

Simulasi Harga Opsi *Call* Asia Dengan Suku Bunga Tidak Konstan

Isti Kamila^{1*}, Ani Andriyati²

^{1,2}Program Studi Matematika, Universitas Pakuan, Bogor, Indonesia

*Penulis Korespondensi. Email: mila.istikamila@gmail.com

Abstrak

Pada dunia keuangan, hal yang menarik bagi investor saat ini adalah memprediksi harga Opsi *Call* Asia yang wajar yaitu tidak menyebabkan penjual maupun pembeli opsi mengalami kerugian. Asumsi bunga konstan lebih sering digunakan penelitian terdahulu sebagai asumsi dalam memprediksi harga Opsi *Call* Asia. Hal ini tidak sejalan dengan fakta bahwa pergerakan suku bunga tidak konstan. Penggunaan asumsi yang kurang tepat akan mempengaruhi keakuratan hasil prediksi. Dalam mengatasi persoalan tersebut maka penelitian ini bertujuan untuk memprediksi harga Opsi *Call* Asia dengan suku bunga tidak konstan dengan menggunakan simulasi Monte Carlo. Model suku bunga tidak konstan yang digunakan adalah Cox-Ingersoll-Ross (CIR) karena model ini menghasilkan suku bunga yang positif. Penelitian ini diawali dengan *screening* data suku bunga yang berdistribusi Normal. Data tersebut digunakan untuk menentukan parameter model suku bunga CIR. Selanjutnya dilakukan simulasi harga Opsi *Call* Asia dengan suku bunga tidak konstan dan diakhiri dengan menganalisis grafik hasil simulasi harga Opsi *Call* Asia dengan suku bunga tidak konstan. Hasil simulasi harga Opsi *Call* Asia dengan suku bunga tidak konstan konvergen pada nilai \$170,82. Berdasarkan grafik harga Opsi *Call* Asia dengan harga *strike* yang berbeda, semakin besar harga *strike* menyebabkan harga Opsi *Call* Asia semakin besar yang sesuai dengan karakteristik harga Opsi *Call* Asia. Selain itu, dengan memperpanjang jangka waktu jatuh tempo, maka harga Opsi *Call* Asia dengan suku bunga tidak konstan semakin besar sesuai dengan karakteristik harga Opsi *Call* Asia.

Kata Kunci: Opsi *Call* Asia; Suku Bunga Tidak Konstan; Monte Carlo

Abstract

In the financial world, the thing that is interesting for investors today is to predict a reasonable Asian Call Option price that does not cause the seller or buyer of the option to experience losses. The constant interest assumption is more often used by previous research as an assumption in predicting the price of Asian Call Options. This is not in line with the fact that interest rate movements are not constant. The use of incorrect assumptions will affect the accuracy of prediction results. In overcoming this problem, this study aims to predict the price of Asian Call Options with non-constant interest rates using Monte Carlo simulation. The non-constant interest rate model used is Cox-Ingersoll-Ross (CIR) because this model produces positive interest rates. This study begins with a screening of Normally distributed interest rate data. The data is used to determine the parameters of the CIR interest rate model. Next, an Asian Call Option price simulation with non-constant interest rates was carried out and ended by analyzing a graph of the Asian Call Option price simulation results with non-constant interest rates. The simulated price result of the Asian Call Option with non-constant interest rates converged at the value of \$170.82. Based on the price chart of Asian Call Options with different strike prices, the larger the strike price causes, the larger the Asian Call Option price, which corresponds to the price characteristics of the Asian Call Option. In addition, by extending the maturity period, the price of Asian Call Options with non-constant interest rates is greater according to the price characteristics of Asian Call Options.

Keywords: Asian Call Option; Non-constant Interest Rate; Monte Carlo

1. Pendahuluan

Kegiatan berinvestasi dilakukan oleh investor untuk mencapai tujuan keuangan investor di masa depan. Ada banyak instrumen yang dapat digunakan untuk berinvestasi dan salah satunya adalah produk derivatif. Produk derivatif merupakan sebuah kontrak yang nilainya tergantung pada nilai aset yang mendasarinya [1]. Produk derivatif ini memberikan hak atau kewajiban pada pemegangnya untuk membeli atau menjual aset yang mendasarinya. Aset dasar pada produk derivatif bisa berupa aset riil atau aset keuangan [2]. Aset keuangan yang menjadi aset dasar pada produk derivatif adalah saham dan obligasi. Salah satu produk derivatif adalah opsi [3].

