

# Analisis Peluang Jangka Panjang Mesin Penggilingan Padi Menggunakan Rantai Markov

S. K. Nasib, dkk.



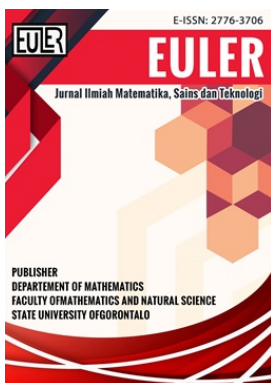
Volume 12, Issue 1, Pages 63–70, June 2024

Diterima 15 Mei 2024, Direvisi 7 Juni 2024, Disetujui 9 Juni 2024, Diterbitkan 12 Juni 2024

To Cite this Article : S. K. Nasib, dkk., "Analisis Peluang Jangka Panjang Mesin Penggilingan Padi Menggunakan Rantai Markov", *Euler J. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.*, vol. 12, no. 1, pp. 63–70, 2024, <https://doi.org/10.37905/euler.v12i1.25280>

© 2024 by author(s)

## JOURNAL INFO • EULER : JURNAL ILMIAH MATEMATIKA, SAINS DAN TEKNOLOGI

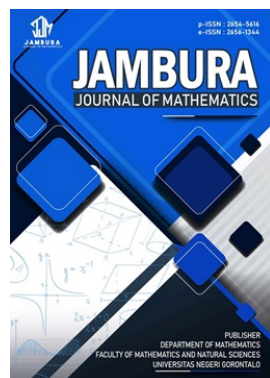


	Homepage	:	<a href="http://ejurnal.ung.ac.id/index.php/euler/index">http://ejurnal.ung.ac.id/index.php/euler/index</a>
	Journal Abbreviation	:	Euler J. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.
	Frequency	:	Biannual (June and December)
	Publication Language	:	English (preferable), Indonesia
	DOI	:	<a href="https://doi.org/10.37905/euler">https://doi.org/10.37905/euler</a>
	Online ISSN	:	2776-3706
	Editor-in-Chief	:	Resmawan
	Publisher	:	Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo
	Country	:	Indonesia
	OAI Address	:	<a href="http://ejurnal.ung.ac.id/index.php/euler/oai">http://ejurnal.ung.ac.id/index.php/euler/oai</a>
	Google Scholar ID	:	QF_r_gAAAAJ
	Email	:	<a href="mailto:euler@ung.ac.id">euler@ung.ac.id</a>

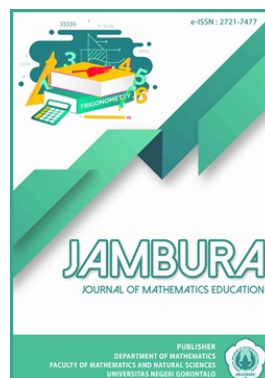
## JAMBURA JOURNAL • FIND OUR OTHER JOURNALS



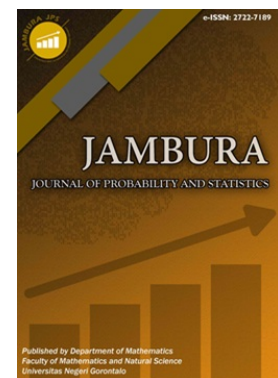
Jambura Journal of Biomathematics



Jambura Journal of Mathematics



Jambura Journal of Mathematics Education



Jambura Journal of Probability and Statistics

# Analisis Peluang Jangka Panjang Mesin Penggilingan Padi Menggunakan Rantai Markov

Salmun K. Nasib<sup>1,\*</sup>, Riyanto Hasan<sup>2</sup>, Ismail Djakaria<sup>1</sup>, Muhammad Rezky Friesta Payu<sup>1</sup>, Agusyarif Rezka Nuha<sup>2</sup>, La Ode Nashar<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Program Studi Statistika, Universitas Negeri Gorontalo, Indonesia

<sup>2</sup>Program Studi Matematika, Universitas Negeri Gorontalo, Indonesia

## ARTICLE HISTORY

Diterima 15 Mei 2024  
Direvisi 7 Juni 2024  
Disetujui 9 Juni 2024  
Diterbitkan 12 Juni 2024

## KATA KUNCI

Rantai Markov  
Steady State  
Peluang  
Reliabilitas Mesin

## KEYWORDS

Markov Chain  
Steady State  
Probability  
Machine Reliability

**ABSTRAK.** Reliabilitas atau keandalan mesin sangat mempengaruhi potensi jangka panjang dari penggilingan padi di Desa Mustika, Kecamatan Paguyaman, Kabupaten Boalemo. Kelancaran proses produksi sangat tergantung pada kondisi mesin, dan jika keandalan mesin terganggu maka akan mempengaruhi produksi. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui probabilitas keadaan mesin jangka panjang (steady state) dan waktu perawatan mesin penggilingan padi di Desa Mustika Kabupaten Boalemo. Rantai Markov merupakan metode yang digunakan untuk menangani tujuan tersebut, dimana rantai Markov merupakan metode yang digunakan untuk memprediksi kejadian di masa mendatang. Diperoleh hasil akhir yakni matriks peluang transisi yang ergodik, dihasilkan perkiraan waktu perawatan terbaik adalah 28 hari penggunaan dengan nilai peluang steady state 62,27% mesin berada dalam kondisi baik, 27,80% dalam kondisi rusak ringan dan 9,93% dalam kondisi rusak berat.

**ABSTRACT.** The reliability of the machinery greatly affects the long-term potential of the grinding of pepper in Mustika village, Paguyaman district, and Boalemo district. The smoothness of the production process depends heavily on the condition of the machine, and if the machine's reliability is disrupted, then it will affect production. The purpose of this study is to determine the probability of the steady state of the machine and the timing of the maintenance of the grinding machine in the Mustika Village of Boalemo district. The Markov chain is a method used to deal with the purpose, whereas the Markov chain is the method used for predicting future events. The final result was an ergodic transition chance matrix, resulting in an estimated best maintenance time of 28 days of use with a steady state chance of 62.27% of the machine being in good condition, 27.8% in mild damage, and 9.93% in severe damage.



This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License. Editorial of EULER: Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo, Jln. Prof. Dr. Ing. B. J. Habibie, Bone Bolango 96554, Indonesia.

## 1. Pendahuluan

Kabupaten Boalemo, yang terletak di Provinsi Gorontalo, memiliki sumber daya alam yang sangat potensial, terutama dalam sektor kelautan, pertanian, dan perkebunan. Khusus di sektor pertanian terutama pada komoditas padi, Kabupaten Boalemo merupakan salah satu lumbung padi Provinsi Gorontalo. Di Desa Mustika, proses penggilingan menjadi faktor penentu dalam produksi padi, meskipun terkadang mesin-mesin tersebut bekerja dengan baik atau mengalami kerusakan dalam kinerjanya. Hal ini menunjukkan bahwa keberadaan penggilingan padi merupakan alat penting untuk mendukung proses penggilingan padi di desa Mustika.

