

Optimasi Waktu Pengantaran Barang melalui Model Penugasan Kurir dengan Metode Hungarian Termodifikasi pada Data Tidak Seimbang

Riskiani Riskiani dan Zulfiqar Busrah



Volume 14, Issue 1, Pages 163–183, April 2026

Diterima 4 Februari 2026, Direvisi 14 April 2026, Disetujui 18 April 2026, Diterbitkan 23 April 2026

To Cite this Article : R. Riskiani dan Z. Busrah, "Optimasi Waktu Pengantaran Barang melalui Model Penugasan Kurir dengan Metode Hungarian Termodifikasi pada Data Tidak Seimbang", *Euler J. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.*, vol. 14, no. 1, pp. 163–183, 2026, <https://doi.org/10.37905/euler.v14i1.37647>

© 2026 by author(s)

JOURNAL INFO • EULER : JURNAL ILMIAH MATEMATIKA, SAINS DAN TEKNOLOGI



- Homepage : <http://ejurnal.ung.ac.id/index.php/euler/index>
- Journal Abbreviation : Euler J. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.
- Frequency : Three times a year
- Publication Language : English (preferable), Indonesia
- DOI : <https://doi.org/10.37905/euler>
- Online ISSN : 2776-3706
- License : Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License
- Publisher : Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo
- Country : Indonesia
- OAI Address : <http://ejurnal.ung.ac.id/index.php/euler/oai>
- Google Scholar ID : QF_r-gAAAAJ
- Email : euler@ung.ac.id

JAMBURA JOURNAL • FIND OUR OTHER JOURNALS



Jambura Journal of Biomathematics



Jambura Journal of Mathematics



Jambura Journal of Mathematics Education



Jambura Journal of Probability and Statistics

Optimasi Waktu Pengantaran Barang melalui Model Penugasan Kurir dengan Metode Hungarian Termodifikasi pada Data Tidak Seimbang

Riskiani Riskiani^{1,*}, Zulfiqar Busrah¹

¹Jurusan Tadris Matematika, Institut Agama Islam Negeri Parepare, Parepare 91131, Indonesia

ARTICLE HISTORY

Diterima 4 Februari 2026
Direvisi 14 April 2026
Disetujui 18 April 2026
Diterbitkan 23 April 2026

KATA KUNCI

Model Penugasan
Metode Hungarian
Optimasi
POM-QM for Windows

KEYWORDS

Assignment Model
Hungarian Method
Optimization
POM-QM for Windows

ABSTRAK. Penelitian ini bertujuan untuk menerapkan metode Hungarian pada masalah penugasan dalam penentuan alokasi kurir pada kasus pengantaran barang di PT. Shopee Express Soreang Kota Parepare Hub. Metode Hungarian digunakan untuk menentukan alokasi kurir secara optimal berdasarkan efisiensi waktu pengantaran barang sehingga total waktu distribusi dapat diminimalkan. Dalam penerapannya, dilakukan penyesuaian terhadap prosedur metode Hungarian untuk mengakomodasi kondisi data yang tidak seimbang. Validasi hasil penugasan dilakukan menggunakan perangkat lunak Program for Operations Management-Quantitative Methods (POM-QM) for Windows untuk memastikan bahwa solusi yang diperoleh melalui perhitungan manual sesuai dengan hasil komputasi sistem dan benar-benar menghasilkan nilai optimal. Hasil penelitian menunjukkan bahwa total rata-rata waktu pengantaran sebelum optimasi sebesar 53,45 menit dapat ditekan menjadi 41,80 menit setelah penerapan metode Hungarian, sehingga terjadi efisiensi waktu sebesar 11,65 menit. Validasi menggunakan POM-QM for Windows menunjukkan hasil yang konsisten dengan perhitungan manual. Dengan demikian, metode Hungarian terbukti efektif dalam meningkatkan efisiensi penugasan kurir dan meminimalkan waktu pengantaran barang.

ABSTRACT. This study aims to apply the Hungarian method to the assignment problem in determining the allocation of couriers in the case of delivering goods at PT. Shopee Express Soreang Kota Parepare Hub. The Hungarian method is used to determine the optimal allocation of couriers based on the efficiency of the delivery time of goods so that the total distribution time can be minimized. In its implementation, adjustments were made to the procedures of the Hungarian method to accommodate unbalanced data conditions. Validation of assignment results is carried out using Program for Operations Management-Quantitative Methods (POM-QM) software for Windows to ensure that the solutions obtained through manual calculations match the system's computational results and actually produce optimal values. The results showed that the total average delivery time before optimization of 53.45 minutes could be reduced to 41.80 minutes after the application of the Hungarian method, resulting in a time efficiency of 11.65 minutes. Validation using POM-QM for Windows shows results consistent with manual calculations. Thus, the Hungarian method has proven to be effective in improving the efficiency of courier assignments and minimizing the delivery time of goods.