Opsi memberikan pemegangnya hak untuk menjual atau membeli aset yang mendasarinya di masa depan dengan suatu harga tertentu yang telah disepakati sebelumnya [4]. Opsi terbagi menjadi beberapa jenis yaitu opsi standar dan opsi eksotik. Opsi eksotik berbeda dengan opsi standar karena menawarkan produk untuk menyelesaikan setiap risiko pada masalah manajemen dengan berbagai cara [5]. Salah satu opsi eksotik yang paling aktif saat ini adalah Opsi *Call Asia* yang penentuan harganya lebih rumit dibandingkan dengan Opsi Eropa [6]. Opsi *Call Asia* adalah kontrak keuangan derivatif yang memberikan hak bagi pemegangnya untuk membeli aset yang mendasarinya yang nilainya tergantung pada rata-rata aritmatika dari aset yang mendasarinya selama periode waktu tertentu [7]. Opsi sangat diminati investor karena dapat melindungi nilai aset yang mendasarinya atau yang lebih dikenal dengan *hedging* [8]. Hal ini dikarenakan opsi dapat melindungi aset investor jika harga aset yang mendasarinya mengalami penurunan atau kenaikan harga secara tiba-tiba.

Hal yang menarik bagi para investor saat ini adalah memprediksi harga Opsi *Call Asia* yang wajar yaitu tidak menyebabkan penjual maupun pembeli opsi mengalami kerugian. Ada beberapa model dan metode dalam memprediksi harga opsi yaitu model Binomial, model Black-Scholes, metode Monte Carlo, dan metode Beda Hingga [9]. Pada penelitian ini, metode Monte Carlo dipilih untuk memprediksi harga Opsi *Call Asia* karena metode ini baik digunakan pada sifat harga Opsi *Call Asia* yang bergantung pada rata-rata harga aset yang mendasarinya [10].

Pada penelitian sebelumnya, prediksi harga Opsi *Call Asia* dengan menggunakan metode Monte Carlo menghasilkan harga Opsi *Call Asia* yang konvergen pada suatu nilai [11]. Selain itu, pada penelitian lain, penggunaan metode Monte Carlo menghasilkan harga Opsi *Call Asia* dengan standar *error* yang mendekati nol [12]. Namun kelemahan pada penelitian-penelitian sebelumnya masih menggunakan asumsi suku bunga konstan. Hal ini tidak sesuai dengan keadaan suku bunga yang berfluktuasi. Penggunaan asumsi yang tidak tepat akan mempengaruhi keakuratan hasil prediksi. Keunggulan dari penelitian ini adalah prediksi harga Opsi *Call Asia* dengan menggunakan suku bunga tidak konstan. Suku bunga tidak konstan akan diprediksi dengan menggunakan model suku bunga *Cox-Ingersoll-Ross* (CIR) karena model ini menghasilkan suku bunga yang positif [13].

Oleh karena itu, tujuan penelitian ini adalah membuat simulasi Monte Carlo untuk menentukan harga Opsi *Call Asia* dengan suku bunga tidak konstan. Model suku bunga tidak konstan yang digunakan adalah *Cox-Ingersoll-Ross* (CIR).

2. Metode Penelitian

2.1. Data

Data yang digunakan adalah data sekunder yaitu data bulanan suku bunga Bank Indonesia dari bulan Januari 2020 sampai dengan Mei 2021. Selain itu, penelitian ini juga menggunakan data simulasi $S_0 = 100$; $\sigma = 0,25$; $T = 24$ dan $K = 120$.

2.2. Metode Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah:

2.1.1 Screening data

Pada tahap ini dilakukan pengujian normalitas data suku bunga dengan menggunakan uji *Shapiro-Wilk*. Uji normalitas *Shapiro-Wilk* merupakan salah satu metode uji normalitas yang efektif dan valid digunakan untuk sampel berjumlah kecil [14]. Hipotesis uji normalitas disusun sebagai berikut:

H_0 : Data berdistribusi Normal

H_1 : Data tidak berdistribusi Normal

dengan kriteria pengujian:

Jika nilai $p > 5\%$, maka H_0 diterima yaitu populasi berdistribusi Normal

Jika nilai $p < 5\%$, maka H_0 ditolak yaitu populasi tidak berdistribusi Normal

2.1.2 Melakukan simulasi harga Opsi *Call* Asia dengan suku bunga tidak konstan

Simulasi harga Opsi *Call* Asia diawali dengan menentukan suku bunga tidak konstan yaitu diawali dengan menentukan parameter-parameter model suku bunga *Cox-Ingersoll-Ross*.