Reliabilitas atau keandalan mesin sangat mempengaruhi potensi jangka panjang dari penggilingan padi. Kelancaran proses produksi sangat tergantung pada kondisi mesin, dan jika keandalan mesin terganggu maka akan mempengaruhi produksi. Atau peralatan pendukung lainnya telah ditentukan di dalam perusahaan menjadi penting untuk memastikan bahwa mesin yang andal dapat dijalankan atau tidak dapat digunakan untuk jangka

waktu tertentu. Oleh karena itu, penting untuk memiliki strategi perawatan yang efektif untuk meminimalkan kerusakan dan downtime mesin.

Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah ini adalah dengan menggunakan analisis rantai Markov. Rantai Markov adalah metode stokastik yang digunakan untuk memodelkan transisi keadaan sistem dari waktu ke waktu [1]. Dalam konteks ini, rantai Markov dapat digunakan untuk memodelkan transisi keadaan mesin penggilingan padi, seperti kondisi normal, kondisi *maintenance*, dan kondisi *breakdown*. Perkiraan kemungkinan peralihan mesin dalam berbagai keadaan operasional dapat dilakukan dengan menggunakan rantai Markov. Hal ini akan membantu dalam perencanaan jadwal perawatan preventif dan prediktif yang tepat waktu, sehingga memastikan bahwa mesin selalu berada dalam kondisi operasional yang optimal. Dengan demikian, penggunaan rantai Markov dapat menjadi alat yang efektif dalam meningkatkan keandalan dan kinerja mesin dalam proses penggilingan padi.

Penggunaan rantai Markov memungkinkan para peneliti untuk menganalisis dan memprediksi perilaku sistem kompleks,

\*Penulis Korespondensi.

termasuk di dalamnya aplikasi pada analisis data, pengolahan bahasa alami, genetika, dan ekonomi. Penggunaan rantai Markov dalam berbagai kasus peramalan banyak dilakukan di berbagai bidang terapan. Diantaranya penggunaan rantai Markov untuk menentukan pola penyebaran curah hujan di berbagai daerah [2–4], dan penerapan rantai Markov pada kasus strategi pemasaran UMKM [5]. Rantai Markov juga banyak dilibatkan untuk kasus peramalan seperti prediksi hasil panen kopi di Sulawesi [6], prediksi pengeluaran non makanan masyarakat Kabupaten Tulang Bawang [7], prediksi lahan deforestasi dan reforestasi hutan [8], dan beberapa prediksi dengan kasus serupa [9, 10]. Dalam kasus lain, beberapa penelitian menunjukkan manfaat rantai Markov untuk melakukan analisis dalam berbagai masalah seperti analisis pada masalah perpindahan konsumen pada pusat perbelanjaan [11], masalah *Brand Switching* pada aplikasi transportasi online [12], masalah transmisi dan vaksinasi Covid-19 [13], termasuk masalah ekspor minyak [14]. Berbagai kasus terapan yang telah dilakukan menggunakan rantai Markov menunjukkan bahwa metode ini memiliki efektifitas dan kebermanfaatan yang sangat aplikatif untuk menyelesaikan berbagai persoalan.

Pada penelitian ini, penggunaan rantai Markov dilakukan untuk membantu sektor pertanian dengan memperkirakan waktu perawatan dan tingkat reliabilitas mesin penggilingan padi. Model ini digunakan karena kemampuannya untuk memprediksi keadaan masa depan berdasarkan keadaan saat ini, tanpa memerlukan informasi tentang keadaan sebelumnya (memori Markov). Rantai Markov dapat diwakili dalam bentuk matriks transisi, di mana setiap elemen dalam matriks menunjukkan probabilitas transisi dari satu keadaan ke keadaan lainnya. Penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi untuk mendorong produksi beras di Desa Mustika Kabupaten Gorontalo dapat tetap stabil melalui waktu perencanaan perawatan yang tepat.

## 2. Metode

### 2.1. Data Penelitian

Data yang digunakan untuk analisis adalah data primer yang diperoleh melalui observasi di penggilingan padi di Desa Mustika. Observasi dilakukan pada 18 November hingga 17 Desember 2022 bertepatan dengan waktu panen raya di Kabupaten Gorontalo.

### 2.2. State (Ruang Keadaan)

Ruang keadaan dalam penelitian ini dibagi atas tiga keadaan yakni; Baik (0); Rusak ringan (1) dan Rusak berat (2) yang mengacu pada keadaan mesin [15]. Mesin dikatakan dalam kondisi baik jika beroperasi secara optimal dan tanpa kendala, kondisi rusak ringan adalah keadaan dimana mesin dapat beroperasi secara terbatas atau memiliki waktu penggunaan yang kurang dari 8 jam, sedangkan mesin dikategorikan rusak berat jika mesin tersebut tidak dapat digunakan pada hari tersebut.

### 2.3. Matriks Peluang Transisi

Dalam menghitung matriks peluang transisi, sebelumnya dilakukan perhitungan jumlah transisi dari hari sebelumnya ke hari berikutnya [16]. Entri tiap matriks tersebut dihitung menggunakan persamaan (1).

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{N_{ij}}, \quad (1)$$

dimana  $n_{ij}$  merupakan jumlah transisi dari *state*  $i$  ke *state*  $j$  dan  $N_{ij}$  adalah total transisi [17]. Akibatnya diperoleh matriks transisi untuk tiap mesin pada persamaan (2).

$$m_n = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & \cdots & p_{0j} \\ p_{10} & p_{11} & \cdots & p_{1j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{i0} & p_{i1} & \cdots & p_{ij} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

dengan  $0 \leq p_{ij} \leq 1$  dan  $\sum_{j=0}^{\infty} p_{ij} = 1$ ;  $i, j = 0, 1, 2$ .

### 2.4. Identifikasi Model Rantai Markov

Sebuah proses stokastik  $X_n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) dengan indeks  $T$  diskrit dan ruang keadaan (*State*)  $S$  memiliki peluang transisi  $P$  dengan entri-entri matriks  $p_{ij}$ . Maka untuk suatu ruang keadaan  $j$  dapat dicapai dari keadaan  $i$  jika untuk  $n \geq 0$  dan  $p_{ij}^n$  dinotasikan  $i \rightarrow j$ . Adapun untuk keadaan  $i$  dapat dicapai oleh  $i$  (*state* itu sendiri) dinotasikan  $i \rightarrow i$ . Jika ruang keadaan  $i$  dan  $j$  memenuhi  $i \rightarrow j$  dan  $j \rightarrow i$  dinotasikan  $i \leftrightarrow j$ .

Berikut beberapa Definisi dan Teorema tentang rantai Markov yang digunakan untuk membantu menyelesaikan analisis pada penelitian ini.

**Definisi 1.** [18] Suatu rantai Markov dikatakan *irreducible* jika hanya terdapat satu kelas komunikasi atau semua keadaan saling berkomunikasi satu sama lain.

**Definisi 2.** [19] Ruang keadaan dikatakan *recurrent* jika dan hanya jika  $\sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}^n = \infty$ . Dan jika  $i$  *recurrent* dan memenuhi  $i \leftrightarrow j$ , maka ruang keadaan  $j$  adalah *recurrent*.

