

Implementasi *Design Research* dalam Pembelajaran Analisis Riil yang Terkoneksi dengan Matematika Sekolah

Khamida Siti Nur Atiqoh dan M. Hafiz



Volume 13, Issue 3, Pages 425–434, Dec. 2025

Diterima 31 Oktober 2025, Direvisi 1 Desember 2025, Disetujui 4 Desember 2025, Diterbitkan 8 Desember 2025

To Cite this Article : K. S. N. Atiqoh dan M. Hafiz, "Implementasi *Design Research* dalam Pembelajaran Analisis Riil yang Terkoneksi dengan Matematika Sekolah", *Euler J. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.*, vol. 13, no. 3, pp. 425–434, 2025, <https://doi.org/10.37905/euler.v13i3.35095>

© 2025 by author(s)

JOURNAL INFO • EULER : JURNAL ILMIAH MATEMATIKA, SAINS DAN TEKNOLOGI



	Homepage	:	http://ejournal.ung.ac.id/index.php/euler/index
	Journal Abbreviation	:	Euler J. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.
	Frequency	:	Three times a year
	Publication Language	:	English (preferable), Indonesia
	DOI	:	https://doi.org/10.37905/euler
	Online ISSN	:	2776-3706
	License	:	Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License
	Publisher	:	Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo
	Country	:	Indonesia
	OAI Address	:	http://ejournal.ung.ac.id/index.php/euler/oai
	Google Scholar ID	:	QF_r-gAAAAJ
	Email	:	euler@ung.ac.id

JAMBURA JOURNAL • FIND OUR OTHER JOURNALS



Jambura Journal of Biomathematics



Jambura Journal of Mathematics



Jambura Journal of Mathematics Education



Jambura Journal of Probability and Statistics

Implementasi *Design Research* dalam Pembelajaran Analisis Riil yang Terkoneksi dengan Matematika Sekolah

Khamida Siti Nur Atiqoh¹, M. Hafiz^{1,*}

¹Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah Jakarta, Banten 15412, Indonesia

ARTICLE HISTORY

Diterima 31 Oktober 2025
Direvisi 1 Desember 2025
Disetujui 4 Desember 2025
Diterbitkan 8 Desember 2025

KATA KUNCI

Penelitian desain
Lintasan belajar
Koneksi
Analisis riil
Matematika sekolah

KEYWORDS

Design research
Learning trajectory
Connection
Real analysis
School mathematics

ABSTRAK. Penelitian ini bertujuan mendeskripsikan lintasan belajar (*learning trajectory*) pada materi barisan bilangan dan limitnya dalam mata kuliah Analisis Riil yang terhubung dengan konsep matematika sekolah. Metode yang digunakan adalah *Design Research* dengan tiga tahapan, yaitu *preliminary design*, *design experiment* (meliputi *pilot experiment* dan *teaching experiment*), serta *retrospective analysis*. Subjek penelitian adalah 30 mahasiswa semester V Program Studi Pendidikan Matematika UIN Syarif Hidayatullah Jakarta. Data dikumpulkan melalui Lembar Kerja Mahasiswa (LKM), observasi, dan wawancara, kemudian dianalisis secara kualitatif berdasarkan kesesuaian antara *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) dan lintasan belajar aktual mahasiswa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa lintasan belajar yang dikembangkan membantu mahasiswa memahami konsep barisan bilangan riil, barisan konvergen dan divergen, serta limit barisan secara bertahap dari pemahaman intuitif menuju formal. Revisi terhadap LKM dan HLT pada tahap kedua juga meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam melakukan generalisasi dan membangun koneksi matematis. Penelitian ini berkontribusi terhadap pengembangan *Local Instruction Theory* (LIT) yang relevan bagi pembelajaran Analisis Riil pada calon guru matematika serta memberikan alternatif desain pembelajaran yang menjembatani kesenjangan antara matematika sekolah dan matematika tingkat lanjut.

ABSTRACT. This study aims to describe a learning trajectory for the topics of sequences and its limits in Real Analysis that connects abstract mathematical concepts with school mathematics. The research employed a Design Research approach consisting of three stages: preliminary design, design experiment (including pilot and teaching experiments), and retrospective analysis. The participants were 30 fifth-semester students of the Mathematics Education Study Program at UIN Syarif Hidayatullah Jakarta. Data were collected through student worksheets, classroom observations, and interviews, and were analyzed qualitatively by comparing the Hypothetical Learning Trajectory (HLT) with the actual learning trajectory that emerged during instruction. The results indicate that the developed trajectory effectively supported students in understanding the concepts of real number sequences, convergent and divergent sequences, and limits through a gradual process from intuitive to formal understanding. Revisions to the worksheets and HLT in the second phase also improved students' ability to generalize patterns and build mathematical connections. This study contributes to the development of a relevant Local Instruction Theory (LIT) for Real Analysis instruction in mathematics teacher education and offers an alternative instructional design that bridges the gap between school mathematics and advanced mathematics.



This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License. **Editorial of EULER:** Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo, Jln. Prof. Dr. Ing. B. J. Habibie, Bone Bolango 96554, Indonesia.

1. Pendahuluan

Mahasiswa program studi pendidikan matematika di Perguruan Tinggi Lembaga Pendidikan Tenaga Kependidikan (LPTK) di Indonesia mempelajari beberapa mata kuliah matematika tingkat lanjut (*advanced mathematics courses*). Konsekuensinya, mahasiswa pendidikan matematika menyelesaikan cukup banyak mata kuliah matematika tingkat lanjut di samping mata kuliah kependidikan. Pengalaman mahasiswa pendidikan matematika dalam mempelajari matematika tingkat lanjut merupakan bagian penting dari persiapan mereka untuk mengajar matematika. Pemahaman matematika tingkat lanjut dapat berdampak pada kemampuan pedagogis untuk mengajar matematika di sekolah me-

nengah [1]. Mahasiswa jurusan pendidikan matematika harus mengambil mata kuliah matematika lanjutan karena mata kuliah ini memberikan mereka kesempatan untuk mengembangkan kemampuan pembuktian, penalaran logis, dan justifikasi matematika sekolah [2].

Di sisi lain, banyak guru sekolah menengah yang mengatakan bahwa mata kuliah matematika tingkat lanjut yang mereka ambil di perguruan tinggi tidak ada hubungannya dengan pelajaran yang mereka ajarkan kepada para siswanya [3]. Perkuliahan matematika tingkat lanjut yang ditempuh mahasiswa pendidikan matematika sering kali kurang terhubung secara eksplisit dengan praktik mengajar, sehingga mereka belum optimal dalam mempersiapkan diri untuk mengajarkan materi sekolah [4]. Hambatan dalam mengaitkan konsep matematika tingkat lanjut dengan ma-

*Penulis Korespondensi.

teri yang diajarkan di sekolah mencerminkan perlunya dukungan yang lebih sistematis untuk menjembatani pemahaman abstrak dan praktik mengajar [5].

Analisis Riil merupakan salah satu mata kuliah matematika tingkat lanjut yang merupakan mata kuliah wajib bagi mahasiswa program studi Pendidikan Matematika. Mata kuliah Analisis Riil mempelajari fungsi dengan peubah riil, sifat-sifatnya berupa limit, kontinuitas, diferensiasi, integrasi, serta perilaku barisan (*sequences*) dan deret (*series*) pada bilangan riil [6]. Analisis Riil berfokus pada bilangan riil, termasuk garis bilangan riil yang diperluas sampai tak hingga positif dan negatif [7].

Mata kuliah Analisis Riil bertujuan membekali mahasiswa dengan dasar analisis matematika, melatih penalaran logis, serta kemampuan menulis secara sistematis dan rigor. Perkuliahan ini menekankan verifikasi, penjelasan, dan komunikasi pernyataan matematika yang diperkuat melalui kegiatan pembuktian [8]. Analisis Riil juga bermanfaat bagi siapa saja yang ingin menguasai kemampuan memanipulasi rumus, karena melatih kemampuan berpikir deduktif, menganalisis situasi matematis, serta mengembangkan ide ke konteks baru [9]. Hal ini sejalan dengan tujuan mata kuliah Analisis Riil yang tertera pada Rencana Pembelajaran Semester (RPS) program studi Pendidikan Matematika UIN Syarif Hidayatullah Jakarta, yaitu mahasiswa mampu bernalar secara analitis, menguasai logika berpikir matematis, dan mampu membuktikan teorema-teorema secara analitis dan matematis.

