika Sekolah

Abstract

There is a significant gap between secondary school mathematics and university mathematics courses. This study aims to identify how mathematics education students understand the connection between topics in Real Analysis and school mathematics content. The research method used in this study is a qualitative descriptive method with the research subjects being students who are pre-service mathematics teachers who are taking the Real Analysis course. Data analysis was carried out in 3 stages, namely: data condensation (data reduction), data presentation, and drawing conclusions. Concept-by-concept connections between Real Analysis topics and mathematics in secondary schools are categorized based on Suominen's categorization of mathematical connections. The research findings reveal that pre-service teachers have limitations in identifying the connections between Real Analysis and school mathematics topics. The connections that students identified were limited to general ideas. It is necessary to prepare a structured learning method in the Real Analysis course that can facilitate the gap between university mathematics and school mathematics.

Keywords: Connections; Real Analysis; School Mathematics

1. Pendahuluan

Analisis Riil merupakan salah satu mata kuliah wajib bagi mahasiswa calon guru matematika di Perguruan Tinggi Lembaga Pendidikan Tenaga Kependidikan (LPTK). Berdasarkan Rencana Pembelajaran Semester (RPS) program studi Pendidikan Matematika UIN Syarif Hidayatullah Jakarta, tujuan mata kuliah Analisis Riil adalah agar mahasiswa mampu bernalar secara analisis dan menguasai logika berfikir matematis serta mampu membuktikan teorema-teorema secara analitis dan matematis. Analisis Riil adalah salah satu mata kuliah matematika tingkat lanjut (*advanced mathematics courses*). Materi utama yang dibahas pada mata kuliah ini adalah Sistem Bilangan Riil, Teori Himpunan, Fungsi, Barisan, Limit dan Ruang Metrik. Mata kuliah matematika tingkat lanjut

perlu dipelajari oleh mahasiswa calon guru karena memberikan kesempatan bagi calon guru untuk mempelajari keterampilan pembuktian, pemikiran logis, dan justifikasi matematika sekolah [1]. Akan tetapi penguasaan mahasiswa pada keterampilan-keterampilan tersebut masih tergolong lemah [2].

Penelitian Silius, dkk [3] menyatakan bahwa terdapat gap yang cukup berarti antara matematika sekolah menengah (*secondary school mathematics*) dengan mata kuliah matematika di universitas (*university mathematics*). Hal ini tidak seharusnya terjadi karena salah satu sasaran pendidikan sekolah menengah atas adalah membekali siswa untuk studi universitas, kemudian matematika di universitas dirancang dengan asumsi sebagai lanjutan topik matematika sekolah menengah atas. Akan tetapi tingkat keabstrakan matematika pada transisi sekolah-universitas sangat mempengaruhi dan seakan-akan membuat mahasiswa 'kaget' [4] [5].

Gap tersebut tentu mempengaruhi persepsi pada guru matematika sekolah menengah. Banyak guru sekolah menengah telah melaporkan bahwa mata kuliah matematika tingkat lanjut (khususnya Analisis Riil) yang telah diambil di universitas tidak relevan dengan pembelajaran yang mereka lakukan di sekolah [6][7]. Terdapat 5 kemampuan matematika yaitu: 1) pemecahan masalah (*problem solving*), 2) penalaran dan bukti (*reasoning and proof*), 3) komunikasi (*communication*), 5) koneksi (*connection*), dan 6) representasi (*representation*) [8]. Salah satu dari kelima kemampuan tersebut adalah kemampuan koneksi matematis. Jika guru dapat menemukan dan memahami koneksi antara topik pada Analisis Riil dengan konten matematika sekolah, maka tidak akan ada persepsi bahwa mata kuliah matematika tingkat lanjut tidak relevan dengan pembelajaran matematika sekolah.

Salah satu cara untuk menjembatani gap tersebut adalah dengan menyusun dan mengembangkan pembelajaran yang membuat mahasiswa calon guru dapat menemukan dan menggambarkan koneksi antara topik pada Analisis Riil dengan konten matematika sekolah, sehingga mereka dapat menerapkannya kelak ketika menjadi guru matematika. Koneksi antara pembelajaran konten matematika *major* dan *basic* dengan teori-teori harus lebih ditekankan pada saat perkuliahan [3]. Selanjutnya, perkuliahan diharapkan dapat membuat mahasiswa menguasai 5 *mathematical proficiency* sebagai berikut: 1) *conceptual understanding* (pemahaman konsep, operasi, dan relasi matematika), 2) *procedural fluency* (keterampilan dalam melaksanakan prosedur matematis secara fleksibel, akurat, efisien dan tepat), 3) *strategic competence* (kemampuan merumuskan, merepresentasikan, dan memecahkan masalah matematika), 4) *adaptive reasoning* (kapasitas untuk pemikiran logis, refleksi, penjelasan, dan justifikasi) and 5) *productive disposition* (kecenderungan kebiasaan untuk melihat matematika sebagai hal yang masuk akal, berguna, dan berharga, serta keyakinan pada ketekunan dan efikasi diri) [9].