**Definisi 3.** [20] Ruang keadaan  $i$  dengan  $d(i)$  sebagai periode,  $d(i)$  merupakan FPB dari  $n$  untuk semua bilangan bulat  $n \geq 1$  bila  $p_{ii}^n > 0$ . Jika  $d(i) = 1$ , maka ruang keadaan  $i$  adalah *aperiodik*. Adapun bila  $i \leftrightarrow j$  maka  $d(i) = d(j)$ .

**Teorema 1.** [19] Untuk semua keadaan *recurrent*, diklasifikasikan sebagai *positif-recurrent* jika  $\mu_i, \mu_j < \infty$ . Untuk  $\mu_i = \sum_{i=0}^{\infty} n f_{ii}^n$  yang menyatakan rata-rata waktu *recurrent* untuk keadaan  $i$ .

**Bukti.** Misalkan  $i$  adalah keadaan *recurrent* positif. Maka, terdapat  $n > 0$  sehingga  $p_{ij} > 0$ .

Didefinisikan :

$$g_i(n) = \sum_{k=0}^{n-1} p_{ik} f_{kk}$$

dapat ditunjukkan bahwa :

- $g_i(n) \leq f_{ii} + g_i(n-1)$
- $g_i(n) \geq f_{ii}$

Dari dua rumus tersebut dapat dikatakan  $g_i(n)$  konvergen ke  $f_{ii}$

Didefinisikan :

$$\mu_i = \sum_{n=0}^{\infty} n f_{ii}^n.$$

Maka dapat ditunjukkan bahwa :

- $\mu_i = \sum_{n=0}^{\infty} n g_i(n)^n$
- $\mu_i < \infty$

Dari pembuktian tersebut terbukti bahwa keadaan I adalah positif-recurrent.  $\square$

**Teorema 2. [19]** Rantai Markov dikatakan ergodik jika dan hanya jika rantai Markov tersebut positif-recurrent dan aperiodik.

*Bukti.* • Untuk arah pertama ( $\rightarrow$ ): Misalkan rantai Markov adalah ergodik. Maka, rantai Markov tersebut positif-recurrent dan aperiodik.

- Untuk pembuktian rantai Markov positif-recurrent sudah dibuktikan pada Teorema 1 selanjutnya akan membuktikan apakah rantai Markov tersebut aperiodik atau bukan.
- Untuk Aperiodik : Misalkan  $a$  adalah periode dari rantai Markov. Maka, terdapat  $n$  sehingga  $p_{nn} > 0$  untuk semua  $n$  bukan merupakan kelipatan  $a$ .

Didefinisikan :

$$h_i(n) = \sum_{k=0}^{n-1} p_{ik} f_{kk} - g_i(n)$$

Dapat ditunjukkan bahwa :

$$h_i(n) = 0$$

Dari persamaan tersebut dapat disimpulkan bahwa  $a = 1$ , dimana  $a$  adalah rantai Markov aperiodik.

Dapat disimpulkan bahwa rantai Markov adalah positif-recurrent dan aperiodik.

- Untuk arah kedua ( $\leftarrow$ ): Misalkan rantai Markov adalah positif-recurrent dan aperiodik. Maka, rantai Markov adalah ergodik.
- Untuk Ergodik: Misalkan  $f$  adalah fungsi kontinu pada ruang keadaan  $S$ . Maka, terdapat  $n$  sehingga :

$$|f(x) - f(y)| < \varepsilon$$

untuk semua  $x, y$  dalam  $S$  dan  $n > N$ .

Didefinisikan :

$$g(n) = \sum_{i=1}^m f(x_i) p_i(x_0)$$

Dapat ditunjukkan bahwa :

$$|g(n) - g(n+1)| < \varepsilon$$

untuk semua  $n > N$ .

Dari persamaan tersebut dapat disimpulkan bahwa  $g$  konvergen ke nilai  $a$  untuk semua  $x_0$  dalam  $S$ .

Dapat disimpulkan bahwa rantai Markov adalah ergodik.

Dapat disimpulkan juga bahwa Teorema 2 tersebut benar.  $\square$

**Teorema 3. [21]** Untuk ruang keadaan yang ergodik, maka  $p_{ii}^n \rightarrow \frac{1}{\mu_j}$  dan untuk  $n \rightarrow \infty$  maka  $\frac{1}{\mu_j} = 0$ .

*Bukti.* Diasumsikan  $\delta = 1$ , dimiliki

$$M_{(n)} - M_{(n-1)} = p_{ii}^n \rightarrow \frac{1}{\mu_j}$$

dengan  $n \rightarrow \infty$ . Jika keadaan  $j$  recurrent dan aperiodic dengan periode  $d(j)$ , dengan mengaplikasikan Blackwell's dimiliki

$$M(nd(j)) - M((n-1)d(j)) = p_{ii}^{nd(i)} \rightarrow \frac{d(j)}{\mu_j}$$

dengan  $n \rightarrow \infty$  dimana  $\frac{1}{\mu_j} = 0$  jika state  $j$  adalah null-recurrent. Ingat kembali bahwa rantai Markov recurrent dan aperiodic merupakan rantai Markov ergodik.  $\square$

**Teorema 4. [21]** Untuk rantai Markov yang irreducible dan ergodik, maka terdapat limit peluang

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^n = \pi_j \cdot i; j = 0, 1, 2. \quad (3)$$

yang tidak bergantung pada keadaan awal  $i$  dengan distribusi stasioner  $\pi_j, i; j = 0, 1, 2$ . memiliki solusi unik dan positif  $\pi_j = \sum_{i=0}^{\infty} \pi_i p_{ij}, j = 0, 1, 2$ .

*Bukti.* Dimisalkan :  $\pi_j = \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^n, j > 0$ . Maka  $\pi_j$  merupakan penyelesaian satu-satunya dari persamaan:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \pi_i p_{ij}, j > 0$$

sehingga

$$\sum_{j=0}^{\infty} \pi_j = 1.$$

Jadi,  $\pi_j$  merupakan limit peluang dari rantai Markov, yang menyatakan bahwa dimulai dari keadaan apapun, proses akan berada di keadaan j setelah  $n$  transisi. Selain itu,  $\pi_j$  dapat juga berarti proporsi waktu dari proses akan berada di keadaan j setelah berjalan cukup lama dan untuk rantai Markov ergodik,  $\pi_j$  dimana  $j > 0$ .  $\square$

### 2.5. Pengujian Sifat Markov

Sebelum menentukan peluang kondisi steady state, langkah awal yang dilakukan adalah menguji apakah matriks transisi dari data keadaan mesin memenuhi sifat markov dengan menggunakan uji Chi-Square [22]. Jika nilai  $\chi_{hitung}^2 > \chi_{tabel}^2$  maka matriks transisi memenuhi sifat markov yang menyatakan bahwa keadaan pada hari  $t + 1$  tidak bebas terhadap hari  $t$  [23].

### 2.6. Peluang Jangka Panjang

Peluang jangka panjang ditentukan menggunakan persamaan Chapman-Kolmogorov pada persamaan (4) untuk menentukan transisi  $n$ -langkah [24].

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^n = \pi_{i,j}. \quad (4)$$

Oleh karena itu, dapat dihitung peluang steady state yang merupakan nilai matriks  $\pi$  dengan entri-entri  $\pi_i$ .