This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License. **Editorial of EULER:** Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo, Jln. Prof. Dr. Ing. B. J. Habibie, Bone Bolango 96554, Indonesia.

1. Pendahuluan

Perkembangan teknologi digital dalam beberapa tahun terakhir mengalami kemajuan yang sangat pesat, khususnya di bidang perdagangan. Transformasi digital ini telah membawa perubahan besar terhadap pola interaksi ekonomi masyarakat, di mana transaksi jual beli yang sebelumnya dilakukan secara konvensional kini beralih ke sistem daring (*online*). Perubahan ini mendorong pertumbuhan industri *e-commerce* yang signifikan di Indonesia, yang ditandai dengan peningkatan nilai transaksi setiap tahunnya dan telah menjadi salah satu pendorong utama pertumbuhan ekonomi digital nasional [1]. Selain itu, pertumbuhan *e-commerce* tidak

*Penulis Korespondensi.

hanya terjadi di kota-kota besar, tetapi juga telah merambah ke daerah-daerah menengah dan kecil [2]. Fenomena ini menunjukkan bahwa aktivitas perdagangan digital semakin meluas dan menjangkau berbagai lapisan masyarakat [3]. Kondisi tersebut berdampak langsung pada meningkatnya kebutuhan akan layanan logistik dan distribusi barang yang cepat, aman, dan efisien.

Seiring dengan meningkatnya volume transaksi *e-commerce*, kebutuhan terhadap sistem pengiriman barang yang efektif dan efisien juga semakin tinggi. Perusahaan logistik dihadapkan pada tantangan untuk mengelola pengiriman barang dalam jumlah besar dengan keterbatasan waktu dan sumber daya [4]. Salah satu permasalahan yang sering muncul adalah kurang optimalnya proses penugasan kurir terhadap wilayah atau titik distribusi tertentu. Ketidaktepatan dalam penugasan dapat menyebabkan ketidakseimbangan beban kerja, keterlambatan pengiriman, serta pemborosan waktu dan biaya operasional [5]. Kondisi tersebut juga ditemukan pada objek penelitian, di mana berdasarkan hasil observasi awal, perusahaan menghadapi permasalahan penugasan kurir yang belum optimal sehingga berdampak pada keterlambatan pengiriman dan peningkatan biaya operasional. Optimalisasi penugasan menjadi salah satu upaya yang dapat dilakukan untuk meningkatkan efisiensi waktu dan biaya operasional [6]. Oleh karena itu, diperlukan kajian lebih lanjut yang mempertimbangkan kondisi data tidak seimbang dan perbedaan beban kerja pengiriman.

Permasalahan dalam penugasan kurir yang belum optimal dapat dimodelkan ke dalam bentuk model penugasan (*assignment problem*), yang merupakan bagian dari program linear. Model penugasan digunakan untuk menentukan alokasi optimal antara sejumlah sumber daya, seperti kurir, dengan sejumlah tugas, dengan tujuan meminimalkan waktu atau biaya operasional [7]. Dalam konteks distribusi barang, ketepatan dalam penentuan pasangan antara kurir dan lokasi pengiriman menjadi faktor penting dalam meningkatkan efisiensi layanan. Salah satu metode yang efektif untuk menyelesaikan model penugasan adalah metode *Hungarian*, yang dikembangkan oleh Kuhn [8] dan disempurnakan oleh Munkres [9]. Metode ini bekerja melalui prosedur sistematis berupa reduksi baris dan kolom pada matriks biaya untuk memperoleh solusi optimal secara efisien, sehingga banyak digunakan dalam berbagai permasalahan optimasi yang melibatkan alokasi sumber daya [10].

Beberapa penelitian sebelumnya telah mengkaji penerapan metode *Hungarian* dalam menyelesaikan masalah penugasan pada berbagai bidang [11–13]. Dalam konteks distribusi dan logistik, metode *Hungarian* digunakan untuk menentukan penugasan kurir atau kendaraan terhadap rute pengiriman secara optimal, yang juga melaporkan bahwa penerapan metode ini mampu meningkatkan efisiensi distribusi serta mengurangi waktu pengantaran secara signifikan [14]. Selain itu, penelitian lain menunjukkan bahwa metode *Hungarian* dapat diterapkan pada kondisi yang lebih kompleks, seperti variasi jumlah sumber daya dan tugas serta perbedaan beban kerja sehingga diperlukan penyesuaian dalam penerapannya agar tetap relevan digunakan [15, 16]. Beberapa studi lain juga mengkaji penggunaan model penugasan dalam sistem distribusi logistik dan menunjukkan bahwa pendekatan ini efektif dalam meningkatkan kinerja operasional serta efisiensi waktu atau biaya pengiriman [17, 18]. Namun demikian, penerapan pada kondisi ini masih terbatas dan belum banyak dikaji dalam konteks distribusi logistik berbasis *e-commerce*.