Berdasarkan uraian di atas, perlu dilakukan penelitian untuk menyusun dan mengembangkan kurikulum pembelajaran yang membuat mahasiswa calon guru dapat menemukan dan menerapkan koneksi antara topik pada Analisis Riil dengan konten matematika sekolah. Sebagai langkah awal, perlu dilakukan identifikasi terhadap mahasiswa pendidikan matematika yang sedang mengambil mata kuliah ini tentang bagaimana pemahaman mereka tentang koneksi antara topik pada Analisis Riil dengan konten matematika sekolah.

2. Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deskriptif kualitatif dengan subjek penelitian 30 mahasiswa calon guru matematika yang sedang mengikuti mata kuliah Analisis Riil [10]. Pada tahap pertama dilakukan analisis pendahuluan yang dilaksanakan untuk memetakan topik-topik pada mata kuliah Analisis Riil dan juga memetakan materi-materi matematika tingkat SMP dan SMA. Pemetaan ini penting dilakukan untuk memudahkan kategorisasi yang akan dilakukan.

Pada tahap kedua, dilakukan prosedur penelitian yang melibatkan mahasiswa Pendidikan Matematika sebagai subjek penelitian. Mahasiswa calon guru matematika diberi tugas untuk

mengidentifikasi koneksi antara mata kuliah Analisis Riil dengan topik matematika pada sekolah menengah (SMP dan SMA). Prosedur penelitian yang dilakukan adalah:

- 1) pada pertemuan awal, subjek penelitian dibagi menjadi beberapa kelompok secara acak (1 kelompok terdiri dari 5 mahasiswa),
- 2) setiap kelompok mengidentifikasi dan membuat daftar konten utama pada mata kuliah Analisis Riil yang terdiri dari 14 pertemuan,
- 3) setiap kelompok juga mengidentifikasi topik matematika pada sekolah menengah berdasarkan silabus,
- 4) sebagai langkah terakhir, mereka menggambarkan koneksi antar konsep antara topik-topik Analisis Riil dan matematika pada sekolah menengah.

Adapun diagram alur penelitian yang dilakukan disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram alur penelitian

Analisis data dilakukan dalam 3 tahap yaitu: kondensasi data (reduksi data), penyajian data, dan penarikan kesimpulan [11]. Pada tahap kondensasi data (reduksi data), hasil pekerjaan subjek penelitian diklasifikasikan pada masing-masing kelompok kemudian direduksi pada topik-topik yang berhubungan. Pada tahap penyajian data, data yang telah direduksi disajikan dalam tabel kemudian dianalisa secara deskriptif. Selanjutnya, koneksi antar konsep antara topik-topik Analisis Riil dan matematika pada sekolah menengah dikategorisasi berdasarkan *categorization of mathematical connections* [12] seperti ditampilkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Kategorisasi Koneksi Matematika

Kategori	Deskripsi
<i>Alternative representation</i> (Representasi alternative)	Satu konsep direpresentasikan dengan cara yang berbeda seperti simbolik (aljabar), grafik (geometri), gambar (diagram), manipulatif (objek fisik), deskripsi verbal (lisan), atau deskripsi tertulis.
<i>Comparison through common features</i> (Perbandingan melalui fitur-fitur yang sama)	Dua konsep yang memiliki beberapa fitur yang sama, yang memungkinkan sebuah perbandingan menjadi konsep yang serupa, persis sama, atau tidak sama.

Kategori	Deskripsi
<i>Equivalent representation</i> (Representasi yang ekuivalen)	Satu konsep direpresentasikan dengan cara yang berbeda tetapi dalam bentuk yang sama (yaitu, satu konsep dapat direpresentasikan dengan cara yang berbeda secara simbolis).
<i>Generalization</i> (Generalisasi)	Satu konsep adalah contoh khusus dari konsep yang lain.
<i>Hierarchical relationship</i> (Hubungan hierarkis)	Satu konsep adalah sebuah komponen dari atau termasuk dalam konsep lain. Karena satu konsep termasuk atau termuat dalam konsep lainnya, maka terdapat hubungan hierarkis di antara dua konsep.
<i>Logical implication</i> (Implikasi logis)	Satu konsep secara logis bergantung pada konsep lain. Seringkali terdapat hubungan jika-maka antara dua konsep.
<i>Procedural</i> (Prosedural)	Satu konsep dapat digunakan untuk menemukan konsep lain. Konsep yang pertama bisa sebagai prosedur atau metode penghubung yang digunakan saat bekerja dengan konsep lain.
<i>Real-world application</i> (Aplikasi pada dunia nyata)	Satu konsep adalah contoh dari konsep lain di dunia nyata (yaitu, sebuah konsep mengacu pada konsep lain di luar konteks matematika yang dimaksud).