### 2.7. Menghitung Reliabilitas

Pada ruang keadaan terbatas  $S = \{0, 1, 2\}$ , dipartisi menjadi dua bagian yaitu ruang keadaan bekerja (*up state*) yang dinotasikan  $U$  dan ruang keadaan tidak bekerja (*down state*) yang dinotasikan  $D$ . Reliabilitas didefinisikan pada persamaan (5) [25]:

$$R(n) = \pi_u(0) P_{UU}^n \mathbf{1}_r. \tag{5}$$

## 3. Hasil dan Pembahasan

### 3.1. Matriks Peluang Transisi

Pada Penelitian ini, ruang keadaan (*state*) dibagi menjadi tiga yakni baik, rusak ringan, dan rusak berat. Objek pengamatan pada penelitian ini adalah tiga buah mesin di tiga mesin penggilingan padi di Desa Mustika. Berdasarkan pengamatan yang dilakukan pada kurun waktu 30 hari, dapat dilihat hasil pengamatan kondisi mesin pada Tabel 1.

Tabel 1. Kondisi mesin

Status	Mesin 1	Mesin 2	Mesin 3
Baik	18	21	17
Rusak Ringan	7	7	11
Rusak Berat	5	2	2
Total	30	30	30

Selanjutnya dapat dituliskan untuk keadaan tiap mesin dalam ruang keadaan atau *state* yaitu:

- Jika mesin dalam keadaan baik dimana mesin dapat beroperasi secara maksimal dituliskan 0 yang menyatakan keadaan mesin adalah 0;
- Jika mesin dalam keadaan rusak ringan dimana mesin dapat beroperasi namun tidak secara maksimal dituliskan 1 yang menyatakan keadaan mesin adalah 1;
- Jika mesin dalam keadaan rusak berat dimana mesin tidak dapat beroperasi dituliskan 2 yang menyatakan keadaan mesin adalah 2.

Berdasarkan uraian diatas, maka dapat disimpulkan bahwa ruang keadaan atau *state* untuk kondisi mesin di Desa Mustika adalah  $S = \{0, 1, 2\}$ . Frekuensi transisi dari *state*  $i$  ke *state*  $j$  untuk setiap mesin, disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Frekuensi transisi

		Mesin 1			Mesin 2			Mesin 3			
state $i$	state $j$	state $j$			state $j$			state $j$			
	0	1	2	0	1	2	0	1	2		
0	14	3	1	0	18	2	1	0	14	2	1
1	3	4	0	1	2	5	0	1	2	9	0
2	1	0	4	2	1	0	1	2	1	0	1

Tabel 2 merupakan frekuensi transisi dengan asumsi keadaan akhir kondisi mesin adalah baik. Setelah menentukan frekuensi transisi dari *state*  $i$  ke *state*  $j$  dari masing-masing mesin, maka dapat dibentuk matriks peluang transisinya. Matriks peluang transisi dibuat untuk melihat peluang perpindahan *state* agar dapat memprediksi keadaan suatu mesin berdasarkan keadaan awal waktu pengamatan. Ini berguna untuk mengevaluasi kestabilan sistem dan merencanakan pemeliharaan mesin. Setiap entri

matriks ditentukan menggunakan persamaan (1) dan hasil perhitungan matriks peluang transisi masing-masing  $m_1$  untuk mesin 1,  $m_2$  untuk mesin 2, dan  $m_3$  untuk mesin 3 disusun berdasarkan persamaan (2):

$$m_1 = \begin{bmatrix} 0,778 & 0,167 & 0,055 \\ 0,429 & 0,571 & 0 \\ 0,20 & 0 & 0,80 \end{bmatrix}$$

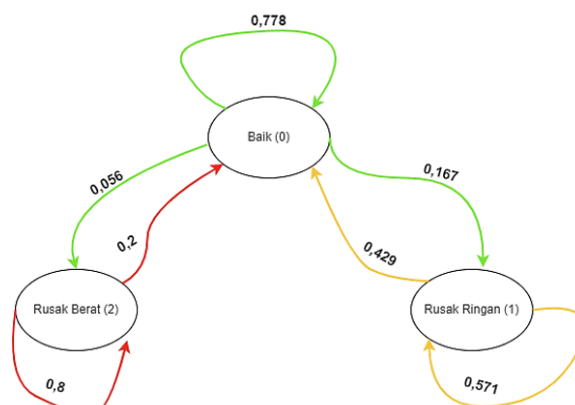
$$m_2 = \begin{bmatrix} 0,857 & 0,095 & 0,048 \\ 0,286 & 0,714 & 0 \\ 0,50 & 0 & 0,50 \end{bmatrix}$$

$$m_3 = \begin{bmatrix} 0,824 & 0,118 & 0,058 \\ 0,182 & 0,818 & 0 \\ 0,50 & 0 & 0,50 \end{bmatrix}$$

Matriks peluang transisi keadaan mesin pada mesin 1 menunjukkan bahwa peluang transisi tertinggi adalah  $P_{00}$  atau peluang transisi dari kondisi baik ke kondisi baik kembali lebih besar dari pada peluang menuju keadaan rusak ringan atau rusak berat yaitu sebesar 77,80%. Kasus yang sama juga terjadi pada dua mesin lainnya yaitu masing-masing sebesar 85,70% dan 82,40%.

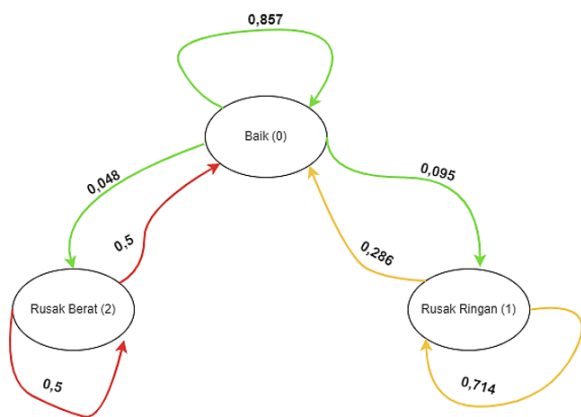
### 3.2. Identifikasi Model Rantai Markov

Identifikasi model rantai Markov bertujuan melihat hubungan atau keterkaitan antar *state* yang berarti melakukan analisis pada model rantai Markov untuk memahami bagaimana *state-state* dalam matriks tersebut berinteraksi dan saling mempengaruhi. Hubungan atau keterkaitan antar *state* dianalisis dengan mengamati pola perpindahan antar *state* baik dari *state*  $i$  ke  $j$ ,  $j$  ke  $i$ , atau  $i$  ke  $i$ . Pola perpindahan pada ketiga mesin penggilingan dapat ditunjukkan masing-masing pada Gambar 1, Gambar 2, dan Gambar 3 berdasarkan matriks peluang transisi yang telah disusun.