Terdapat tumpang tindih yang cukup signifikan antara konten mata kuliah Analisis Riil di perguruan tinggi dan materi matematika sekolah menengah. Keduanya mempelajari konsep-konsep fundamental seperti sifat-sifat bilangan riil, fungsi bernilai riil, kontinuitas fungsi, fungsi injektif dan surjektif, limit, turunan, serta integral [1]. Pemahaman yang mendalam terhadap konsep-konsep ini seharusnya dapat menjadi bekal penting bagi calon guru dalam menjelaskan alasan di balik prosedur matematis di kelas serta membantu siswa memahami konsep secara konseptual, bukan hanya prosedural. Namun, sejumlah penelitian menunjukkan bahwa guru sekolah menengah sering kali tidak menyadari hubungan eksplisit antara materi Analisis Riil yang mereka pelajari di perguruan tinggi dengan materi yang mereka ajarkan di sekolah [10].

Penelitian terdahulu oleh penulis pada mahasiswa Pendidikan Matematika UIN Syarif Hidayatullah Jakarta yang sedang menempuh mata kuliah Analisis Riil menemukan pola yang serupa. Mahasiswa menunjukkan kemampuan yang masih terbatas dalam menghubungkan konsep Analisis Riil dengan topik matematika sekolah. Hubungan yang mereka buat umumnya hanya bersifat umum, seperti menyadari bahwa limit dan turunan dipelajari baik di perguruan tinggi maupun di sekolah, tetapi gagal menelusuri bagaimana definisi formal, sifat, atau teorema yang dipelajari di Analisis Riil dapat mendukung pengajaran konsep tersebut di kelas [11]. Temuan ini menegaskan pentingnya merancang pengalaman belajar yang mendorong mahasiswa mengeksplorasi keterkaitan konseptual antara matematika universitas dan kurikulum sekolah, sehingga mereka dapat mengembangkan *mathematical knowledge for teaching* yang lebih mendalam.

Koneksi antara Analisis Riil dan matematika sekolah bukan hanya soal kesamaan topik seperti fungsi, limit, turunan, dan deret. Akan tetapi juga mencakup bagaimana materi-materi ini diajarkan di sekolah menengah dalam bentuk yang lebih konk-

ret dan bagaimana definisi formal, pembuktian, dan struktur logis dari materi universitas dapat memperdalam pemahaman siswa sekolah terhadap konsep-konsep tersebut. Analisis Riil dapat menyediakan peluang bagi mahasiswa pendidikan matematika untuk memahami bagaimana konsep formal seperti kontinuitas, definisi limit, dan kekontinuan fungsi dapat diterjemahkan menjadi pendekatan pengajaran yang tepat untuk siswa sekolah menengah [12].

Penelitian oleh Sari dkk. [13] menemukan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan internal seperti abstraksi konsep, definisi formal, serta transformasi konsep di Analisis Riil, terutama ketika pembelajaran dilakukan dalam sistem daring. Berdasarkan pengalaman peneliti, mahasiswa merasa paham ketika mendengarkan penjelasan dosen, tetapi ketika melakukan pembuktian sendiri mereka cenderung melakukan kesalahan. Hasil penelitian Takaendeng dkk. [14] mengemukakan bahwa mahasiswa umumnya melakukan empat kesalahan berikut saat menjawab pertanyaan Analisis Riil: (1) membaca; (2) memahami; (3) transformasi; dan (4) keterampilan proses.

Permasalahan pembelajaran pada materi Analisis Riil yang dialami mahasiswa Pendidikan Matematika UIN Syarif Hidayatullah Jakarta, khususnya barisan dan deret bilangan riil, menunjukkan bahwa pemahaman konsep mahasiswa masih belum mendalam. Mahasiswa sering mampu melakukan prosedur perhitungan, namun belum sepenuhnya memahami konsep fundamental seperti kekonvergenan, limit barisan, dan hubungan antara barisan dan deret. Kondisi ini menandakan perlunya intervensi pembelajaran yang tidak hanya bersifat perbaikan teknis, tetapi juga mampu merekonstruksi lintasan belajar mahasiswa secara lebih sistematis.

Atas dasar permasalahan tersebut, penyusunan desain pembelajaran dipilih sebagai langkah strategis untuk mengatasi permasalahan tersebut. Penelitian ini menggunakan pendekatan *design research*, suatu pendekatan yang berfokus pada pengembangan serta pengujian desain pembelajaran melalui siklus berulang dalam konteks nyata. Desain pembelajaran ini diharapkan dapat membuat mahasiswa Pendidikan Matematika menemukan koneksi antara topik pada Analisis Riil dengan konten matematika sekolah, sehingga mereka dapat menerapkannya kelak ketika menjadi guru matematika. Hal ini melatarbelakangi peneliti untuk mencoba merancang lintasan pembelajaran materi fungsi dan barisan deret pada Analisis Riil untuk mahasiswa Pendidikan Matematika. Penelitian ini bertujuan mendeskripsikan lintasan pembelajaran materi fungsi dan barisan deret yang dapat membuat mahasiswa Pendidikan Matematika menemukan dan menerapkan koneksi antara topik pada Analisis Riil dengan konten matematika sekolah.

2. Metode

Metode penelitian yang digunakan dalam studi ini adalah *Design Research*, yaitu pendekatan sistematis yang bertujuan untuk mengembangkan *Local Instruction Theory* (LIT)—sebuah teori mengenai proses pembelajaran pada topik tertentu yang didukung oleh serangkaian aktivitas pembelajaran yang dirancang secara khusus [15]. Menurut Plomp, dalam rangka membangun atau memvalidasi teori pembelajaran, *Design Research* berfungsi untuk merancang dan mengembangkan intervensi pendidikan, seperti program, teknik, materi ajar, proses belajar, lingkungan

belajar, dan komponen lainnya, sebagai solusi terhadap tantangan pembelajaran yang kompleks [16]. Metode ini memiliki potensi besar dalam menghasilkan intervensi yang lebih efektif serta memberikan wawasan empiris selama proses pengembangan berlangsung. Dalam konteks pengembangan kurikulum, *Design Research* sering digunakan untuk memperdalam pemahaman tentang bagaimana merancang dan mengimplementasikan pembelajaran secara sistematis dan berkelanjutan [17].

Menurut van den Akker dkk. [17] desain penelitian ini memiliki lima karakteristik yaitu *interventionist nature* (bersifat fleksibel), *process oriented* (berorientasi pada proses), *reflective component* (membandingkan konjektur hasil analisis dengan kegiatan belajar mengajar), *cyclic character* (evaluasi dan revisi berulang), dan *theory oriented* (desain berdasarkan teori berkaitan dengan *teaching experiment*). Bagian utama dari penelitian *Design Research* adalah membentuk LIT atau secara garis besar disebut *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT). HLT dalam istilah pembelajaran disebut sebagai dugaan lintasan belajar. HLT ini dibentuk dari pengalaman mengajar di kelas yang berfokus pada urutan-urutan pengajaran (*learning trajectory*) [18]. HLT ini berbentuk desain pembelajaran yang akan dirancang, diimplementasikan, dan dianalisis hasil penerapannya di dalam kelas.

Penelitian ini dilakukan dengan tiga tahapan yaitu desain pendahuluan (*preliminary design*), percobaan desain (*design experiment*) dan analisis retrospektif (*retrospective analysis*) [19]. Tahapan penelitian ini dilakukan secara hirarki untuk mendapatkan sebuah desain penelitian pembelajaran barisan bilangan pada mata kuliah Analisis Riil yang terkoneksi dengan matematika sekolah.

Pada tahap *Preliminary Design* (Desain Pendahuluan), peneliti mengembangkan aktivitas pembelajaran yang berurutan dan merancang instrumen untuk mengevaluasi proses pembelajaran tersebut. Pada tahap ini dilakukan suatu kajian literatur mengenai tujuan pembelajaran dan kompetensi lulusan mahasiswa yang diharapkan pada materi barisan, deret, dan limit. Hasil kajian ini berupa desain aktivitas pembelajaran Analisis Riil materi barisan, deret, dan limit untuk mencapai tujuan pembelajaran yang telah ditetapkan pada setiap tahapan pembelajaran yang telah didesain dan disesuaikan dengan setiap indikator yang diharapkan dan konjektur (dugaan) lintasan belajar mahasiswa dalam mencapai tujuan pembelajaran. Konjektur ini digunakan sebagai pedoman untuk mengantisipasi strategi dan proses berpikir mahasiswa yang muncul dan berkembang selama aktivitas pembelajaran. Konjektur bersifat fleksibel dan dapat direvisi selama proses pembelajaran yang sebenarnya (*teaching experiment*).