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Analisis Pendahuluan

Tahap pertama yang dilakukan pada penelitian ini adalah analisis pendahuluan. Analisis pendahuluan ini dilaksanakan untuk memetakan topik-topik pada mata kuliah Analisis Riil dan juga memetakan materi-materi matematika tingkat SMP dan SMA. Pemetaan ini penting dilakukan untuk memudahkan kategorisasi yang akan dilakukan. Proses pemetaan topik-topik pada mata kuliah Analisis Riil dan materi-materi matematika tingkat SMP dan SMA dilakukan melalui kegiatan *focuss group discussion* (FGD). Hasil pemetaan yang diperoleh disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Materi-Materi Mata Kuliah Analisis Riil

No.	Materi	Sub Materi
1	Pendahuluan (Himpunan, Fungsi, Induksi Matematika)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Sistem Operasi pada Himpunan ▪ Definisi Peta dan Prapeta ▪ Macam-Macam Fungsi ▪ Fungsi Komposisi ▪ Fungsi Invers ▪ Definisi Induksi Matematika ▪ Menyelesaikan masalah menggunakan Prinsip Induksi Matematika
2	Sistem bilangan riil	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Konsep Sistem Bilangan Riil ▪ Aksioma-Aksioma pada Bilangan Riil ▪ Teorema Terkait Sistem Bilangan Riil

No.	Materi	Sub Materi
3	Sifat aljabar dan sifat urutan pada bilangan riil	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Teorema Bilangan Rasional ▪ Sifat Urutan pada Bilangan Riil ▪ Interval dan Pertidaksamaan
4	Nilai mutlak dan garis bilangan riil	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Definisi Nilai Mutlak ▪ Teorema tentang Sifat-Sifat Nilai Mutlak ▪ Teorema tentang Ketaksamaan Segitiga
5	Sifat kelengkapan bilangan riil	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Konsep Garis Bilangan Riil ▪ Definisi Batas Atas dan Batas Bawah
6	Aplikasi Supremum dan Infimum	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Teorema tentang Nilai Supremum dan Nilai Infimum ▪ Menyelesaikan masalah tentang Nilai Supremum dan Nilai Infimum
7	Barisan dan limitnya	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Definisi Barisan Bilangan Riil ▪ Contoh Barisan Bilangan Riil ▪ Limit Barisan Bilangan Riil ▪ Ketunggalan Limit Barisan Bilangan Riil ▪ Teorema tentang Barisan Bilangan Riil ▪ Barisan Bilangan Konvergen ▪ Ekor Barisan
8	Limit	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Definisi Limit ▪ Definisi Limit sepihak ▪ Teorema tentang Limit ▪ Menyelesaikan masalah tentang Limit

Pada Tabel 2 disajikan data mengenai topik-topik pada mata kuliah Analisis Riil yang diajarkan selama 14 pertemuan. Terlihat bahwa topik-topik pada mata kuliah Analisis Riil ini merupakan konsep-konsep fundamental pada ruang lingkup matematika dan pengajaran matematika. Hal ini sejalan dengan penelitian terdahulu yang mengungkapkan bahwa pada mata kuliah Analisis Riil, mahasiswa calon guru memperoleh pengetahuan yang berguna untuk merespon situasi pedagogis dan mengaplikasikannya [13].

Selanjutnya adalah pemetaan materi-materi matematika tingkat SMA dan SMP. Hasil pemetaan materi-materi tingkat SMA adalah: Nilai Mutlak, Pertidaksamaan Rasional dan Irrasional, Sistem Persamaan, Sistem Pertidaksamaan, Fungsi, Trigonometri, Fungsi Trigonometri, Vektor, Matriks, Induksi Matematika, Program Linear, Transformasi Geometri, Lingkaran, Barisan dan Deret, Limit, Turunan, Integral, Suku Banyak, Dimensi Tiga, Statistika, dan Peluang. Hasil pemetaan materi-materi tingkat SMP adalah: Bilangan Bulat dan Pecahan, Himpunan, Bentuk Aljabar, Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel, Perbandingan, Aritmatika Sosial, Garis dan Sudut, Segiempat dan Segitiga, Penyajian Data, Pola Bilangan, Bidang Kartesius, Relasi dan Fungsi, Persamaan Garis Lurus, Sistem Persamaan Linear Dua Variabel, Teorema Pythagoras, Lingkaran, Bangun Ruang Sisi Datar, Statistika, Peluang, Bilangan Berpangkat dan Bentuk Akar, Persamaan Kuadrat, Fungsi Kuadrat, Transformasi, Kekongruenan dan Kesebangunan, dan Bangun Ruang Sisi Lengkung. Hasil pemetaan materi-materi inilah yang selanjutnya akan digunakan oleh mahasiswa untuk diidentifikasi koneksinya.

3.2 Hasil Identifikasi Mahasiswa

Pada bagian ini pertama-tama disajikan dalam tabel hasil identifikasi koneksi antar konsep oleh mahasiswa berikut dengan interpretasinya. Hasil tersebut dikompilasi dalam sebuah tabel, dan dipaparkan beberapa temuan yang diperoleh. Selanjutnya, dilakukan pembahasan terhadap temuan tersebut dan implikasinya. Tabel 3 - Tabel 8 menunjukkan hasil pekerjaan mahasiswa di setiap kelompok dalam melakukan identifikasi.