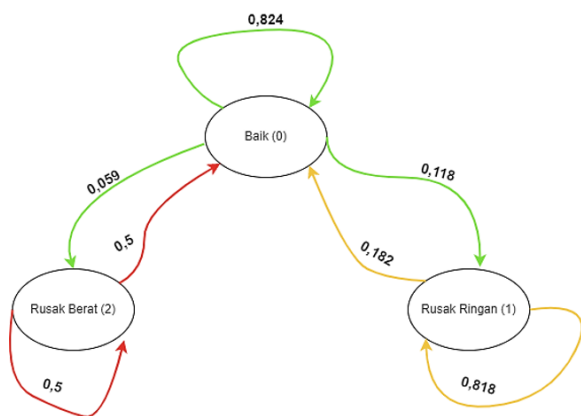


Gambar 1. Hubungan antar state mesin 1

Dari Gambar 1, Gambar 2, dan Gambar 3, dapat dijelaskan bahwa *state* 0 berinteraksi dengan dirinya sendiri dan berkomunikasi dengan *state* 1 dan *state* 2, dan sebaliknya baik *state* 1 dan 2 dapat di akses melalui *state* 0 ( $0 \leftrightarrow 1$ ,  $0 \leftrightarrow 2$  dan  $0 \leftrightarrow 0$  dimana  $P_{00} \neq 1$ ). *State* 1, hanya dapat berkomunikasi dengan *state* 0 dan dirinya sendiri sehingga *state* 1 dapat di akses melalui *state* 0 dan sebaliknya *state* 0 dapat di akses melalui *state* 1 ( $0 \leftrightarrow 1$  dan  $1 \leftrightarrow 1$  dimana  $P_{11} \neq 1$ ). *State* 2, hanya dapat



Gambar 2. Hubungan antar state mesin 2



Gambar 3. Hubungan antar state mesin 3

berkomunikasi dengan state 0 dan dirinya sendiri sehingga state 2 dapat di akses melalui state 0 dan sebaliknya state 0 dapat di akses melalui state 2 ( $0 \leftrightarrow 2$  dan  $2 \leftrightarrow 2$  dimana  $P_{22} \neq 1$ ). Seluruh state berada dalam satu kelas  $S = \{0, 1, 2\}$ , dimana  $0 \leftrightarrow 1$ ,  $0 \leftrightarrow 2$ ,  $0 \leftrightarrow 0$ ,  $1 \leftrightarrow 1$  dan  $2 \leftrightarrow 2$  sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa terjadi interaksi antara state 1 dan state 2 atau  $1 \leftrightarrow 2$ . Hal ini karena pada kelas yang sama state 1 dan 2 memiliki hubungan biimplikasi melalui state 0. Berdasarkan Gambar 1, Gambar 2, dan Gambar 3 serta uraian tersebut maka rantai Markov di atas merupakan rantai Markov yang memiliki sifat *irreducible* dimana pada satu kelas yang sama semua state pada kelas tersebut saling berinteraksi. Selanjutnya dengan menggunakan nilai entri-entri matriks pada matriks transisi  $n$ -langkah dihasilkan bahwa ruang keadaan merupakan state yang *recurrent*:

$$p_{1,0}^1 + p_{1,0}^2 + p_{1,0}^3 + p_{1,0}^4 + p_{1,0}^5 + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} p_{1,0}^n = \infty \quad (6)$$

dengan adanya  $0 \leftrightarrow 1$  dan  $0 \leftrightarrow 2$ , maka state 1 dan 2 pula adalah state yang *recurrent* dan dengan cara yang sama, dihasilkan pula ruang keadaan pada mesin 2 dan 3 memiliki state yang *recurrent*:

$$\sum_{n=1}^{\infty} p_{2,0}^n = \infty$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} p_{3,0}^n = \infty$$

untuk menentukan periodisasi state, dilakukan pemeriksaan untuk masing-masing state pada tiap mesin. Untuk mesin pertama dihasilkan:

$$p_{1,0}^1 = 0,778 > 0;$$

$$p_{1,0}^2 = 0,688 > 0, \text{ dst.}$$

sehingga

$$d_1(0) = FPB \{2, 3, 4, \dots\} = 1.$$

Karena  $d_1(0) = 1$ , hal ini berarti state 0 merupakan state yang *aperiodic*. Jika state  $i$  memiliki periode  $d_i$ , dan state  $i$  dan  $j$  berkomunikasi, maka state  $j$  juga memiliki periode  $d_i$ . Dapat dilihat pula, karena  $d_1(0) = d_1(1) = d_1(2) = 1$  sehingga baik state 1 dan 2 merupakan state yang *aperiodic*.

Untuk mesin ke dua dan tiga dengan cara yang sama dihasilkan sebagai berikut.

$$d_2(0) = d_2(1) = d_2(2) = 1$$

$$d_3(0) = d_3(1) = d_3(2) = 1.$$

Terlihat bahwa, seluruh state pada mesin dua dan tiga juga merupakan state yang *aperiodic*. Dengan bantuan program R-studio, dihasilkan bahwa pada langkah ke 31, entri-entri dari matriks  $P_1$  bernilai sama, yaitu:

$$P_1^{(31)} = \begin{bmatrix} 0,601 & 0,234 & 0,165 \\ 0,601 & 0,234 & 0,165 \\ 0,601 & 0,234 & 0,165 \end{bmatrix}.$$

Oleh karena itu, untuk state 0,

$$P_{1,00}^n \rightarrow 0,601 = \frac{1}{\mu_0} \text{ sehingga } \mu_0 = 1,664.$$

Untuk state 1,

$$P_{1,11}^n \rightarrow 0,234 = \frac{1}{\mu_1} \text{ sehingga } \mu_1 = 4,274.$$

Untuk state 2,

$$P_{1,22}^n \rightarrow 0,165 = \frac{1}{\mu_2} \text{ sehingga } \mu_2 = 6,061.$$

Untuk mesin ke dua dihasilkan  $\mu_0 = 1,429$ ,  $\mu_1 = 4,292$  dan  $\mu_2 = 14,925$ . Adapun pada mesin ketiga  $\mu_0 = 1,764$ ,  $\mu_1 = 2,725$  dan  $\mu_2 = 15,152$ .

Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan, terlihat bahwa dari seluruh state dari semua mesin memiliki nilai  $\mu_0, \mu_1, \mu_2 < \infty$ , sehingga seluruh state merupakan state yang *recurrent positif*. Hal ini berarti nilai harapan untuk rantai yang dimulai dari state 0 hingga proses tersebut kembali ke state 0 merupakan bilangan berhingga atau *finite*.

Karena setiap state adalah positif *recurrent* dan *aperiodic* maka rantai markov pada Gambar 1, 2, dan 3 merupakan rantai Markov yang *ergodik* dan *irreducible*.

### 3.3. Peluang Jangka Panjang

Sebelum menentukan peluang kondisi jangka panjang (*steady state*), langkah awal yang dilakukan adalah menguji apakah matriks transisi dari data keadaan mesin memenuhi sifat Markov

dengan menggunakan uji Chi-Square. Matriks transisi memenuhi sifat Markov, jika pada hasil pengujian menyatakan bahwa kondisi terjadi pada hari  $t + 1$  (*state j*) tidak bebas terhadap hari- $t$  (*state i*). Derajat kebebasan 4, dan  $\alpha = 0,05$ , hipotesis yang digunakan:

$H_0$  : Matriks transisi tidak saling bebas

$H_1$  : Matriks transisi saling bebas

dengan kriteria pengujian: tolak  $H_0$  jika  $X_{hitung}^2 < X_{tabel}^2$ , dan gagal tolak  $H_0$  jika  $X_{hitung}^2 \geq X_{tabel}^2$ .