Pada tahap *Design Experiment* (Percobaan Desain), peneliti mengujicoba desain pembelajaran yang telah dikembangkan pada tahap sebelumnya. Uji coba ini dilakukan untuk mendeteksi dugaan pemikiran mahasiswa yang mungkin muncul selama proses pembelajaran yang sebenarnya. Tahapan ini terbagi menjadi dua yaitu tahapan percobaan pengajaran dan tahapan percobaan rintisan. Percobaan pengajaran melibatkan 6 orang mahasiswa yang telah mempelajari mata kuliah Analisis Riil materi barisan dan deret. Lintasan belajar yang telah dibuat pada tahap sebelumnya diujicobakan pada tahap percobaan pengajaran untuk menjangkau masukan awal dalam penyesuaian lintasan belajar sebelum masuk ke percobaan rintisan. Pada tahap ini peneliti mengamati dan menganalisis kegiatan pembelajaran yang terjadi untuk menilai konjektur-konjektur yang terdapat pada aktivitas

pembelajaran. Pada saat proses pembelajaran seluruh aktivitas direkam dalam bentuk video dan didokumentasikan dalam bentuk foto. Selain itu beberapa perwakilan mahasiswa diwawancarai untuk menjangkau respon mahasiswa selama proses pembelajaran.

Pada tahap *Retrospective Analysis* (Analisis Retrospektif), data yang diperoleh dari aktivitas pembelajaran di kelas dianalisis secara retrospektif dengan tujuan umum yaitu mengembangkan *Local Instruction Theory* (LIT). Sedangkan tujuan khususnya adalah mengevaluasi berhasil atau tidaknya pembelajaran yang telah dilakukan, dan mengamati serta menginformasikan kemajuan belajar mahasiswa. Tahapan ini terdiri dari analisis data, refleksi, interpretasi temuan, dan perumusan rekomendasi untuk penelitian selanjutnya [19]. Tahapan ini berupaya mengelaborasi data yang dikumpulkan dari semua alat pengumpul data. Informasi tentang proses pembelajaran didapatkan secara lengkap dengan mengamati rekaman video selama proses pembelajaran berlangsung dan hasil kerja mahasiswa pada Lembar Kerja Mahasiswa (LKM) yang dikerjakan secara berkelompok. Hasil pengamatan ini kemudian dibandingkan dengan HLT yang telah didesain sebelumnya. Keberhasilan tujuan dari setiap tahapan dikumpulkan datanya dari hasil diskusi mahasiswa selama bekerja dalam kelompok atau dari catatan pengamatan lapangan yang dibuat peneliti ketika mengamati proses diskusi antarkelompok mahasiswa. Analisis retrospektif ini juga ditujukan untuk mengidentifikasi masalah yang ditemukan dalam desain pembelajaran dan percobaan desain.

Validitas dan reliabilitas merupakan aspek krusial dalam penelitian ini. Validitas yang digunakan berfokus pada validitas internal, yang menekankan kualitas data yang dikumpulkan. Pada tahap analisis retrospektif, *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) yang dikembangkan dibandingkan dengan data yang diperoleh dari berbagai sumber, seperti dokumentasi foto, hasil pekerjaan mahasiswa pada Lembar Kerja Mahasiswa (LKM), dan transkrip wawancara. Reliabilitas penelitian dijamin melalui penerapan reliabilitas internal dan eksternal. Reliabilitas internal dilakukan dengan mendiskusikan temuan penting *teaching experiment* antara peneliti dan sejawat untuk mencapai kesepakatan interpretasi, untuk meminimalkan bias peneliti. Selain itu, triangulasi data dilakukan dengan memeriksa konsistensi informasi dari berbagai sumber untuk memperkuat interpretasi hasil penelitian.

Penelitian ini berupaya menyusun desain pembelajaran Analisis Riil yang terkoneksi dengan Matematika Sekolah. Subjek penelitian pada tahap percobaan pengajaran berjumlah 6 orang mahasiswa bimbingan skripsi peneliti dan yang menjadi subjek penelitian dalam tahapan percobaan rintisan adalah mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika semester 5 Tahun Ajaran 2023/2024 berjumlah 30 orang. Data dikumpulkan dari berbagai sumber seperti rekaman video, dokumentasi foto, data tertulis, pedoman wawancara, lembar observasi, dan tes. Rekaman video digunakan untuk mengobservasi strategi-strategi yang digunakan oleh mahasiswa selama proses pembelajaran secara individu maupun kelompok. Dokumentasi foto digunakan sebagai bukti bahwa penelitian telah dilakukan sedangkan dokumentasi data tertulis dan lembar observasi digunakan sebagai data pendukung hasil rekaman video, dan tes digunakan sebagai alat untuk mengevaluasi hasil pembelajaran. Seluruh data dikumpulkan pada tahapan percobaan desain.

Tabel 1. Pengembangan HLT pada desain tahap 1

Tujuan Pembelajaran	Deskripsi Kegiatan	Dugaan Cara Berpikir Mahasiswa
a. Mahasiswa dapat mendefinisikan barisan bilangan riil	- Dosen mengingatkan kembali mengenai konsep himpunan bilangan	- Mengingat kembali konsep himpunan
b. Mahasiswa dapat mengidentifikasi barisan bilangan konvergen	- Dosen mengingatkan kembali mengenai konsep fungsi	- Menyebutkan contoh-contoh himpunan bilangan
c. Mahasiswa dapat mengidentifikasi barisan bilangan divergen	- Dosen mengingatkan kembali mengenai konsep pola bilangan	- Mengingat kembali konsep fungsi
d. Mahasiswa dapat membedakan contoh barisan bilangan konvergen dan divergen	- Dosen membimbing mahasiswa untuk menyimpulkan definisi barisan bilangan Riil berdasarkan definisi fungsi - Dosen membimbing mahasiswa untuk mengidentifikasi contoh barisan konvergen - Dosen membimbing mahasiswa untuk mengidentifikasi contoh barisan divergen	- Mengingat kembali konsep pola bilangan - Memahami barisan sebagai fungsi - Saat mengidentifikasi jenis barisan, mahasiswa mungkin kesulitan dalam membedakan barisan konvergen dan barisan divergen
a. Mahasiswa dapat mendefinisikan barisan bilangan konvergen	- Dosen meminta mahasiswa untuk menyebutkan contoh-contoh barisan konvergen	- Menyebutkan contoh-contoh barisan konvergen
b. Mahasiswa dapat mendefinisikan limit barisan	- Dosen membimbing mahasiswa untuk menyimpulkan definisi barisan konvergen	- Memahami definisi barisan konvergen
c. Mahasiswa dapat menentukan limit barisan bilangan riil	- Dosen membimbing mahasiswa untuk mengidentifikasi limit barisan konvergen - Dosen membimbing mahasiswa untuk menyimpulkan definisi limit barisan	- Mengidentifikasi limit barisan konvergen - Menentukan limit barisan bilangan riil

3. Hasil dan Pembahasan

Hasil penelitian ini berupa lintasan belajar pada mata kuliah Analisis Riil materi barisan dan deret yang terkoneksi dengan matematika sekolah. Lintasan belajar tersebut diperoleh melalui tahapan desain pendahuluan, percobaan desain, dan analisis retrospektif yang telah dilakukan secara sistematis. Selanjutnya, hasil penelitian dan pembahasan diuraikan secara rinci sebagai berikut.

3.1. Desain Pendahuluan

Pada tahap desain pendahuluan (*preliminary design*) peneliti telah mengkaji materi barisan deret dan limitnya, menyusun *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT), dan membuat bahan ajar berupa Lembar Kerja Mahasiswa (LKM). HLT yang didesain pada pembelajaran barisan deret dan limitnya yaitu mendefinisikan barisan bilangan Riil, mengidentifikasi barisan konvergen dan divergen, mendefinisikan limit barisan, dan menentukan limit barisan bilangan Riil dikemas ke dalam dua aktivitas pembelajaran yang dituangkan dalam lembar kerja mahasiswa (LKM). HLT dikembangkan dengan memperhatikan *Learning Outcomes* (CPL) Prodi Pendidikan Matematika dan *Course Learning Outcomes* (CPMK) Analisis Riil dan Matematika Sekolah. Hasil penyusunan HLT pada tahap ini disajikan pada Tabel 1.

HLT yang disajikan pada Tabel 1 merupakan dasar penyusunan LKM yang akan digunakan pada saat proses pembelajaran. LKM yang telah didesain pada tahap ini mengakomodir koneksi konten analisis riil dan matematika sekolah. Hal ini diharapkan dapat membantu mahasiswa menjembatani kesenjangan yang ada. Tinjauan konten analisis riil dan matematika sekolah yang ada pada LKM disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Tinjauan umum terhadap LKM

Item	Fokus Konten	Ringkasan Tugas Mahasiswa
1	Matematika sekolah	Melengkapi peta konsep himpunan bilangan.
2	Matematika sekolah	Menentukan rumus suku ke- n dan menyebutkan contoh beberapa pola bilangan.
3	Matematika sekolah	Mendeskrripsikan definisi dan menyebutkan contoh barisan bilangan.
4	Analisis Riil	Menyebutkan perbedaan dan persamaan barisan dengan himpunan.
5	Analisis Riil	Mengidentifikasi barisan konvergen dan barisan divergen.
6	Analisis Riil	Mendeskrripsikan definisi dan menyebutkan contoh barisan konvergen dan barisan divergen.
7	Analisis Riil	Membuat dugaan limit suatu barisan.