Tabel 3. Hasil Pekerjaan Mahasiswa pada Kelompok 1

No	Materi Analisis Riil	Materi Matematika Sekolah	Tingkat Kelas
1.	Sifat Urutan pada Bilangan Riil	Pertidaksamaan Linear Satu Variabel	SMP/7
2.	Sifat Urutan pada Bilangan Riil	Pertidaksamaan Linear Dua Variabel	SMP/8
3.	Interval Dan Pertidaksamaan	Mencari Himpunan Penyelesaian bentuk pertidaksamaan	SMA/10
4.	Definisi Nilai Mutlak	Definisi nilai mutlak	SMA/10
5.	Teorema Tentang Sifat-Sifat Nilai Mutlak	Persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak	SMA/10
6.	Teorema Tentang Nilai Supremum Dan Nilai Infimum	Statistik	SMA/12
7.	Menyelesaikan Masalah Tentang Nilai Supremum Dan Nilai Infimum	Turunan Fungsi	SMA/12
8.	Konsep Garis Bilangan Riil	Mencari Himpunan Penyelesaian bentuk pertidaksamaan	SMA/10

Tabel 3 menunjukkan bahwa kelompok 1 dapat mengidentifikasi koneksi antar konsep dari topik-topik Analisis Riil yang terkoneksi dengan konsep nilai mutlak, statistika, konsep pertidaksamaan linear satu variabel, konsep pertidaksamaan linear dua variabel, dan menentukan himpunan penyelesaian bentuk pertidaksamaan. Salah satu koneksi pada Tabel 3 yang secara spesifik dapat langsung dilihat adalah konsep garis bilangan Riil yang merupakan konsep fundamental dalam menentukan himpunan penyelesaian bentuk pertidaksamaan. Sedangkan koneksi antara konsep nilai supremum dan nilai infimum dengan turunan fungsi tidak termasuk pada kategorisasi koneksi matematika karena konsep-konsep ini tidak saling terkait secara langsung dengan materi matematika sekolah yang dipilih. Koneksi yang diidentifikasi oleh kelompok 1 masih sangat terbatas dalam mendaftar konsep-konsep pada materi matematika sekolah yang sesuai.

Tabel 4. Hasil Pekerjaan Mahasiswa pada Kelompok 2

No	Materi Analisis Riil	Materi Matematika Sekolah	Tingkat Kelas
1.	Sistem Bilangan Riil (Aksioma AMD)	▪ Sifat-sifat Operasi Hitung Bilangan Bulat dan Pecahan	SMP (VII/1)
2.	Sistem Bilangan Riil (Nilai Mutlak: Definisi)	▪ Kardinalitas Himpunan	SMP (VII/1)
3.	Sistem Bilangan Riil (Sifat-sifat Harga Mutlak)	▪ Nilai Mutlak (Definisi)	SMA (X/1)
		▪ Nilai Mutlak (Sifat-sifat)	SMA (X/1)
4.	Sistem Bilangan Riil (Ketaksamaan Segitiga)	▪ Panjang Vektor	SMA (X/2)
		▪ Panjang Jari-jari Lingkaran	SMA (XI/1)
5.	Sifat Kelengkapan Bilangan Riil (Garis Bilangan Riil: Jarak Antara Dua Titik)	▪ Pertidaksamaan Nilai Mutlak	SMA (X/1)
		▪ Nilai Mutlak	SMA (X/1)
6.	Sifat Kelengkapan Bilangan Riil (Batas Atas dan Batas Bawah)	▪ Dimensi Tiga (Jarak Titik ke Titik)	SMA (XII/1)
		▪ Integral Tentu	SMA (XI/2)
		▪ Limit Fungsi Aljabar	SMA (XII/1)
		▪ Limit Fungsi Trigonometri	
▪ Limit Fungsi di Ketakhinggaan Fungsi			

No	Materi Analisis Riil	Materi Matematika Sekolah	Tingkat Kelas
7.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Fungsi Bernilai Riil (Induksi Matematika) ▪ Fungsi Bernilai Riil (Menyelesaikan masalah menggunakan Prinsip Induksi Matematika) 	Aljabar dan Fungsi Trigonometri <ul style="list-style-type: none"> ▪ Membuktikan pernyataan matematis 	SMA (XI/1)

Tabel 4 menunjukkan bahwa kelompok 2 dapat mengidentifikasi koneksi antar konsep dari topik-topik Analisis Riil yang terkoneksi dengan konsep sifat-sifat operasi hitung bilangan bulat dan pecahan, himpunan, nilai mutlak, pertidaksamaan, dimensi tiga, vektor, lingkaran, integral tentu, limit fungsi (aljabar dan trigonometri), dan induksi matematika. Koneksi antar konsep yang diidentifikasi oleh kelompok 2 sebagian besar sudah sesuai dengan kategorisasi koneksi matematika dan kelompok 2 sudah dapat menyebutkan secara lengkap materi-materi matematika sekolah yang sesuai. Kelompok 2 sudah dapat mengidentifikasi beberapa konsep pada mata kuliah Analisis Riil yang mempunyai hubungan hierarkis atau *procedural* dengan materi-materi matematika sekolah. Akan tetapi terdapat 1 koneksi yang tidak sesuai yaitu konsep nilai mutlak yang tidak terkait secara langsung dengan materi kardinalitas himpunan.