Selanjutnya, hasil uji *Chi-square* disajikan pada Tabel 3.

**Tabel 3.** Hasil uji *Chi-square*

Kasus	$X_{hitung}^2$	$X_{tabel}^2$
Mesin 1	22,096	
Mesin 2	17,908	9,4877
Mesin 3	20,977	

Dari Tabel 3 dapat dilihat hasil pengujian menunjukkan nilai  $X_{hitung}^2$  pada ketiga data kondisi mesin lebih besar dari  $X_{tabel}^2$ , sehingga terima  $H_0$  yaitu matriks transisi tidak saling bebas. Artinya data kondisi harian mesin memenuhi sifat Markov dengan kemungkinan kesalahan sebesar 5%. Pengujian dapat dilanjutkan untuk mengevaluasi kemungkinan kondisi *steady state* berdasarkan data kondisi mesin harian.

Menentukan peluang jangka panjang bertujuan untuk mengevaluasi hasil kerja mesin di waktu yang akan datang hingga tidak ada lagi perubahan atau mencapai kondisi *steady state*. Proses menentukan peluang jangka panjang menggunakan persamaan Chapman-Kolmogorov pada persamaan (4), dilakukan dengan cara mengalikan matriks peluang transisi dengan matriks peluang transisi itu sendiri kemudian hasil yang didapatkan dari periode selanjutnya dikalikan lagi dengan matriks peluang transisi awal, proses ini dilakukan secara terus menerus hingga mencapai periode yang nilai peluangnya tidak mengalami perubahan.

Untuk mesin 1 dihasilkan :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_{1,i0}^n = \pi_{1,0} = 0,601$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_{1,i1}^n = \pi_{1,1} = 0,234$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_{1,i2}^n = \pi_{1,2} = 0,165$$

sehingga peluang *steady state* untuk mesin 1 dengan matriks peluang transisi  $P$  adalah :

$$\pi_1 = [\pi_{1,0}, \pi_{1,1}, \pi_{1,2}] = [0,601, 0,234, 0,165].$$

Berdasarkan matriks peluang *steady state* tersebut, peluang mesin 1 dalam kondisi baik adalah 60,10%, peluang untuk rusak ringan adalah 23,40% dan peluang rusak berat sebesar 16,50%. Selanjutnya untuk mesin lainnya dengan cara yang sama dihasilkan:

$$\text{Mesin 2} \rightarrow \pi_2 = [\pi_{2,0}, \pi_{2,1}, \pi_{2,2}] = [0,7, 0,233, 0,067]$$

$$\text{Mesin 3} \rightarrow \pi_3 = [\pi_{3,0}, \pi_{3,1}, \pi_{3,2}] = [0,567, 0,367, 0,066].$$

Untuk mesin kedua dan ketiga, masing-masing memiliki peluang dalam kondisi baik adalah 70% dan 56,70%, untuk kondisi rusak ringan yakni 23,30% dan 36,70% sedangkan kondisi rusak berat sebesar 6,70% dan 6,60%. Oleh karena itu, rata-rata nilai keseluruhan tiga mesin yakni 62,27% untuk keadaan baik, 27,80% untuk rusak ringan, dan 27,80% dalam keadaan rusak berat.

### 3.4. Reliabilitas Mesin

Menentukan Nilai reliabilitas pada suatu mesin yaitu bagaimana mengetahui ukuran sejauh mana mesin dapat beroperasi atau berfungsi dengan baik tanpa mengalami kegagalan atau kerusakan dalam rentang waktu tertentu. Perhitungan dilakukan menggunakan persamaan (5) dengan mengalikan matriks untuk masing-masing ruang keadaan dengan matriks transisi  $n$ -langkah untuk masing-masing *state*. Diketahui bahwa ruang keadaan mesin atau ruang *state* adalah  $S = \{0, 1, 2\}$  dimana *state* 0 dan 1 merupakan kondisi dimana mesin dapat bekerja, sedangkan *state* 2 merupakan kondisi mesin tidak dapat berfungsi. Oleh karena itu, partisi dibuat berdasarkan kemampuan mesin untuk bekerja. Jika mesin berada dalam keadaan berfungsi A, maka keadaan tidak dapat berfungsi adalah B.

Untuk  $n = 1$  mesin pertama:

$$R(n) = [\pi_0(0) \quad \pi_1(0)] \begin{bmatrix} p_{1,00} & p_{1,10} \\ p_{1,01} & p_{1,11} \end{bmatrix}^n \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$R(1) = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} 0,778 & 0,167 \\ 0,429 & 0,571 \end{bmatrix}^1 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= [0,778 \quad 0,167] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0,945.$$

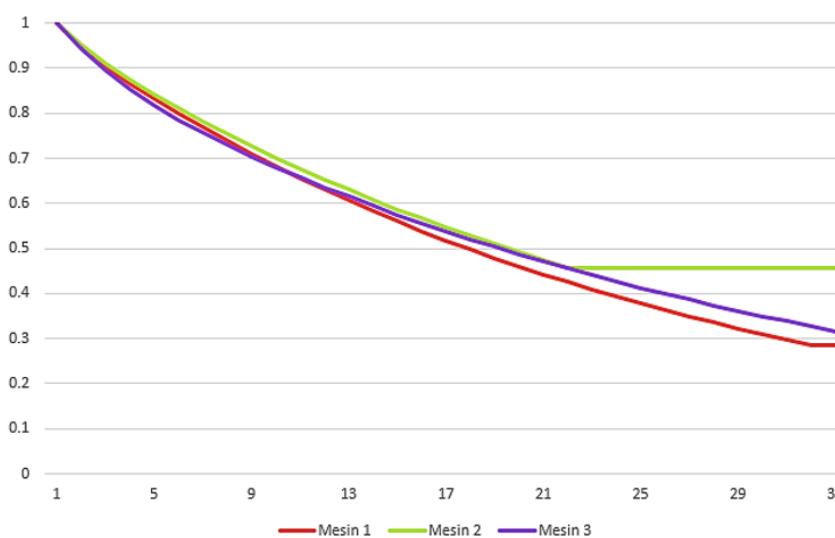
Maka nilai reliabilitas mesin 1 untuk  $n = 1$  adalah 0,945. Hal ini dapat diartikan bahwa pada hari ke-1 peluang mesin 1 dapat berfungsi dengan baik adalah 94,50%. Dengan perlakuan yang sama, dapat dihitung nilai reliabilitas untuk  $n = 2$  hingga  $n = 31$ . Selain itu, nilai rehabilitasi untuk mesin kedua dan ketiga dapat dibuat yang ditunjukkan pada Tabel 4.