3.2. Percobaan Desain

Tahap *design experiment* terdiri atas tahap *pilot experiment* yang disebut siklus I dan tahap *teaching experiment* yang disebut siklus II. Pada siklus I (*pilot experiment*) peneliti mengujicobakan HLT yang sudah dibuat pada tahap *preliminary* kepada 6 mahasiswa yang dibagi dalam 2 kelompok dengan kemampuan heterogen. Hasil analisis dari siklus I (*pilot experiment*) memberikan masukan untuk perbaikan kualitas desain pembelajaran yang selanjutnya akan digunakan pada siklus II (*teaching experiment*). Hasil dari ujicoba HLT ini direvisi sebelum digunakan pada siklus II (*teaching experiment*). HLT yang telah dibuat dan diperbaiki pada langkah sebelumnya dipraktikkan pada tahap *teaching experiment* yang diimplementasikan pada 30 orang mahasiswa Program Stu-

Tabel 3. Pengembangan HLT pada desain tahap 2

Tujuan Pembelajaran	Deskripsi Kegiatan	Dugaan Cara Berpikir Mahasiswa
a. Mahasiswa dapat mendefinisikan barisan bilangan riil	- Pertemuan dilaksanakan secara luring	- Mengingat kembali konsep himpunan
b. Mahasiswa dapat mengidentifikasi barisan bilangan konvergen	- Dosen mengingatkan kembali mengenai konsep himpunan bilangan	- Menyebutkan contoh-contoh himpunan bilangan
c. Mahasiswa dapat mengidentifikasi barisan bilangan divergen	- Dosen mengingatkan kembali mengenai konsep fungsi	- Mengingat kembali konsep pola bilangan
d. Mahasiswa dapat membedakan contoh barisan bilangan konvergen dan divergen	- Dosen mengingatkan kembali mengenai konsep pola bilangan	- Menyebutkan contoh-contoh barisan bilangan
	- Dosen membimbing mahasiswa untuk menyimpulkan definisi barisan bilangan Riil berdasarkan definisi fungsi	- Melakukan kesalahan dalam menyebutkan beberapa contoh barisan bilangan
	- Dosen membimbing mahasiswa untuk mengidentifikasi contoh barisan konvergen	- Melakukan kesalahan dalam menentukan rumus suku ke- n suatu barisan bilangan
	- Dosen membimbing mahasiswa untuk mengidentifikasi contoh barisan divergen	- Saat mengidentifikasi jenis barisan, mahasiswa mungkin kesulitan dalam membedakan barisan konvergen dan barisan divergen
a. Mahasiswa dapat mendefinisikan barisan bilangan konvergen	- Pertemuan dilaksanakan secara luring	- Menyebutkan contoh-contoh barisan konvergen
b. Mahasiswa dapat mendefinisikan limit barisan	- Dosen meminta mahasiswa untuk menyebutkan contoh-contoh barisan konvergen	- Memahami definisi barisan konvergen
c. Mahasiswa dapat menentukan limit barisan bilangan riil	- Dosen membimbing mahasiswa untuk menyimpulkan definisi barisan konvergen	- Mengidentifikasi limit barisan konvergen
	- Dosen membimbing mahasiswa untuk mengidentifikasi limit barisan konvergen	- Menentukan limit barisan bilangan riil
	- Dosen membimbing mahasiswa untuk menyimpulkan definisi limit barisan	- Melakukan kesalahan dalam menentukan nilai limit barisan bilangan

di Pendidikan Matematika semester 5 Tahun Ajaran 2023/2024.

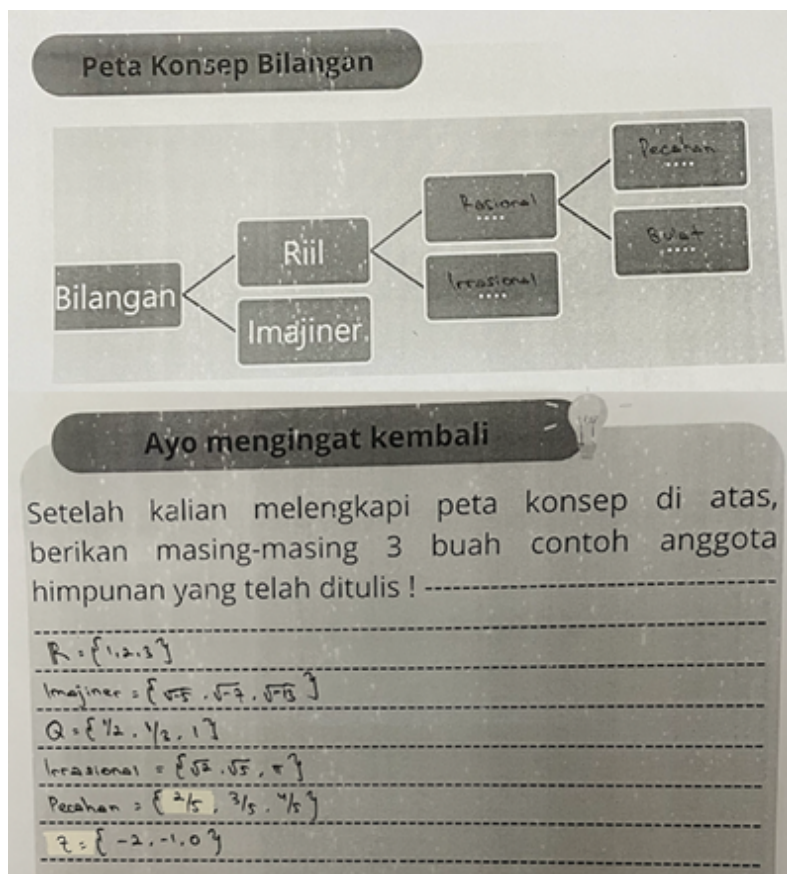
Selanjutnya pada tahap desain eksperimen (*design experiment*) Alur *Local Instruction Theory* (LIT) dikemas dalam dua aktivitas pembelajaran. Aktivitas pembelajaran 1 adalah aktivitas mahasiswa dalam mendeskripsikan konsep bilangan riil sedangkan aktivitas pembelajaran 2 adalah aktivitas mahasiswa dalam mendefinisikan dan menentukan barisan bilangan riil. Pada tahap ini peneliti melaksanakan pembelajaran dengan menggunakan desain pembelajaran yang sudah dirancang. Hasil dari pembelajaran yang dilakukan kemudian dianalisis dan dievaluasi sebagai bahan pengembangan desain pembelajaran revisi.

Pada siklus I (*pilot experiment*) peneliti mengujicobakan LIT yang disusun pada 6 orang mahasiswa dengan kemampuan matematis yang heterogen. Hasil uji coba LIT menunjukkan bahwa mahasiswa masih ada yang tidak mampu menunjukkan contoh barisan bilangan. Selain itu, masih ditemukan juga mahasiswa yang belum mampu membuat generalisasi rumus suku ke- n dari suatu barisan bilangan. Hasil dari analisis LKM pada siklus I dijadikan dasar untuk merevisi LIT yang akan digunakan pada siklus II (*teaching experiment*). Revisi HLT setelah dilakukan *pilot experiment* disajikan pada Tabel 3 dan tulisan yang dicetak tebal menandakan bagian yang direvisi.

Pada siklus II (*teaching experiment*) peneliti menerapkan LIT yang telah direvisi pada proses pembelajaran yang dilakukan pada 30 orang mahasiswa dengan kemampuan matematis yang heterogen. Pada aktivitas pembelajaran 1, alur LIT yang didesain untuk mencapai tujuan pembelajaran dikembangkan dengan memperhatikan keterkaitan antara konten mata kuliah Analisis

Riil dengan Matematika Sekolah. Mahasiswa perlu mengeksplorasi seluruh pengetahuannya pada konten Matematika Sekolah yang dapat mendasari pemahaman tentang konsep-konsep pada Analisis Riil. Eksplorasi dalam rangka membangun pengetahuan ini dimulai dengan mengingat kembali konsep himpunan, menyebutkan contoh-contoh himpunan bilangan, mengingat kembali konsep pola bilangan, dan mengidentifikasi jenis barisan. Selanjutnya, mahasiswa diarahkan untuk membangun pengetahuan formal (abstrak). Pada tahap ini, mahasiswa diarahkan untuk dapat membedakan contoh barisan konvergen dan barisan divergen, dan dapat mendeskripsikan definisi barisan konvergen dan barisan divergen.