$$\hat{k} = \frac{n^2 - 2n + 1 + \sum_{i=1}^{n-1} r_{t+1} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{i=1}^{n-1} r_t \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - (n-1) \sum_{i=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t}}{\left(n^2 - 2n + 1 - \sum_{i=1}^{n-1} r_t \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{r_t}\right) \Delta t} \quad (1)$$

$$\hat{\theta} = \frac{(n-1) \sum_{i=1}^{n-1} r_{t+1} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t} \sum_{i=1}^{n-1} r_t}{\left(n^2 - 2n + 1 + \sum_{i=1}^{n-1} r_{t+1} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{i=1}^{n-1} r_t \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - (n-1) \sum_{i=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t}\right)} \quad (2)$$

$$\hat{\sigma}_r = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{r_{t+1} - r_t}{\sqrt{r_t}} - \frac{\hat{\theta}}{\sqrt{r_t}} + \hat{k} \sqrt{r_t} \right)^2} \quad (3)$$

Keterangan Notasi:

- \hat{k} : kecepatan $r(t)$ kembali menuju $\hat{\theta}$
- $\hat{\theta}$: rata-rata jangka panjang tingkat suku bunga
- $\hat{\sigma}_r$: volatilitas dari tingkat suku bunga
- n : banyaknya data suku bunga
- r_t : suku bunga ke- t

Parameter \hat{k} , $\hat{\theta}$, dan $\hat{\sigma}_r$ selanjutnya akan digunakan untuk simulasi nilai suku bunga tidak konstan pada model CIR. Selanjutnya melakukan simulasi nilai suku bunga tidak konstan dengan menggunakan Monte Carlo untuk membangkitkan bilangan acak normal baku ε_t . Adapun model suku bunga CIR adalah sebagai berikut.

$$r_t = r_{t-1} + \hat{k}(\hat{\theta} - r_{t-1})\Delta t + \sigma_r \sqrt{r_{t-1}} \Delta t \varepsilon \quad (4)$$

Keterangan Notasi:

- Δt : selang waktu
- ε : epsilon yang berdistribusi normal baku dengan $\varepsilon \sim N(0,1)$
- r_t : suku bunga ke- t

Kemudian, Monte Carlo digunakan kembali untuk membangkitkan bilangan acak normal baku yang kemudian digunakan untuk menentukan harga aset dengan menggunakan persamaan berikut.

$$S(t_j) = S(t_{j-1}) \exp\left(\left(r_t - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}\right) \quad (5)$$

Keterangan Notasi:

- $S(t_j)$: Harga aset pada waktu ke- t_j
- $S(t_{j-1})$: Harga aset pada waktu ke- t_{j-1}
- σ : volatilitas *underlying asset*
- Δt : selang waktu
- ε : epsilon yang berdistribusi normal baku dengan $\varepsilon \sim N(0,1)$

Hasil simulasi harga aset dengan berbagai bilangan acak tersebut merupakan harga aset pada tiap subinterval waktu. Kemudian ditentukan rata-rata harga aset pada tiap simulasi ke- i dengan menggunakan persamaan berikut:

$$\bar{S}_A^{(i)} = \frac{\sum_{j=1}^d S_{t_j}^{(i)}}{d}; i = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

Keterangan Notasi:

- $\bar{S}_A^{(i)}$: rata-rata harga aset pada simulasi ke- i
- d : banyaknya sub interval waktu

Selanjutnya sampel *payoff* Opsi *Call* Asia tiap simulasi untuk Opsi *Call* Asia dihitung sebagai berikut:

$$A_{call}^{(i)} = \max(\bar{S}_A^{(i)} - K, 0). \quad (7)$$

Keterangan Notasi:

- $A_{call}^{(i)}$: *payoff* Opsi *Call* Asia simulasi ke- i
- K : harga strike

Payoff Opsi *Call* Asia diperoleh dari rata-rata sampel *payoff* Opsi *Call* Asia dari hasil simulasi dengan menggunakan rumus berikut:

$$\widehat{\mu}_A = \frac{\sum_{i=1}^n A^{(i)}}{n}. \quad (8)$$

Keterangan Notasi:

- $\widehat{\mu}_A$: rata-rata *payoff* Opsi *Call* Asia
- n : banyaknya simulasi