Tabel 5. Hasil Pekerjaan Mahasiswa pada Kelompok 3

No	Materi Analisis Riil	Materi Matematika Sekolah	Tingkat Kelas
1.	Konsep Garis Bilangan Riil	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Membandingkan bilangan bulat dan pecahan ▪ Mengurutkan Bilangan Bulat dan Pecahan 	SMP Kelas 7
2.	Aksioma-Aksioma pada Bilangan Riil	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Operasi dan Sifat-sifat Operasi Hitung Bilangan Bulat dan Pecahan ▪ Operasi Hitung Bentuk Aljabar 	SMP Kelas 7
3.	Sifat Urutan pada Bilangan Riil	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mengurutkan Bilangan Bulat dan Pecahan ▪ Operasi dan Sifat-sifat Operasi Hitung Bilangan Bulat dan Pecahan 	SMP Kelas 7
4.	Sistem Operasi pada Himpunan	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Menyatakan Himpunan ▪ Himpunan Bagian, Kosong, Semesta ▪ Komplemen Himpunan ▪ Operasi Pada Himpunan 	SMP Kelas 7
5.	Interval dan Pertidaksamaan	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Penyelesaian Persamaan Linear Satu Variabel dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel 	SMP Kelas 7
6.	Definisi Nilai Mutlak	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Panjang Vektor 	SMA Kelas 10
7.	Menyelesaikan masalah menggunakan Prinsip Induksi Matematika	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Membuktikan pernyataan matematis 	SMA Kelas 11

No	Materi Analisis Riil	Materi Matematika Sekolah	Tingkat Kelas
8.	Contoh Barisan Bilangan Riil	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Barisan dan Deret Aritmatika ▪ Barisan dan Deret Geometri ▪ Barisan dan Deret Geometri Tak Hingga 	SMA Kelas 11

Tabel 5 menunjukkan bahwa kelompok 3 dapat mengidentifikasi koneksi antar konsep dari topik-topik Analisis Riil yang terkoneksi dengan konsep konsep sifat-sifat operasi hitung bilangan bulat dan pecahan, sifat urutan bilangan bulat dan pecahan, himpunan, vektor, induksi matematika, dan barisan dan deret. Koneksi antar konsep yang diidentifikasi oleh kelompok 3 sebagian besar sudah sesuai dengan kategorisasi koneksi matematika, namun beberapa materi matematika sekolah yang disebutkan masih terbatas pada materi besar yang kurang spesifik. Kelompok 2 sudah dapat mengidentifikasi beberapa konsep pada mata kuliah Analisis Riil yang mempunyai hubungan hierarkis atau procedural dengan materi-materi matematika sekolah. Salah satu koneksi pada Tabel 5 yang secara spesifik dapat langsung dilihat adalah sifat terurut pada bilangan Riil yang merupakan generalisasi dari sifat terurut pada bilangan bulat dan pecahan.

Tabel 6. Hasil Pekerjaan Mahasiswa pada Kelompok 4

No	Materi Analisis Riil	Materi Matematika Sekolah	Tingkat Kelas
1.	Menyelesaikan masalah menggunakan Prinsip Induksi Matematika	Bentuk Aljabar	SMP (7)
2.	Teorema tentang Ketaksamaan Segitiga (Nilai Mutlak)	Persamaan dan pertidaksamaan segitiga	SMA (10)
3.	Konsep Garis Bilangan Riil	Membandingkan bilangan bulat dan pecahan	SMP (7)
4.	Menyelesaikan masalah tentang Nilai Supremum dan Nilai Infimum	Model matematika program linear, nilai optimum fungsi objektif	SMA (11)
5.	Interval dan Pertidaksamaan	Selang kemonotonan fungsi	SMA (11)

Tabel 6 menunjukkan bahwa kelompok 4 dapat mengidentifikasi koneksi antar konsep dari topik-topik Analisis Riil yang terkoneksi dengan konsep konsep sifat urutan bilangan bulat dan pecahan, persamaan dan pertidaksamaan, model matematika, program linear, dan fungsi. Koneksi antar konsep yang diidentifikasi oleh kelompok 4 masih sangat terbatas pada materi besar yang kurang spesifik. Kelompok 4 hanya dapat mengkoneksikan ide-ide umum pada konsep matematika sekolah tanpa menyebutkan sub materi tertentu yang lebih spesifik. Terlebih lagi, terdapat 1 koneksi yang tidak sesuai dengan kategorisasi koneksi matematika yaitu prinsip induksi matematika yang tidak terhubung secara langsung dengan materi bentuk aljabar di tingkat SMP.

Tabel 7. Hasil Pekerjaan Mahasiswa pada Kelompok 5

No	Materi Analisis Riil	Materi Matematika Sekolah	Tingkat Kelas
1.	Definisi peta dan prapeta	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Bentuk Penyajian Relasi ▪ Bentuk Penyajian Fungsi ▪ Notasi, Domain, Range, dan Grafik Suatu Fungsi 	SMP (VIII/1) SMP (VIII/1) SMA (X/1)
2.	Teorema ketaksamaan segitiga	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Nilai mutlak dan operasinya ▪ pertidaksamaan dua atau tiga variabel. 	SMA (X/1) SMA (X/1)