Dengan melakukan perhitungan untuk tiap nilai  $n$  pada masing-masing mesin untuk mesin 1 memiliki nilai reliabilitas mesin yang menurun setiap harinya dengan tingkat keandalan 28,70% pada hari ke 31. Diharapkan dapat dilakukan perawatan sekali dalam 31 hari agar dapat menjaga kondisi mesin. Mesin ke-2 memiliki tingkat keandalan 45,80% pada hari ke 21. Diharapkan dapat dilakukan perawatan sekali dalam 21 hari agar dapat menjaga kondisi mesin. Tingkat reliabilitas mesin ke dua relative lebih tinggi dibanding mesin 1. Adapun mesin ke tiga memiliki tingkat keandalan 31,70% pada hari ke 32. Diharapkan dapat dilakukan perawatan sekali dalam 32 hari agar dapat menjaga kondisi mesin. Tingkat reliabilitas mesin ke dua relative lebih tinggi dibanding mesin 1 dan lebih kecil dari mesin 2. Terdapat kesesuaian hasil penelitian yang dilakukan dengan penelitian [26] dimana nilai reliabilitas mesin penggilingan padi dapat terjadi penurunan seiring dengan penggunaan mesin secara terus menerus. Perbandingan nilai reliabilitas ketiga mesin disajikan pada Gambar 4.

Perbandingan nilai reabilitas antar mesin pada Gambar 4 menunjukkan bahwa pada periode awal yakni hari pertama hingga hari ke 9, mesin ketiga memiliki laju penurunan tertinggi. Adapun pada saat ketiga mesin mencapai *steady state*, mesin ke dua memiliki tingkat keandalan tertinggi dibanding dua mesin lainnya, dengan mesin dengan tingkat keandalan akhir terendah adalah mesin pertama. Maka nilai rata-rata untuk reliabilitas ketiga

Tabel 4. Nilai reabilitas mesin

n	Mesin 1	Mesin 2	Mesin 3	n	Mesin 1	Mesin 2	Mesin 3	n	Mesin 1	Mesin 2	Mesin 3
1	94,50%	95,20%	94,20%	12	60,60%	63,00%	61,50%	23	39,40%	45,80%	42,70%
2	90,20%	91,10%	89,40%	13	58,30%	60,80%	59,40%	24	37,80%	45,80%	41,30%
3	86,50%	87,50%	85,30%	14	56,10%	58,70%	57,50%	25	36,40%	45,80%	40,00%
4	83,10%	84,20%	81,70%	15	53,90%	56,70%	55,60%	26	35,00%	45,80%	38,70%
5	79,90%	81,10%	78,50%	16	51,80%	54,70%	53,80%	27	33,60%	45,80%	37,40%
6	76,80%	78,20%	75,60%	17	49,80%	52,80%	52,10%	28	32,30%	45,80%	36,20%
7	73,80%	75,40%	72,90%	18	47,90%	51,00%	50,40%	29	31,10%	45,80%	35,00%
8	71,00%	72,70%	70,40%	19	46,10%	49,20%	48,70%	30	29,90%	45,80%	33,90%
9	68,20%	70,10%	68,00%	20	44,30%	47,50%	47,20%	31	28,70%	45,80%	32,80%
10	65,60%	67,70%	65,70%	21	42,60%	45,80%	45,60%	32	28,70%	45,80%	31,70%
11	63,10%	65,30%	63,50%	22	40,90%	45,80%	44,10%	33	28,70%	45,80%	31,70%



Gambar 4. Perbandingan nilai reabilitas antar mesin

mesin dan waktu rata-rata perawatan, yaitu:

$$\bar{R} = \frac{0,287 + 0,458 + 0,317}{3} = 0,345,$$

$$\text{waktu perawatan} = \frac{31 + 21 + 32}{3} \approx 28,$$

sehingga rata-rata reliabilitas untuk mesin penggilingan padi di Desa Mustika adalah 35,40% dengan waktu perawatan rata-rata 28 hari penggunaan.

#### 4. Kesimpulan

Hasil penelitian menunjukkan bahwa dengan menggunakan rantai Markov, dapat dihasilkan peluang jangka panjang mesin pada gilingan padi di Desa Mustika rata-rata sebesar 62,27% dalam keadaan baik, 27,80% dalam keadaan rusak ringan serta 9,93% dalam keadaan rusak berat. Dengan mengetahui peluang jangka panjang mesin dalam berbagai kondisi operasional, pengelola gilingan padi dapat mengembangkan jadwal perawatan yang lebih efektif. Adapun nilai reliabilitas mesin gilingan padi yang ada di Desa Mustika rata-rata sebesar 35,40% dengan perkiraan waktu perawatan setidaknya sekali dalam 28 hari penggunaan. Hasil dari reabilitas mesin tersebut dapat memfokuskan pengelola pada upaya untuk meningkatkan keandalan dan kinerja mesin serta dapat mengoptimalkan penggunaan sumber daya, termasuk waktu, tenaga kerja, dan biaya. Dengan memperbaiki keandalan

mesin dan mengurangi downtime, gilingan padi dapat mencapai tingkat produktivitas yang lebih tinggi. Kemudian, mesin yang beroperasi dalam kondisi yang baik akan menghasilkan produk dengan kualitas yang lebih konsisten. Hal ini akan meningkatkan kepercayaan pelanggan terhadap produk gilingan padi dari Desa Mustika, memperkuat reputasi bisnis, dan membantu dalam mempertahankan pangsa pasar.

**Kontribusi Penulis.** Salmun K. Nasib: Konseptualisasi, Metodologi, Validasi, Penulisan, Administrasi. Riyanto Hasan: Analisis, Investigasi, Visualisasi, Penulisan. Ismail Djakaria: Validasi, tinjauan penulisan, Supervisi. Muhammad Rezky Friesta Payu: Validasi, tinjauan penulisan, Supervisi. Agusyarif Rezka Nuha: Validasi, tinjauan penulisan. La Ode Nashar: Validasi, tinjauan penulisan. Semua penulis telah membaca dan menyetujui versi manuskrip yang diterbitkan.

**Ucapan Terima Kasih.** Para penulis menyampaikan terima kasih kepada editor dan reviewer atas pembacaan yang cermat, kritik yang mendalam, dan rekomendasi yang praktis untuk meningkatkan kualitas tulisan ini.

**Pembiayaan.** Penelitian ini tidak menerima pembiayaan eksternal

**Konflik Kepentingan.** Para penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan yang terkait dengan artikel ini.