Alur LIT yang dikembangkan untuk mencapai tujuan pembelajaran pada aktivitas pembelajaran 1 disusun melalui serangkaian aktivitas pembelajaran. Pada awal pembelajaran mahasiswa diingatkan kembali tentang konsep himpunan. Pada aktivitas pertama di LKM, mahasiswa diminta untuk mengingat secara utuh tentang pembagian himpunan bilangan kemudian melengkapi peta konsep tentang pembagian himpunan bilangan. Selanjutnya, mahasiswa diminta untuk mengingat kembali tentang konsep pola bilangan. Pada aktivitas kedua di LKM, mahasiswa diminta untuk menuliskan contoh beberapa barisan bilangan kemudian menentukan rumus suku ke- n dari barisan tersebut. Pada aktivitas ketiga, mahasiswa diminta untuk mendeskripsikan perbedaan antara himpunan dan barisan. Pada aktivitas keempat, mahasiswa diarahkan untuk dapat membedakan contoh barisan konvergen dan barisan divergen. Selanjutnya mahasiswa diminta untuk membuat kesimpulan mengenai definisi barisan konvergen



Gambar 1. Lembar jawaban mahasiswa aktivitas 1

dan barisan divergen menggunakan bahasa mereka sendiri.

Dugaan cara berpikir mahasiswa dalam aktivitas pembelajaran 1 ini adalah mahasiswa masih mengingat konsep himpunan dan dapat menyebutkan contoh-contoh himpunan bilangan. Mahasiswa masih sedikit kesulitan dalam menentukan rumus suku ke- n dari suatu barisan bilangan. Mahasiswa sudah dapat membedakan karakteristik himpunan dan barisan. Saat mengidentifikasi jenis barisan, mahasiswa mungkin kesulitan dalam membedakan barisan konvergen dan barisan divergen.

Alur LIT yang didesain untuk mencapai tujuan pembelajaran pada aktivitas pembelajaran 2 dikembangkan dengan mendesain pertanyaan-pertanyaan yang membuat mahasiswa memiliki pemahaman yang mendalam mengenai definisi barisan bilangan konvergen. Eksplorasi dalam rangka membangun pengetahuan ini dimulai dengan membuat mahasiswa dapat menyebutkan contoh-contoh barisan bilangan konvergen dan dapat mendeskripsikan barisan bilangan konvergen. Selanjutnya, mahasiswa diarahkan untuk membangun pengetahuan formal mengenai definisi *limit* barisan bilangan. Pada tahap ini mahasiswa juga dibimbing untuk dapat menentukan *limit* suatu barisan bilangan.

Alur LIT yang dikembangkan untuk mencapai tujuan pembelajaran pada aktivitas pembelajaran 2 disusun melalui serangkaian aktivitas pembelajaran. Pada awal pembelajaran mahasiswa diminta untuk mengingat kembali konsep barisan bilangan konvergen. Pada aktivitas pertama di LKM, mahasiswa diminta untuk menyebutkan 3 contoh barisan bilangan konvergen. Selanjutnya pada aktivitas kedua, mahasiswa diarahkan untuk membangun pengetahuan mengenai definisi formal barisan bilangan konver-

gen yang akan menjadi dasar pemahaman mengenai definisi *limit* barisan bilangan. Pada aktivitas ketiga, mahasiswa dibimbing untuk menentukan *limit* barisan dari beberapa contoh barisan konvergen yang disajikan.

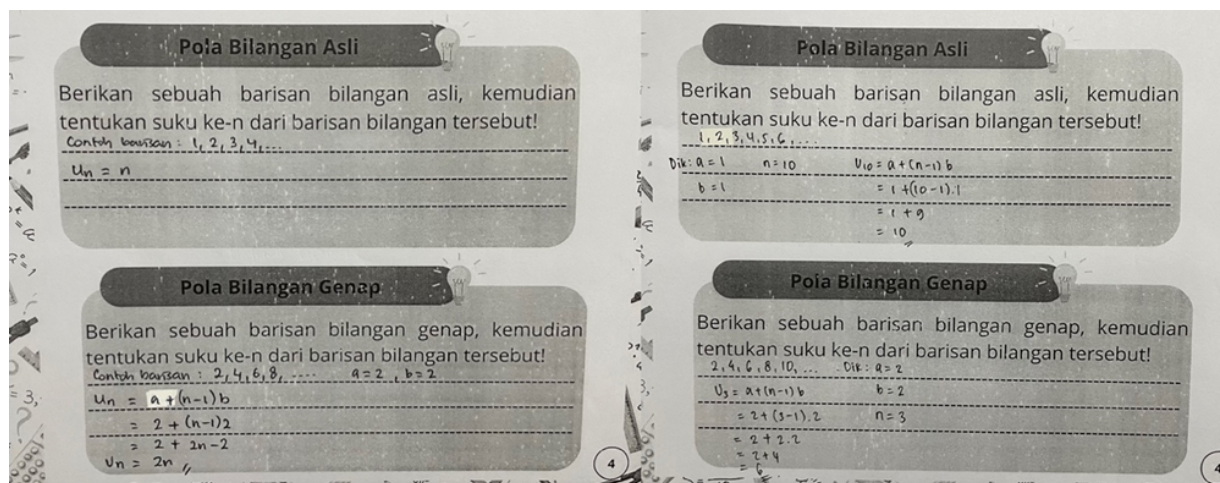
Dugaan cara berpikir mahasiswa dalam aktivitas pembelajaran 2 ini adalah mahasiswa dapat menyebutkan contoh-contoh barisan bilangan konvergen dan dapat mendeskripsikan definisi barisan konvergen. Mahasiswa dapat mengidentifikasi *limit* barisan konvergen akan tetapi masih melakukan kesalahan dalam menentukan nilai *limit* barisan bilangan.

3.3. Analisis Retrospektif

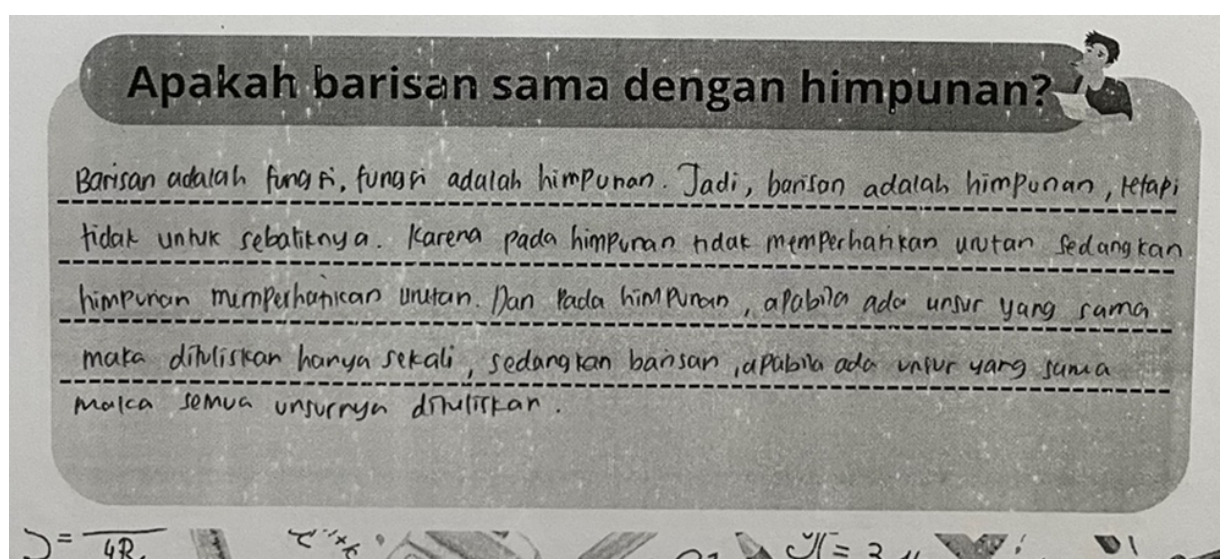
Pada awal kegiatan pembelajaran 1, mahasiswa diminta untuk mengingat kembali konsep himpunan. Pada aktivitas pertama, mahasiswa melengkapi peta konsep tentang pembagian himpunan bilangan dan memberikan contoh dari masing-masing himpunan. Berdasarkan hasil kerja mahasiswa, terlihat bahwa mereka telah memahami konsep himpunan bilangan dengan baik, yang menjadi landasan untuk membangun konsep barisan bilangan riil. Adapun contoh hasil jawaban mahasiswa pada aktivitas 1 dapat dilihat pada Gambar 1.

Pada aktivitas kedua, mahasiswa menuliskan beberapa contoh barisan bilangan dan menentukan rumus suku ke- n dari barisan tersebut. Adapun contoh hasil jawaban mahasiswa pada aktivitas 2 dapat dilihat pada Gambar 2.