No	Materi Analisis Riil	Materi Matematika Sekolah	Tingkat Kelas
3.	Konsep garis bilangan real.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Garis bilangan ▪ Operasi bilangan Bulat ▪ Nilai mutlak 	SMP (VII/1) SMP (VII/1) SMA (X/1)
4.	Definisi atas dan Definisi bawah	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Himpunan ▪ Garis bilangan ▪ Konsep limit 	SMP (VII/1) SMP (VII/1) SMA (XI/2)
5.	Teorema tentang Nilai Supremum dan Nilai Infimum	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Himpunan ▪ Pertidaksamaan rasional satu variabel. ▪ Konsep limit 	SMP (VII/1) SMA (X/1) SMA (XI/2)
6.	Menyelesaikan masalah tentang nilai supremum dan nilai infimum	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Konsep Himpunan ▪ Persamaan dan pertidaksamaan ▪ Limit fungsi 	SMP (VII/1) SMP (VII/1) SMA (XI/2)
7.	Ketunggalan limit barisan bilangan riil	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Konsep Persamaan dan pertidaksamaan Nilai mutlak 	SMA (X/1)

Tabel 7 menunjukkan bahwa kelompok 5 dapat mengidentifikasi koneksi antar konsep dari topik-topik Analisis Riil yang terkoneksi dengan konsep konsep relasi dan fungsi, nilai mutlak, himpunan, garis bilangan, limit fungsi, operasi bilangan bulat, dan persamaan dan pertidaksamaan. Koneksi antar konsep yang diidentifikasi oleh kelompok 5 sebagian besar sudah sesuai dengan kategorisasi koneksi matematika, dan sudah disebutkan secara lengkap materi-materi matematika sekolah yang sesuai walaupun belum spesifik. Kelompok 5 sudah dapat mengidentifikasi beberapa konsep pada mata kuliah Analisis Riil yang mempunyai hubungan hierarkis, procedural dan generalisasi dengan materi-materi matematika sekolah. Akan tetapi terdapat 1 koneksi yang tidak sesuai dengan kategorisasi koneksi matematika yaitu prinsip ketunggalan limit barisan bilangan riil yang tidak terhubung secara langsung dengan konsep Persamaan dan pertidaksamaan Nilai mutlak.

Tabel 8. Hasil Pekerjaan Mahasiswa pada Kelompok 6

No	Materi Analisis Riil	Materi Matematika Sekolah	Tingkat Kelas
1.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Definisi Peta dan Prapeta ▪ Macam-Macam Fungsi 	<p>1. Relasi dan Fungsi</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Memahami Bentuk Penyajian Relasi/Cara Menyatakan Relasi ▪ Fungsi atau Pemetaan ▪ Ciri-Ciri Relasi dan Fungsi ▪ Rumus Fungsi ▪ Grafik Fungsi <p>2. Fungsi</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Relasi dan fungsi ▪ Fungsi linear ▪ Persamaan dan Fungsi kuadrat ▪ Fungsi rasional ▪ Fungsi Eksponensial ▪ Fungsi Logaritma 	SMP/VIII SMA/X
2.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Konsep Garis Bilangan Riil ▪ Definisi Batas Atas dan Batas Bawah 	<p>3. Program Linier</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Persamaan Garis Lurus. ▪ Menentukan Daerah Penyelesaian Pertidaksamaan Linear Dua Variabel 	SMA/XI

No	Materi Analisis Riil	Materi Matematika Sekolah	Tingkat Kelas
		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Menentukan Daerah Penyelesaian Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel ▪ Model Matematika Program Linear ▪ Nilai Optimum Fungsi Objektif 	
		4. Bidang Kartesius	SMP/VII
		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Bidang Kartesius ▪ Menentukan Koordinat Suatu Titik Pada Koordinat Kartesius ▪ Menentukan Posisi Titik Terhadap Titik Lain Pada Koordinat Kartesius 	
3.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Teorema tentang Nilai Supremum dan Nilai Infimum ▪ Menyelesaikan masalah tentang Nilai Supremum dan Nilai Infimum 	5. Statistik	SMA/XII
		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Beberapa istilah dan pengertian dalam statistika 	
		6. Turunan Fungsi	
		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Nilai Maksimum dan Minimum 	

Tabel 8 menunjukkan bahwa kelompok 6 dapat mengidentifikasi koneksi antar konsep dari topik-topik Analisis Riil yang terkoneksi dengan konsep konsep relasi dan fungsi, program linear, bidang kartesius, statistika, dan turunan fungsi. Koneksi antar konsep yang diidentifikasi oleh kelompok 6 sebagian besar sudah sesuai dengan kategorisasi koneksi matematika, dan sudah disebutkan secara lengkap materi-materi matematika sekolah yang sesuai walaupun belum spesifik. Kelompok 6 sudah dapat mengidentifikasi beberapa konsep pada mata kuliah Analisis Riil yang mempunyai hubungan hierarkis, procedural dan generalisasi dengan materi-materi matematika sekolah.