## Referensi

- [1] S. Syafruddin, S. Irma, and S. Sukarna, "Aplikasi analisis rantai markov untuk memprediksi status pasien rumah sakit umum daerah kabupaten barru," *Nat. Sci. J. Sci. Technol.*, vol. 3, no. 3, 2014, doi: <https://doi.org/10.22487/25411969.2014.v3.i3.3341>.
- [2] S. R. Wahyudi, R. F. Sari, and R. Widayarsi, "Penentuan Pola Penyebaran Curah Hujan Harian Kabupaten Karo Dengan Menggunakan Rantai Markov Orde-N", *Jurnal Riset dan Aplikasi Matematika (JRAM)*, vol. 5 no. 2, pp. 144-157, 2021, doi: <https://doi.org/10.26740/jram.v5n2.p144-157>.
- [3] N. N. Alyarahma, S. Nur'Adilah, and M. R. Alfaris, "Prediksi Frekuensi Probabilitas Curah Hujan di Jambi Menggunakan Rantai Markov serta Modul Tree Forecasting Berbantuan Software Qm-V5," *Multi Proximity: Jurnal Statistika*, vol. 1, no. 2, pp. 82-92, 2022, doi: <https://doi.org/10.22437/multiproximity.v1i2.18541>.
- [4] E. P. K. Sari, and A. M. U. Lahmadi, "Peramalan Cuaca Harian di Kota Purwokerto Menggunakan Metode Rantai Markov." *JMT: Jurnal Matematika dan Terapan*, vol. 6 no. 1, pp. 17-26, 2024, doi: <https://doi.org/10.21009/jmt.6.1.3>.
- [5] K. Mokoginta, S. K. Nasib, I. Djakaria, and D. Wungguli, "Analisis Perpindahan Merek Dan Strategi Pemasaran UMKM Menggunakan Metode Rantai Markov Dan Teori Permainan." *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, vol. 12 no. 1, pp. 57-66, 2024, doi: <https://doi.org/10.26740/mathunesa.v12n1.p57-66>.
- [6] T. A. Nurman, and I. Syata, "Prediksi Hasil Panen Kopi di Sulawesi Menggunakan Analisis Rantai Markov," *Jurnal MSA (Matematika dan Statistika serta Aplikasinya)*, vol. 9, no. 2, pp. 120-127, 2021, doi: <https://doi.org/10.24252/msa.v9i2.25413>.
- [7] A. Faisol, and A. R. Wiranto, "Prediksi Pengeluaran Non Makanan Masyarakat Kabupaten Tulang Bawang Menggunakan Metode Rantai Markov," *J Statistika: Jurnal Ilmiah Teori dan Aplikasi Statistika*, vol. 15 no. 1, 2022, doi: <https://doi.org/10.36456/jstat.vol15.no1.a5492>.
- [8] A. H. Nawawi, and E. Mailoa, "Prediksi Lahan Deforestasi Dan Reforestasi Hutan Kalimantan Timur Dengan Metode Rantai Markov." *Decode: Jurnal Pendidikan Teknologi Informasi*, vol. 4 no. 1, pp. 251-259, 2024, doi: <https://doi.org/10.51454/decode.v4i1.268>.
- [9] K. D. Candra, and C. Caturiyati, "Prediksi Model Rantai Markov Dalam Perubahan Indeks Harga Saham Sektor Energi Menggunakan Persamaan Chapman Kolmogorov (Studi Kasus PT. Bayan Resources TBK)," *Jurnal Kajian dan Terapan Matematika*, vol. 9 no. 2, pp. 117-124, 2023.
- [10] A. Nadhiroh, S. U. Rahayu, M. Qiptiah, M. Misdayanti, and D.R. Valencia, "Implementasi Penerapan Rantai Markov Chain Dalam Memprediksi Pemilihan Minat Masuk Ke Perguruan Tinggi Di Probolinggo," *Jurnal Sains dan Teknologi*, vol 5, no. 3, pp.746-752, 2024, doi: <https://doi.org/10.55338/saintek.v5i3.2192>.
- [11] F. V. Tumiwa, Y. A. Langi, and M. S. Paendong, "Analisis Perpindahan Konsumen pada Pusat Perbelanjaan di Kota Manado dengan Menggunakan Rantai Markov," *d'Cartesian*, vol. 11 no. 2, pp. 87-91, 2022.
- [12] S. K. Nasib, et al., "Analisis Perpindahan Penggunaan Aplikasi Transportasi Online Menggunakan Rantai Markov," *J. Mat UNAND*, vol. 13 no. 1, pp. 26-40, 2024, doi: <https://doi.org/10.25077/jmua.13.1.26-40.2024>.
- [13] R. A. Tungga, "Analisis Model Rantai Markov Waktu Kontinu pada Model Transmisi dan Vaksinasi COVID-19: Studi Kasus Provinsi DKI Jakarta," *Jurnal Simki Postgraduate*, vol. 3 no. 1, pp. 27-35, 2024, doi: <https://doi.org/10.29407/jspg.v3i1.566>.
- [14] D. A. Lubis, and Y. C. Anam, "Siklus Bisnis Ekspor Minyak Kelapa Sawit Nasional: Analisis Rantai Markov Dan Model Data Panel," *Journal of Analytical Research, Statistics and Computation*, vol. 2 no. 1, pp. 40-62, 2023, doi: <https://doi.org/10.4590/jarsic.v2i1.15>.
- [15] H. I. Madyantoro, M. F. Afdhal, Y. E. Priharanto, and J. P. Siahaan, "Intensitas Kerja Awak Pada Aktivitas Perawatan Sistem Pelumasan Mesin Induk Kapal Penangkap Ikan (Studi Kasus Km. Sumber Rezeki)," *Aurelia J*, vol. 3, no. 1, pp. 107-116, 2021, doi: <https://dx.doi.org/10.15578/aj.v3i1.11350>.
- [16] G. D. Safitri and Y. P. Astuti, "Analisis Pertambahan Pasien Positif dan Pasien Sembuh COVID-19 di Jawa Timur Menggunakan Metode Rantai Markov," *MATHunesa J. Ilm. Mat.*, vol. 9, no. 1, pp. 164-170, 2021, doi: <https://doi.org/10.26740/mathunesa.v9n1.p164-170>.
- [17] I. W. Mangku, *Proses Stokastik Dasar*. PT Penerbit IPB Press, 2022.
- [18] S. Osaki, "Applied Stochastic System Modeling, German: Springer-Verlag, 1992, doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-84681-6>.
- [19] S. M. Ross, *Introduction to Probability Model*, Los Angeles, California: University of Southern California, 2010.
- [20] M. Rusli, *Kajian Stokastik pada Teknik Kontrol*, Universitas Brawijaya Press, 2019.
- [21] H. Sugiyanto, *Pengantar Stokastik*, Yogyakarta: Universitas Ahmad Dahlan, 2021.
- [22] S. K. Nasib, N. Nurwan, E. D. D. Januari, and T. Macmud, "Karakteristik Rantai Markov Pada Data Curah Hujan Bulanan Stasiun Djalaluddin," *JMPM J. Mat. dan Pendidik. Mat.*, vol. 7, no. 2, pp. 81-89, 2022, doi: <https://doi.org/10.26594/jmpm.v7i2.2654>.
- [23] J. Riyono, C. E. Pujiastuti, and A. L. R. Putri, "Forecasting Laju Inflasi Indonesia Menggunakan Rantai Markov," *J. Sains Mat. dan Sta.*, vol. 8, no. 1, pp. 1-10, 2022, doi: <https://dx.doi.org/10.24014/jsms.v8i1.14767>.
- [24] J. M. Loban and S. B. Libing, "Aplikasi Analisis Rantai Markov Untuk Memprediksi Status Pasien Rumah Sakit Daerah Kalabahi," *J. Ilm. Wahana Pendidik.*, vol. 7, no. 6, pp. 163-167, 2021, doi: <https://doi.org/10.5281/zenodo.5571006>.
- [25] A. A. R. Fernandes, *Pemodelan Statistika Pada Analisis Reliabilitas Dan Survival*, Universitas Brawijaya Press, 2016.
- [26] A. Andriani and I. Romli, "Preventive maintenance pada mesin die casting dengan age replacement model untuk peningkatan reliabilitas mesin," *Oper. Excell. J. Appl. Ind. Eng.*, vol. 12, no. 1, pp. 1-12, 2020, doi: <https://dx.doi.org/10.22441/oe.2020.v12.i1.001>.