Hasil jawaban pada Gambar 2 menunjukkan bahwa sebagian mahasiswa sudah mampu menentukan rumus suku ke- n dengan benar, sementara sebagian lainnya masih menuliskan con-



Gambar 2. Lembar jawaban mahasiswa aktivitas 2



Gambar 3. Lembar jawaban mahasiswa aktivitas 3

toh suku tertentu tanpa menggeneralisasi pola. Hal ini menandakan bahwa mahasiswa tersebut belum sepenuhnya memahami proses generalisasi dalam menentukan rumus suku ke- n . Berikut kutipan wawancara yang menunjukkan proses berpikir mahasiswa dalam menemukan rumus suku ke- n :

- Peneliti: "Apakah anda merasa kesulitan dalam membuat generalisasi rumus suku ke- n suatu barisan bilangan? Kemarin saat mengerjakan LKM, bagaimana cara berpikirnya sehingga dapat menemukan rumus suku ke- n ?"
- Responden: "Untuk membuat generalisasi rumus suku ke- n kami cukup kesulitan. Karena ada beberapa pola bilangan yang harus kami buat dari awal dan mengkonstruksi bagaimana rumus suku ke- n -nya yang cukup sulit."
- Peneliti: "Kesulitannya dimana? Menemukan polanya?"
- Responden: "Cara berpikir yang pertama kali saya lakukan adalah menyusun gambar/pola bilangannya. Misal, untuk pola bilangan segitiga, saya gambar dulu polanya. Lalu menemukan rumusnya, untuk menemukan rumus n ini perlu dicoba berulang-ulang sehingga menemukan rumus n yang benar. Betul pak, menemukan pola rumusnya itu yang sulit."

Pada aktivitas ketiga, mahasiswa diminta untuk mendesk-

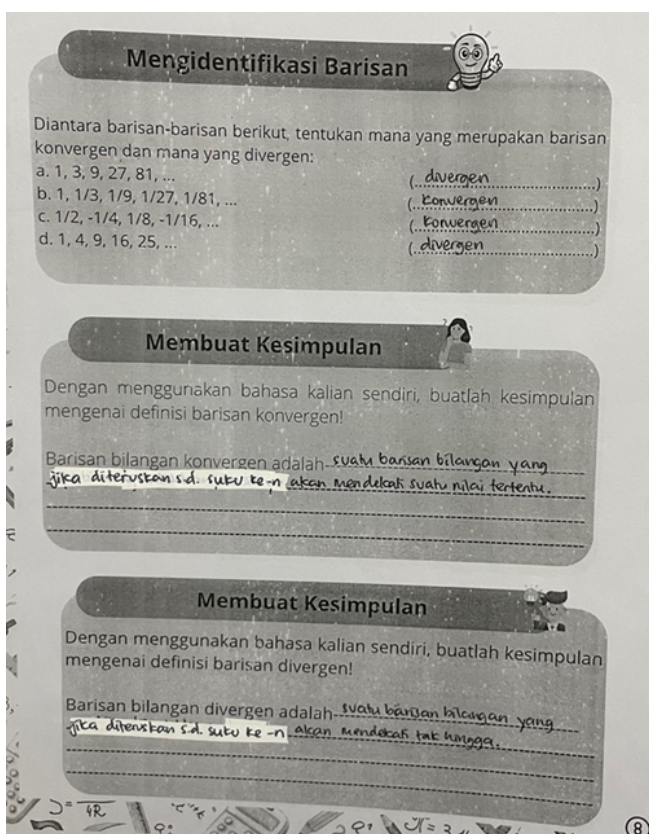
ripsikan perbedaan antara himpunan dan barisan. Hasil menunjukkan bahwa mahasiswa telah mampu mengidentifikasi bahwa barisan memperhatikan urutan sedangkan himpunan tidak. Namun, sebagian mahasiswa masih mengalami miskonsepsi, seperti menyatakan bahwa "barisan adalah himpunan tetapi tidak sebaliknya." Adapun contoh hasil jawaban mahasiswa pada aktivitas 3 dapat dilihat pada Gambar 3.

Berikut kutipan wawancara yang menggambarkan cara berpikir mahasiswa pada aktivitas ini:

- Peneliti: "Bagaimana cara anda mengidentifikasi perbedaan konsep himpunan dan barisan?"
- Responden: "Untuk ini, sebenarnya dilihat dari karakteristik himpunan dan barisan sendiri. Untuk himpunan itu boleh tidak berurutan, contohnya $\{1, 10, 20\}$ dan $\{10, 20, 1\}$. Ini sama. Akan tetapi untuk barisan harus berurutan, sesuai aturan atau selisihnya."
- Peneliti: "Apakah anda hanya mengetahui satu perbedaan itu saja? Perbedaan lain apakah juga tahu?"
- Responden: "Iyaa hanya itu saja. Sebelum dijelaskan oleh bu Khamidah, saya jadi tahu lebih banyak."

Pada aktivitas keempat, mahasiswa diarahkan untuk mem-

bedakan contoh barisan konvergen dan divergen. Hasil *pilot experiment* menunjukkan bahwa sebagian mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam mengidentifikasi jenis barisan tersebut. Berdasarkan hasil analisis retrospektif, dilakukan revisi terhadap HLT berupa pemberian *scaffolding* agar mahasiswa dapat membangun pemahaman tentang perbedaan antara barisan konvergen dan divergen. Pada langkah ini, *scaffolding* diberikan secara lisan, di mana peneliti memberikan petunjuk-petunjuk konsep atau langkah yang relevan saat mahasiswa berdiskusi dan mengerjakan kegiatan pada LKM. Setelah revisi diterapkan pada tahap *teaching experiment*, mahasiswa diminta untuk membuat kesimpulan mengenai definisi kedua jenis barisan dengan bahasa mereka sendiri. Adapun contoh hasil jawaban mahasiswa pada aktivitas 4 dapat dilihat pada Gambar 4.



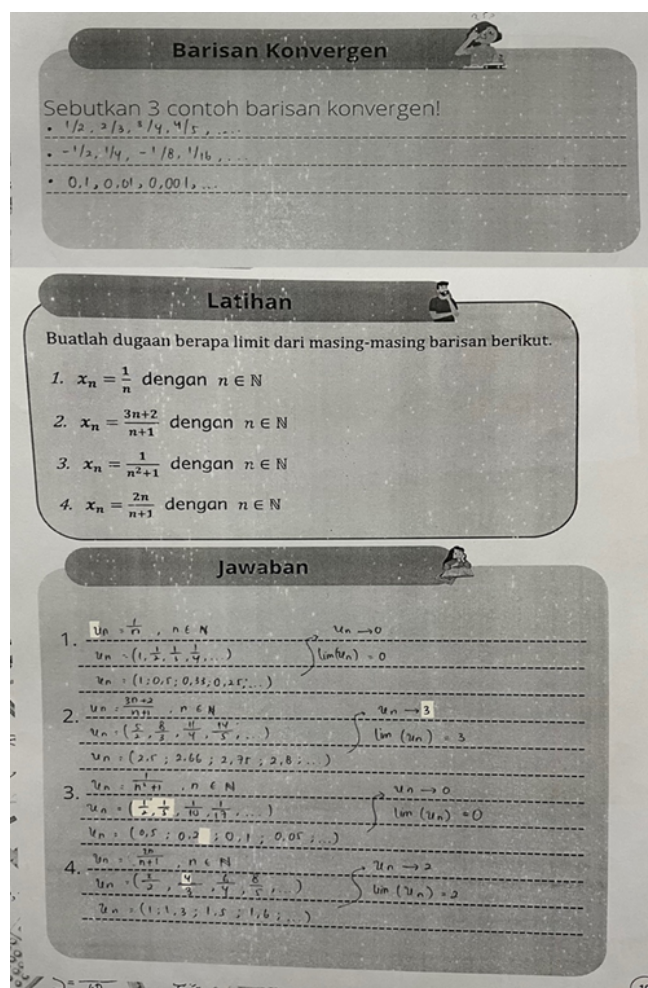
Gambar 4. Lembar jawaban mahasiswa aktivitas 4

Secara umum mahasiswa sudah dapat membedakan barisan konvergen dan divergen, meskipun beberapa masih melewatkan kata kunci penting dalam definisi formalnya. Berikut cuplikan wawancara yang menggambarkan proses berpikir mahasiswa:

- Peneliti : “Bagaimana cara anda membedakan contoh barisan konvergen dan barisan divergen? Apakah ada kesulitan?”
- Responden : “Pada awalnya, saya tidak bisa membedakan. Akan tetapi setelah bu Khamidah memberikan sebuah *clue* tentang misalnya bilangan n semakin besar maka nilainya akan mendekati suatu nilai pada konvergen.”
- Peneliti : “Ok. Bagaimana cara anda mendeskripsikan definisi barisan konvergen dan barisan divergen? Apakah ada kesulitan?”
- Responden : “Setelah diberikan *clue*, saya dapat mendefinisikan barisan konvergen dan divergen dengan baik. Tidak ada kesulitan untuk mendeskripsikan definisinya karena sa-

ya telah berlatih beberapa soal mengenai barisan konvergen dan divergen.”