3.3 Pembahasan

Mengacu pada Tabel 3 – Tabel 8 dan interpretasinya, temuan penelitian ini dapat diklasifikasikan menjadi tiga ide umum, yaitu (1) setiap kelompok menggunakan cara yang berbeda untuk mengidentifikasi koneksi antar konsep ke dalam tabel; (2) hampir semua kelompok dapat mengidentifikasi koneksi antar konsep secara umum dari topik-topik Analisis Riil dengan materi matematika sekolah; dan (3) terdapat batasan ketepatan hasil indentifikasi koneksi antar konsep karena ada beberapa konsep yang tidak sesuai dengan kategorisasi koneksi antar konsep menurut Suominen, sebagaimana disajikan pada Tabel 1. Kesamaan hasil pekerjaan keenam kelompok adalah kemampuan identifikasi mahasiswa masih terbatas pada membandingkan topik-topik Analisis Riil dengan materi matematika sekolah berdasarkan ide-ide umum tiap materi yang berkaitan (*common features*).

Keenam kelompok belum dapat menemukan dan memasangkan dengan tepat dan detail koneksi antar konsep pada kedua level. Mereka hanya menyajikan konsep-konsep tanpa penjelasan yang detail dan spesifik kemudian mengkoneksikan ke materi-materi matematika sekolah. Konsep yang secara eksplisit muncul pada pekerjaan setiap kelompok adalah konsep operasi bilangan bulat dan pecahan yang berhubungan secara langsung antara topik Analisis Riil dan matematika sekolah. Hal ini mengungkapkan bahwa konsep-konsep ini mudah diidentifikasi oleh masing-masing kelompok. Oleh karena itu, dapat dilihat bahwa setiap kelompok mempresentasikan konsep yang serupa dengan kelompok lain.

Setiap kelompok memiliki batasan (*limit*) untuk mengungkapkan sebanyak mungkin koneksi antarkonsep. Mereka hanya menyajikan konsep umum dari topik-topik Analisis Riil sehingga jumlah koneksi yang ditemukan masih terbatas. Selain itu, mahasiswa masih membuat koneksi yang tidak sesuai dengan kategorisasi koneksi antar konsep. Pada Tabel 3 – Tabel 8 dapat dilihat bahwa

beberapa kelompok memiliki beberapa konsep dari topik-topik Analisis Riil yang tidak secara spesifik berhubungan dengan konsep-konsep pada matematika sekolah. Berdasarkan temuan ini dapat dikatakan bahwa masih terdapat *gap* antara mata kuliah Analisis Riil yang diajarkan dalam matematika universitas dengan konsep matematika sekolah. Oleh karena itu, mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam memetakan dan menghubungkan koneksi antar konsep di antara keduanya.

Koneksi antar konsep yang dibuat berdasarkan analisis silabus dari mata kuliah Analisis Riil dan matematika sekolah yang sesuai dengan kategorisasi koneksi matematika yang dibuat oleh Ashley Luan Suominen [12] disajikan pada Tabel 9.

Tabel 9. Koneksi Antar Konsep antara Analisis Riil dan Matematika Sekolah

Konsep pada Analisis Riil	Konsep pada Matematika Sekolah
Introduction (Set, Function, Mathematical Induction)	Relasi
	Fungsi
	Himpunan
	Induksi matematika
Real Number System	Sistem bilangan dan operasi hitung
	Penyelesaian pertidaksamaan
	Bidang kartesius
Algebraic and order properties of real number	Membandingkan bilangan
	Mengurutkan bilangan
	Operasi hitung bentuk aljabar
	Bidang kartesius
	Persamaan linear
Absolute value and the real line	Nilai Mutlak
	Penyelesaian pertidaksamaan
	Panjang vektor
	Grafik Fungsi
	Dimensi tiga
The Completeness Property of real number	Integral
	Penyelesaian pertidaksamaan
Applications of supremum and infimum	Limit fungsi
	Ukuran pemusatan data
	Ukuran penyebaran data
	Integral
Sequences and their limit	Barisan dan deret
	Barisan Konvergen
	Barisan Divergen
	Limit fungsi aljabar
	Definisi limit
Limit theorems	Limit Aljabar
	Menyelesaikan masalah tentang limit

Koneksi antar konsep antara Analisis Riil dan matematika sekolah yang diperoleh pada penelitian ini tidak secara utuh memenuhi kategorisasi koneksi matematika oleh Suominen. Terdapat beberapa penyebab yang membuat hal ini terjadi. Pertama, mahasiswa Pendidikan matematika semester 6 masih kurang berpengalaman dalam mengajar, karena mereka belum mendapat mata

kuliah praktek mengajar. Kedua, terdapat *gap* antara mata kuliah Analisis Riil yang diajarkan dalam matematika universitas dengan konsep matematika sekolah. Konsep-konsep yang diajarkan pada matematika sekolah tidak dapat secara langsung dibawa ke matematika universitas. Begitu pula sebaliknya, konsep-konsep pada matematika universitas tidak dapat diimplementasikan secara eksplisit untuk pengajaran matematika sekolah. Hal ini sesuai dengan temuan penelitian terdahulu oleh Silius, dkk [3]. Ketiga, metode pengajaran Analisis Riil penuh dengan pembuktian teorema-teorema yang mendorong mahasiswa untuk berpikir secara sistematis. Keempat, mata kuliah Analisis Riil termasuk mata kuliah yang sulit bagi sebagian besar mahasiswa pendidikan matematika. Oleh karena itu, penting bagi dosen yang mengajar matematika tingkat lanjut (*advanced mathematics*) pada program studi pendidikan matematika untuk mempertimbangkan koneksi antar konsep antara Analisis Riil dan matematika sekolah untuk menjembatani *gap* tersebut. Value dari matematika tingkat lanjut untuk mahasiswa calon guru matematika terletak pada potensi mereka untuk menawarkan koneksi di seluruh domain matematika, pengalaman matematika untuk pengembangan kemampuan pemecahan masalah, dan peningkatan kesadaran epistemologis subjek [14] [15].