Sehingga harga Opsi *Call* Asia merupakan nilai sekarang dari *payoff* tersebut yaitu:

$$c = \exp(-r_t T) \widehat{\mu}_A. \quad (9)$$

Keterangan Notasi:

- c : harga Opsi *Call* Asia
 T : waktu jatuh tempo

2.1.3 Melakukan analisis perubahan harga Opsi *Call* Asia dengan suku bunga tidak konstan terhadap perubahan nilai parameter waktu jatuh tempo dan harga *strike*. Pada tahapan ini, akan dianalisis pergerakan harga Opsi *Call* Asia dengan suku bunga tidak konstan berdasarkan grafik harga Opsi *Call* Asia terhadap parameter waktu jatuh tempo yang berbeda. Selain itu, pada tahapan ini juga dianalisis kemonotonan harga Opsi *Call* Asia dengan suku bunga tidak konstan melalui plot harga Opsi *Call* Asia terhadap parameter harga *strike* yang berubah-ubah.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Screening Data

Bagian screening data dilakukan untuk menguji data suku bunga yang berdistribusi normal. Hal ini dilakukan karena asumsi suku bunga yang digunakan pada model CIR adalah suku bunga berdistribusi Normal. Dengan menggunakan metode *Saphiro-Wilk* pada data suku bunga bulan Januari 2020 sampai dengan Mei 2021 dihasilkan nilai *p-value* seperti pada Tabel 1.

Tabel 1. Uji Normalitas Suku Bunga

Jenis Uji	Nilai Statistik uji	Db	P-value
<i>Shapiro –Wilk</i>	0,913	17	0,112

Hasil uji normalitas pada Tabel 1 menunjukkan nilai *p-value* 0,112 lebih besar dari nilai $\alpha = 0,05$ maka H_0 diterima, sehingga dapat dikatakan bahwa data suku bunga berdistribusi Normal. Oleh karena data suku bunga bulanan yang dimulai dari Januari 2020 sampai dengan Mei 2021. dipilih sebagai data yang diinputkan dalam proses simulasi Monte Carlo.

3.2 Simulasi Harga Opsi *Call* Asia dengan Suku Bunga Tidak Konstan

Pada bagian ini dilakukan simulasi harga Opsi *Call* Asia dengan suku bunga tidak konstan sehingga diperoleh kekonvergenan harga Opsi *Call* Asia dengan simulasi yang semakin besar. Tabel 2 merupakan hasil simulasi Monte Carlo untuk menentukan harga Opsi *Call* Asia. Nilai *error* dihitung berdasarkan persentase selisih harga opsi pada tiap simulasi terhadap harga opsi pada simulasi optimal dengan mempertimbangkan kapasitas *memory* komputer maksimum yaitu pada simulasi $M = 300.000$ [15]. Pada tabel berikut dapat dilihat bahwa harga Opsi *Call* Asia konvergen pada suatu nilai yaitu \$ 170,82. Simulasi ini dilakukan dengan menginput beberapa parameter pada persamaan (5), (7), dan (9) yaitu $S_0 = 100$; $\sigma = 0,25$; $T = 24$ dan $K = 120$.

Tabel 2. Hasil simulasi harga Opsi *Call* Asia

M	Harga Opsi <i>Call</i> Asia (\$)	Error
10	165,69725	0,030004331
100	165,66653	0,030184167
1.000	165,66102	0,030216423
10.000	165,66102	0,030216423
100.000	170,64839	0,001020239
300.000	170,82267	0

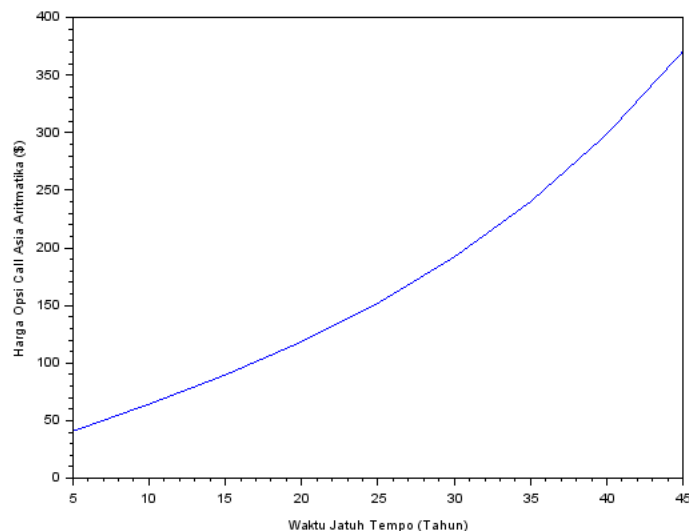
3.3 Simulasi Harga Opsi Call Asia Dengan Suku Bunga Tidak Konstan Terhadap Perubahan Nilai Parameter Waktu Jatuh Tempo