Pada kegiatan pembelajaran 2, aktivitas pembelajaran mahasiswa mencakup: mendefinisikan barisan bilangan konvergen, mendefinisikan *limit* barisan, dan menentukan *limit* barisan bilangan riil. Pada aktivitas pertama, mahasiswa diminta untuk menyebutkan tiga contoh barisan bilangan konvergen. Hasil menunjukkan bahwa mahasiswa telah mampu memberikan contoh yang tepat. Pada aktivitas kedua, mahasiswa diarahkan untuk membangun pemahaman formal mengenai definisi barisan konvergen sebagai dasar memahami konsep *limit* barisan. Selanjutnya, pada aktivitas ketiga, mahasiswa diminta menentukan nilai *limit* dari beberapa barisan konvergen yang disajikan.



Gambar 5. Lembar jawaban mahasiswa pada kegiatan 2

Berdasarkan hasil jawaban pada Gambar 5, sebagian besar mahasiswa mampu menentukan nilai *limit* dengan benar, sementara sebagian lainnya masih menunjukkan kesulitan dalam perhitungan. Mahasiswa umumnya menggunakan pendekatan *trial and error* untuk memperkirakan nilai *limit* dan menunjukkan pemahaman intuitif terhadap konsep tersebut. Berikut kutipan wawancara yang menunjukkan pemahaman intuitif mahasiswa mengenai konsep *limit*:

- Peneliti : “Apakah anda sudah memahami konsep *limit* barisan bilangan Riil?”
- Responden : “Sebelumnya pada Kalkulus satu, sudah diajarkan mengenai konsep *limit*. Jadi untuk konsep *limit* baris-

an bilangan riil, saya sudah memahami konsep *limit* barisan bilangan riil.”

- Peneliti : “Bagaimana konsep barisan bilangan riil yang anda pahami setelah anda belajar kalkulus?”
- Responden : “Menurut sepengetahuan saya, suatu *limit* mendekati bilangan tertentu hanya mendekati. Contoh nyata yang bisa saya ambil konsepnya seperti asimtot, hanya mendekati saja tidak bersentuhan.”

Dari wawancara tersebut terlihat bahwa mahasiswa telah memahami konsep *limit* secara intuitif dan dapat mendeskripsikan pengertiannya dengan kalimat sendiri. Mereka juga mampu mengaitkan konsep tersebut dengan pengalaman belajar sebelumnya di mata kuliah Kalkulus. Berikut cuplikan wawancara yang memperlihatkan bagaimana mahasiswa membuat dugaan nilai *limit* barisan melalui observasi pola:

- Peneliti : “Bagaimana cara anda membuat dugaan nilai *limit* barisan bilangan Riil?”
- Responden : “Dalam membuat dugaan nilai *limit* barisan bilangan riil, saya mencoba menemukan pola yang mengatur perilaku barisan tersebut. Saya bisa memeriksa pola suku-suku barisan untuk membuat estimasi nilai *limit*-nya. Yang ini saya agak bingung bapak.”
- Peneliti : “Bagian apa yang membuat bingung?”
- Responden : “Bingung kata-katanya pak.”
- Peneliti : “Bingung mengkomunikasikan pemahaman anda mengenai konsep nilai *limit* barisan?”
- Responden : “Iya bapak. Dalam membuat dugaan nilai *limit* barisan bilangan riil, saya mencoba menemukan pola yang mengatur perilaku barisan tersebut. Saya bisa memeriksa pola suku-suku barisan untuk membuat estimasi nilai *limit*-nya. Seperti ini apakah boleh bapak?”
- Peneliti : “Tidak apa-apa. Ini definisi secara nonformal dari anda. Definisi formalnya akan disampaikan oleh dosen Analisis Riil.”
- Responden : “Baik pak.”

Hasil wawancara ini menunjukkan bahwa mahasiswa telah mampu mengidentifikasi pola barisan dan membuat dugaan nilai *limit* berdasarkan pengamatan tersebut. Namun, sebagian mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam mengkomunikasikan pemahaman formal mereka secara matematis. Temuan ini menunjukkan bahwa mahasiswa telah memahami konsep *limit* secara intuitif, tetapi kemampuan representasi simbolik dan verbalnya masih perlu ditingkatkan.

3.4. Pembahasan

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa lintasan belajar yang dikembangkan berhasil memfasilitasi mahasiswa dalam membangun pemahaman konseptual mengenai barisan dan limitnya melalui aktivitas yang terhubung dengan pengalaman belajar pada matematika sekolah. Hal ini sejalan dengan pandangan Gravemeijer dan van Eerde bahwa *design research* memungkinkan pendidik membangun *local instructional theory* yang relevan dengan konteks belajar mahasiswa [20].

Revisi terhadap Lembar Kerja Mahasiswa (*LKM*) dan *Hypothetical Learning Trajectory* (*HLT*) pada tahap kedua berperan penting dalam memperbaiki kesalahan konseptual mahasiswa. Misalnya, pemberian contoh eksplisit pada materi barisan bilangan terbukti membantu mengurangi kesalahan dalam menentukan

anggota barisan dan dalam membuat generalisasi rumus suku ke- n . Temuan ini mendukung hasil penelitian Setiawan [21] yang menekankan bahwa kesulitan generalisasi sering muncul karena mahasiswa cenderung menarik kesimpulan tanpa melalui proses berpikir sistematis dan berbasis data yang cukup.

Kesulitan mahasiswa dalam membedakan konsep barisan dan himpunan mengindikasikan lemahnya kemampuan koneksi matematis, sebagaimana dinyatakan oleh Amintoko et al. [22]. Mereka menunjukkan bahwa pemahaman barisan dalam konteks Analisis Riil sering kali terhambat oleh pengetahuan awal yang terbatas dan ketidakmampuan menghubungkan konsep antartopik. Oleh karena itu, pendekatan yang mengintegrasikan konsep matematika sekolah ke dalam konten perkuliahan Analisis Riil, sebagaimana dilakukan dalam penelitian ini, dapat memperkuat jembatan konseptual antara dua jenjang pembelajaran matematika tersebut.

Selain itu, keberhasilan sebagian besar mahasiswa dalam membedakan barisan konvergen dan divergen menunjukkan bahwa lintasan belajar yang direvisi efektif dalam memfasilitasi proses *guided reinvention*. Melalui kegiatan seperti eksplorasi pola bilangan, identifikasi barisan konvergen, dan dugaan nilai *limit* dengan metode *trial and error*, mahasiswa dapat mengonstruksi pemahaman *limit* secara bertahap dari konteks konkret menuju formal. Hal ini sejalan dengan pandangan Wasserman et al. [23] bahwa pembelajaran Analisis Riil yang bermakna bagi calon guru harus dibangun dari pengalaman matematika yang kontekstual dan terhubung dengan praktik pengajaran di sekolah.

Dengan demikian, penelitian ini memperkuat bukti bahwa *design research* berpotensi menghasilkan teori pembelajaran lokal yang tidak hanya efektif meningkatkan pemahaman konseptual mahasiswa, tetapi juga relevan dengan kebutuhan pendidikan guru matematika. Lintasan belajar yang dikembangkan mampu menjembatani kesenjangan antara matematika sekolah dan matematika tingkat lanjut serta mendorong mahasiswa membangun pengetahuan melalui aktivitas reflektif dan kontekstual.

4. Kesimpulan

Dari hasil penelitian dan pembahasan yang telah diulas sebelumnya dapat disimpulkan bahwa *LIT* yang dikembangkan pada dua kegiatan pembelajaran pada Lembar Kerja Mahasiswa (*LKM*) telah mengakomodasi lintasan belajar mahasiswa dan memberikan solusi terhadap dugaan berpikir mahasiswa pada saat proses pembelajaran materi barisan bilangan riil. Kedua kegiatan pembelajaran pada *LKM* ini memfasilitasi mahasiswa dalam membangun pemahaman konsep pada materi barisan bilangan dan limitnya yang terkoneksi dengan konten matematika sekolah. Lintasan belajar yang dikembangkan mencakup variasi aktivitas yang menuntun mahasiswa dari pemahaman matematika informal menuju matematika formal dalam pembelajaran barisan bilangan dan limitnya. Urutan kegiatan tersebut meliputi: melengkapi peta konsep himpunan bilangan, menentukan rumus suku ke- n dan menyebutkan contoh beberapa pola bilangan, mendeskripsikan definisi dan menyebutkan contoh barisan bilangan, menyebutkan perbedaan dan persamaan barisan dengan himpunan, mengidentifikasi barisan konvergen dan barisan divergen, mendeskripsikan definisi dan menyebutkan contoh barisan konvergen dan barisan divergen, dan membuat dugaan *limit* suatu barisan. Keterbatasan dalam penelitian ini yaitu penelitian ini tidak menghasilkan

kembali HLT revisi setelah LKM diaplikasikan pada siklus II (*teaching experiment*). Rekomendasi untuk penelitian selanjutnya yaitu dapat dikembangkan perangkat pembelajaran dalam bentuk RPS (Rencana Pelaksanaan Semester), Lembar Kegiatan Mahasiswa (LKM), maupun instrumen evaluasi sesuai dengan instrumen evaluasi yang dihasilkan pada penelitian ini.