4. Kesimpulan

Temuan penelitian mengungkapkan bagaimana mahasiswa calon guru matematika (*pre-service teachers*) mempunyai keterbatasan dalam mengidentifikasi koneksi antara Analisis Riil dengan topik matematika sekolah. Koneksi yang diidentifikasi mahasiswa terbatas hanya pada ide-ide umum. Dalam keterbatasan tersebut, mahasiswa masih membuat koneksi yang tidak sesuai dengan kategorisasi koneksi antar konsep. Beberapa kelompok menghubungkan beberapa konsep dari topik-topik Analisis Riil yang tidak secara spesifik berhubungan dengan konsep-konsep pada matematika sekolah.

Penelitian lanjutan dapat dilakukan kepada guru-guru matematika (*in-service teachers*) untuk melihat bagaimana para guru matematika melakukan identifikasi ini. Selanjutnya, perlu disiapkan sebuah metode pembelajaran terstruktur pada mata kuliah Analisis Riil yang dapat memfasilitasi kesenjangan antara matematika universitas dan matematika sekolah. Mahasiswa dapat belajar konsep-konsep pada Analisis Riil yang merupakan turunan dari konsep-konsep matematika sekolah, kemudian ketika mereka menjadi guru matematika mereka dapat menghubungkan konsep-konsep fundamental pada Analisis Riil yang dapat menjadi dasar dari konsep-konsep matematika sekolah.

Referensi

- [1] R. Even, "The relevance of advanced mathematics studies to expertise in secondary school mathematics teaching: Practitioner's views," *ZDM—The International Journal of Mathematics Education*, 43(6–7), pp. 941–950, <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0346-1>, 2011.
- [2] A. Mutaqin, S. Syamsuri and A. Hendrayana, "Analisis kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematis pada mata kuliah analisis real," *TIRTAMATH: Jurnal Penelitian dan Pengajaran Matematika*, vol. 4, no. 1, pp. 1-11, <http://dx.doi.org/10.48181/tirtamath.v4i1.15907>, 2022.
- [3] K. Silius, S. Pohjolainen, J. Kangas, T. Miilumäki and J. Joutsenlahti, "What can be done to bridge the competency gap between upper-secondary school and university mathematics?," in *IEEE Global Engineering Education Conference (EDUCON)*, Amman, Jordan, 2011.
- [4] H. S. Luk, "The gap between secondary school and university mathematics," *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36:2-3, pp. 161-174, DOI: 10.1080/00207390412331316988, 2005.
- [5] M. Wahyuni, "Analisis problematika perkuliahan analisis real," *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, vol. 1, no. 1, pp. 135-149, 2017.

- [6] N. Wasserman, K. Weber, M. Villanueva and J. P. M. Ramos, "Mathematics teachers' views about the limited utility of real analysis: A transport model hypothesis," *The Journal of Mathematical Behavior* 50(5), pp. 74-89, DOI: 10.1016/j.jmathb.2018.01.004, 2018.
- [7] S. L. Pagiling and A. R. Taufik, "Unveiling belief and pedagogical content knowledge of prospective secondary mathematics teachers," *Jurnal Elemen*, vol. 8, no. 2, pp. 411-426, 2022.
- [8] NCTM, Principles and Standards for School Mathematics, Virginia: NCTM, 2000.
- [9] J. Kilpatrick, J. Swafford and B. Findell, Adding it up, Washington DC: National Academy Press, 2001.
- [10] J. W. Creswell, Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches, London: Sage Publications, 2014.
- [11] M. B. Miles, A. M. Huberman and J. Saldana, Qualitative data analysis: A methods sourcebook., London: Sage Publications, 2013.
- [12] A. L. Suominen, "Abstract algebra and secondary school mathematics: Identifying and classifying mathematical connections (Doctoral dissertation)," University of Georgia, Georgia, 2015.
- [13] T. Fukawa-Connelly, J. Mejia Ramos, N. Wasserman and K. Weber, "An Evaluation of ULTRA; an Experimental Real Analysis Course Built on a Transformative Theoretical Model.," *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, pp. 6, 159-185. <https://doi.org/10.1007/s40753-019-00102-8>, 2020.
- [14] E. Murray, E. Baldinger, N. Wasserman, S. Broderick and D. White, "Connecting Advanced and Secondary Mathematics," *IUMPST: The Journal. Vol 1 (Content Knowledge)*, vol. 1, pp. 1-10, 2017.
- [15] X. Yan, O. Marmur and R. Zazkis , "Advanced Mathematics for Secondary School Teachers: Mathematicians' Perspective," *International Journal of Science and Mathematics Education*, vol. 20, pp. 553-573, 2022.