Pada bagian ini, hasil simulasi harga Opsi Call Asia ditentukan dengan nilai parameter $S_0 = 100$; $\sigma = 0,25$; dan $K = 120$ tetap namun jangka waktu jatuh temponya berbeda. Hal ini dilakukan untuk menganalisis pergerakan harga Opsi Call Asia jika jangka waktu jatuh tempo diperpanjang. Adapun hasil simulasi harga Opsi Call Asia dengan jangka waktu jatuh tempo yang berbeda dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Harga Opsi Call Asia dengan jangka waktu jatuh tempo yang berbeda

T	Harga Opsi Call Asia
5	40,692168
10	64,306603
15	89,651280
20	118,43578
25	152,03748
30	191,96665
35	240,06511
40	298,67859
45	370,85921

Gambar 1 adalah plot dari hasil simulasi harga Opsi Call Asia dengan jangka waktu jatuh tempo yang berbeda.



Gambar 1. Grafik Opsi Call Asia

Berdasarkan Gambar 1, dapat dilihat bahwa harga opsi semakin besar seiring dengan naiknya harga *strike*. Hal ini sejalan dengan karakteristik harga Opsi Call Asia yang semakin besar jika harga *strike* ditingkatkan [13].

3.4 Simulasi Harga Opsi Call Asia dengan Suku Bunga Tidak Konstan Terhadap Perubahan Nilai Parameter Harga Strike

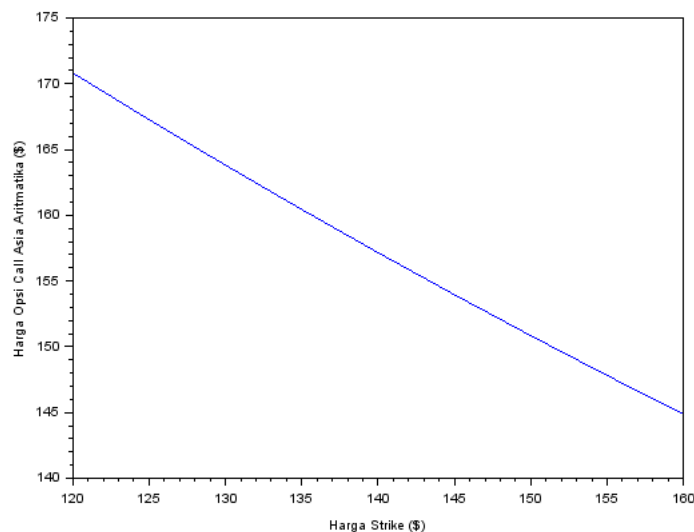
Pada bagian ini, hasil simulasi harga Opsi Call Asia ditentukan dengan menginput nilai parameter $S_0 = 100$; $\sigma = 0,25$; dan $T = 24$ tetap namun harga *strikenya* berbeda pada persamaan

(5),(7), dan (9). Adapun hasil simulasi harga Opsi *Call* Asia dengan harga *strike* yang berbeda dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Harga Opsi *Call* Asia dengan Harga *Strike* Yang Berbeda

Harga <i>Strike</i> (K)	Harga Opsi <i>Call</i> Asia
120	170,82267
125	167,26787
130	163,80633
135	160,43524
140	157,15133
145	153,95440
150	150,84227
155	147,81280
160	144,86299

Gambar 2 adalah plot dari hasil simulasi harga Opsi *Call* Asia terhadap harga *strike* yang berbeda.



Gambar 2. Harga Opsi *Call* Asia dengan harga *strike* yang berbeda

Berdasarkan Gambar 2 terlihat bahwa harga Opsi *Call* Asia dengan suku bunga tidak konstan semakin kecil seiring dengan pertambahan jangka waktu jatuh tempo opsi. Hal ini sejalan dengan karakteristik harga Opsi *Call* Asia yang semakin kecil jika waktu jatuh temponya diperpanjang [13].