Kontribusi Penulis. Khamida Siti Nur Atiqoh: Konseptualisasi, analisis formal, investigasi, sumber daya, kurasi data, penulisan–persiapan draf asli, penulisan–tinjauan dan penyuntingan. M. Hafiz: Metodologi, analisis formal, investigasi, sumber daya, penulisan–persiapan draf asli, penulisan–tinjauan dan penyuntingan. Kedua penulis telah membaca dan menyetujui versi artikel yang diterbitkan.

Ucapan Terima Kasih. Para penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah berkontribusi dalam penelitian ini dan dalam penyusunan manuskrip. Kami sangat menghargai editor dan reviewer atas masukan serta dukungannya dalam menyempurnakan karya ini.

Pembiayaan. Penelitian ini didanai oleh Sumber Pembiayaan BLU Pusat Penelitian dan Penerbitan (PUSLITPEN)-LP2M UIN Syarif Hidayatullah Jakarta tahun anggaran 2023.

Konflik Kepentingan. Para penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan yang terkait dengan artikel ini.

Ketersediaan Data. Tidak tersedia.

Referensi

- [1] E. Murray, E. Baldinger, N. Wasserman, S. Broderick, and D. White, "Connecting Advanced and Secondary Mathematics," *IUMPST: The Journal*, vol. 1, 2017. [Online]. Available: www.k-12prep.math.ttu.edu
- [2] G. J. Stylianides, A. J. Stylianides, and A. Moutsios-Rentzos, "Proof and proving in school and university mathematics education research: a systematic review," *ZDM – Mathematics Education*, vol. 56, no. 1, pp. 47–59, Feb. 2024, doi: [10.1007/s11858-023-01518-y](https://doi.org/10.1007/s11858-023-01518-y).
- [3] N. H. Wasserman and W. McGuffey, "Opportunities to Learn From (Advanced) Mathematical Coursework: A Teacher Perspective on Observed Classroom Practice," *J. Res. Math. Educ.*, vol. 52, no. 4, pp. 370–406, Jul. 2021, doi: [10.5951/jresmetheduc-2019-0017](https://doi.org/10.5951/jresmetheduc-2019-0017).
- [4] E. G. Arnold, E. A. Burroughs, E. W. Fulton, and J. A. M. Álvarez, "Applications of Teaching Secondary Mathematics in Undergraduate Mathematics Courses," Feb. 2021, arXiv, doi: [10.48550/arXiv.2102.04537](https://arxiv.org/abs/10.48550/arXiv.2102.04537).
- [5] P. Di Martino, F. Gregorio, and P. Iannone, "The transition from school to university mathematics in different contexts: affective and sociocultural issues in students' crisis," *Educational Studies in Mathematics*, vol. 113, no. 1, pp. 79–106, May 2023, doi: [10.1007/s10649-022-10179-9](https://doi.org/10.1007/s10649-022-10179-9).
- [6] A. G. Aksoy, *Fundamentals of Real and Complex Analysis*. Springer, 2024, pp. 127–275, doi: [10.1007/978-3-031-54831-4_2](https://doi.org/10.1007/978-3-031-54831-4_2).
- [7] M. Anagha and A. Bade, "Real & Complex Analysis," *International Journal of Advanced Research in Computer and Communication Engineering*, vol. 14, no. 4, pp. 707–711, 2025, doi: [10.17148/IJARCCCE.2025.144101](https://doi.org/10.17148/IJARCCCE.2025.144101).
- [8] M. Wahyuni, "Analisis Problematika Perkuliahan Analisis Real," *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, vol. 1, no. 1, pp. 135–149, 2017.
- [9] R. G. Bartle and D. R. Sherbert, *Introduction to Real Analysis*.
- [10] N. Wasserman, K. Weber, M. Villanueva, and J. P. Mejía-Ramos, "Mathematics teachers' views about the limited utility of real analysis: A transport model hypothesis," *The Journal of Mathematical Behavior*, vol. 50, pp. 74–89, Jun. 2018, doi: [10.1016/j.jmathb.2018.01.004](https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.01.004).
- [11] K. S. N. Atiqoh and M. Hafiz, "Koneksi Analisis Riil dan Matematika Sekolah: Identifikasi pada Mahasiswa Calon Guru Matematika," *Euler: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi*, vol. 10, no. 2, pp. 140–152, Oct. 2022, doi: [10.34312/euler.v10i2.16233](https://doi.org/10.34312/euler.v10i2.16233).
- [12] N. H. Wasserman, T. Fukawa-Connelly, K. Weber, J. P. Mejía Ramos, and S. Abbott, *Understanding Analysis and its Connections to Secondary Mathematics Teaching*. Cham: Springer International Publishing, 2022, doi: [10.1007/978-3-030-89198-5](https://doi.org/10.1007/978-3-030-89198-5).
- [13] E. A. Sari, K. Hadiprasetyo, and A. A. Wulandari, "Learning difficulties of mathematic students on real analysis courses with an online system," *Jurnal Math Educator Nusantara*, vol. 7, no. 1, pp. 1–11, May 2021, doi: [10.29407/jmen.v7i1.14766](https://doi.org/10.29407/jmen.v7i1.14766).
- [14] B. R. Takaendengan, A. Anwar, W. Takaendengan, and P. E. Kobandaha, "Identifikasi Kesalahan Jawaban Mahasiswa pada Mata Kuliah Analisis Real Berdasarkan Newmann's Error Analysis," *Euler: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi*, vol. 10, no. 2, pp. 235–243, Nov. 2022, doi: [10.34312/euler.v10i2.16777](https://doi.org/10.34312/euler.v10i2.16777).
- [15] K. Gravemeijer and D. van Eerde, "Design Research as a Means for Building a Knowledge Base for Teachers and Teaching in Mathematics Education," *Elem. Sch. J.*, vol. 109, no. 5, pp. 510–524, May 2009, doi: [10.1086/596999](https://doi.org/10.1086/596999).
- [16] R. C. I. Prahmana, *Design Research (Teori dan Implementasinya: Suatu Pengantar)*. Jakarta: Raja Grafindo Persada, 2017.
- [17] J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, and N. Nieveen, "Introducing educational design research," in *Educational Design Research*. Routledge, 2006, pp. 15–19, doi: [10.4324/9780203088364-9](https://doi.org/10.4324/9780203088364-9).
- [18] K. Gravemeijer, "Local Instruction Theories as Means of Support for Teachers in Reform Mathematics Education," *Math. Think. Learn.*, vol. 6, no. 2, pp. 105–128, Apr. 2004, doi: [10.1207/s15327833mtl0602_3](https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_3).
- [19] W. Widjaja, "Local Instruction Theory on Decimal: The Case of Indonesian Pre-service Teachers," 2008.
- [20] R. C. I. Prahmana, *Design Research (Teori dan Implementasinya: Suatu Pengantar)*. Depok: Rajawali Pers, 2017.
- [21] Y. E. Setiawan, "Analisis Kesalahan Siswa dalam Menggeneralisasi Pola Liniar," *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)*, vol. 4, no. 2, p. 180, Oct. 2020, doi: [10.33603/jnpm.v4i2.3386](https://doi.org/10.33603/jnpm.v4i2.3386).
- [22] G. Amintoko, S. Saraswati, and N. D. Rahmawati, "Hambatan Berpikir Mahasiswa dalam Memecahkan Masalah Limit Barisan serta Pemberian Scaffolding," *Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, vol. 2, no. 2, pp. 134–144, 2017.
- [23] N. H. Wasserman, T. Fukawa-Connelly, M. Villanueva, J. P. Mejía-Ramos, and K. Weber, "Making Real Analysis Relevant to Secondary Teachers: Building Up from and Stepping Down to Practice," *PRIMUS*, vol. 27, no. 6, pp. 559–578, Jul. 2017, doi: [10.1080/10511970.2016.1225874](https://doi.org/10.1080/10511970.2016.1225874).