4. Kesimpulan

Simulasi harga Opsi *Call* Asia dengan suku bunga tidak konstan konvergen pada suatu nilai yaitu \$170,82. Jika dilihat dari grafik harga opsi dengan harga *strike* yang berbeda, semakin besar harga *strike* menyebabkan harga Opsi *Call* Asia semakin besar sesuai dengan karakteristik harga Opsi *Call* Asia. Selain itu, dengan memperpanjang jangka waktu jatuh tempo, maka harga Opsi *Call* Asia dengan suku bunga tidak konstan semakin besar juga sesuai dengan karakteristik harga Opsi *Call* Asia.

Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih kepada Yayasan Pakuan Siliwangi Jalan Pakuan No.1 Ciheuleut PO BOX 452 Bogor 16144 sebagai sponsor pendanaan penelitian ini.

Referensi

- [1] L. Marroni and I. Perdomo, *Pricing and Hedging Financial Derivatives: A Guide for Practitioners*. New Jersey: John Wiley and Sons Ltd, 2014.
- [2] A. J. M. Z. Bodie, A. Kane, *Investment*. New York: McGraw-Hill, 2011.
- [3] R.W. Kolb and J. A. Overdahl, *Financial Derivatives*. New Jersey: John Wiley and Sons Ltd 2003.
- [4] P. Willmot, *Derivatives: The Theory and Practice of Financial Engineering*. New Jersey: John Wiley and Sons Ltd, 2007.
- [5] R. Tompkins, "Option Explained²", in *Finance and Capital Markets Series*, Berlin: Springer, 1994.
- [6] J. Han and Y. Hong, "Review of Asian Options," *OALib*, vol. 09, no. 02, pp. 1–8, 2022, doi: 10.4236/oalib.1108358.
- [7] N. Kahalé, "General multilevel Monte Carlo methods for pricing discretely monitored Asian options," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 287, no. 2, pp. 739–748, 2020, doi: 10.1016/j.ejor.2020.04.022.
- [8] P. Wilmott, *Introduces Quantitative Finance*, 2nd ed. New Jersey: John Wiley and Sons Ltd, 2007.
- [9] J. A. P. Sumampouw, C. E. J. C. Montolalu, and T. Manurung, "Metode Quasi Monte Carlo Dengan Barisan Bilangan Acak Halton Dalam Menentukan Nilai Kontrak Opsi Tipe Binary Pada Saham PT. Gudang Garam, Tbk.," *d'CARTESIAN*, vol. 9, no. 2, p. 140, 2021, doi: 10.35799/dc.9.2.2020.29147.
- [10] L. Xu, H. Zhang, and F. L. Wang, "Pricing of Arithmetic Average Asian Option by Combining Variance Reduction and Quasi-Monte Carlo Method," *Mathematics*, vol. 11, no. 3, pp. 1–14, 2023, doi: 10.3390/math11030594.
- [11] P. Atika, R. Lestari, and Y. Asdi, "Penerapan Simulasi Monte Carlo Dalam Penentuan Harga Opsi Asia," *J. Mat. UNAND*, vol. 6, no. 3, p. 40, 2017, doi: 10.25077/jmu.6.3.40-46.2017.
- [12] F. Zubedi, N. Achmad, S. L. Mahmud, and R. Mowuu, "Penentuan Harga Beli Opsi Asia Menggunakan Monte Carlo-Antithetic Variate dan Monte Carlo-Control," *Euler J. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.*, vol. 10, no. 1, pp. 7–14, 2022, doi: 10.34312/euler.v10i1.12055.
- [13] I. Kamila, E. H. Nugrahani, and D. C. Lesmana, "Metode Monte Carlo Untuk Menentukan Harga Opsi Barrier Dengan Suku Bunga Takkonstan," *J. Math. Its Appl.*, vol. 16, no. 1, pp. 55–68, 2017, doi: 10.29244/jmap.16.1.55-68.
- [14] N. M. Razali and Y. Bee Wah, "Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests," *J. Stat. Model. Anal.*, vol. 2, no. 1, pp. 13–14, 2011.
- [15] D. P. Aggraini, D. C. Lesmana, and B. Setiawaty, "Aplikasi Simulasi Monte Carlo Untuk Menentukan Nilai Opsi Asia Dengan Menggunakan Metode Control Variate Pada Komoditas Pertanian," *J. Math. Its Appl.*, vol. 16, no. 1, pp. 69–82, 2017, doi: 10.29244/jmap.16.1.69-82.