Meskipun berbagai penelitian telah menunjukkan efektivitas metode *Hungarian* dalam menyelesaikan masalah penugasan, sebagian besar penelitian tersebut masih berfokus pada penerapan metode *Hungarian* dalam kondisi matriks seimbang dan belum sepenuhnya merepresentasikan kondisi nyata di lapangan yang seringkali tidak seimbang. Selain itu, penelitian sebelumnya belum secara spesifik mengkaji penerapan model penugasan pada sistem distri-

busi logistik *e-commerce* dengan mempertimbangkan normalisasi waktu pelayanan per paket. Padahal, variasi jumlah paket yang didistribusikan oleh setiap kurir dapat memengaruhi pembentukan matriks waktu pengantaran barang dan hasil optimasi. Oleh karena itu, diperlukan suatu pendekatan yang mampu menangani kondisi data yang tidak seimbang melalui penyesuaian pada model penugasan. Dalam penelitian ini, pendekatan tersebut dilakukan dengan mengadopsi metode *Hungarian* termodifikasi untuk mengakomodasi perbedaan jumlah sumber daya dan tugas, sehingga diharapkan dapat menghasilkan solusi yang lebih representatif dan optimal dalam konteks distribusi logistik berbasis *e-commerce*.

Dalam upaya mengatasi permasalahan tersebut, penelitian ini menerapkan metode *Hungarian* dengan melakukan modifikasi untuk menangani kondisi data yang tidak seimbang yaitu dengan melakukan penyesuaian pada matriksnya sehingga jumlah sumber daya dan tugas menjadi seimbang. Selain itu, dilakukan proses normalisasi waktu pengantaran per paket sebelum optimasi untuk mengakomodasi perbedaan beban kerja antar kurir. Pendekatan ini diharapkan dapat menghasilkan solusi penugasan yang lebih optimal dan representatif terhadap kondisi nyata dalam sistem distribusi logistik berbasis *e-commerce*. Berdasarkan hal tersebut, penelitian ini berfokus pada penerapan metode *Hungarian* pada kondisi data tidak seimbang dalam upaya mengoptimalkan waktu pengantaran barang. Penelitian ini dilakukan pada PT. Shopee Express Soreang Kota Parepare Hub sebagai salah satu pusat distribusi dengan tingkat aktivitas pengiriman yang tinggi.

2. Metode

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif karena analisis didasarkan pada data numerik dan model matematis yang dapat diukur secara objektif [19]. Pendekatan ini menekankan penggunaan perhitungan kuantitatif serta algoritma berbasis optimasi untuk menghasilkan solusi terbaik dalam permasalahan distribusi barang. Melalui pendekatan ini, hasil penelitian tidak hanya bersifat deskriptif, tetapi juga mampu memberikan ukuran efisiensi yang dapat diuji secara statistik dan dibandingkan antar metode, khususnya terkait waktu tempuh dan jarak distribusi. Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian terapan (*applied research*) yang bertujuan untuk memanfaatkan teori dan konsep ilmiah dalam penyelesaian masalah nyata di lapangan [20]. Dalam konteks ini, teori optimasi dalam program linear diterapkan untuk meminimalkan total waktu pengantaran barang.

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data kuantitatif operasional yang diperoleh melalui wawancara terstruktur dengan kurir dan pihak terkait dalam proses distribusi. Data meliputi jumlah kurir sebanyak 8 orang, jumlah wilayah distribusi sebanyak 7 wilayah, jumlah paket yang didistribusikan oleh masing-masing kurir pada setiap wilayah, serta total waktu pengantaran yang dibutuhkan, dinyatakan dalam satuan menit. Data jumlah paket digunakan untuk menggambarkan beban kerja kurir, sedangkan total waktu pengantaran merepresentasikan kinerja distribusi aktual. Kedua data tersebut menjadi dasar dalam pembentukan matriks waktu pengantaran barang pada model penugasan.

Secara operasional, sistem distribusi menerapkan pembagian wilayah ke dalam beberapa klaster sebagai dasar penugasan utama kurir. Namun, dalam kondisi tertentu seperti kelebihan beban paket, perusahaan dapat melakukan penyesuaian penugasan secara fleksibel. Dalam penelitian ini, data yang diperoleh terbagi menjadi tiga klaster sesuai kondisi aktual, dan model penugasan dianalisis secara terpisah pada masing-masing klaster untuk mengevaluasi tingkat efisiensinya.

Sebelum pembentukan matriks waktu pengantaran barang, dilakukan normalisasi data waktu, karena jumlah paket yang didistribusikan oleh setiap kurir berbeda. Penggunaan total

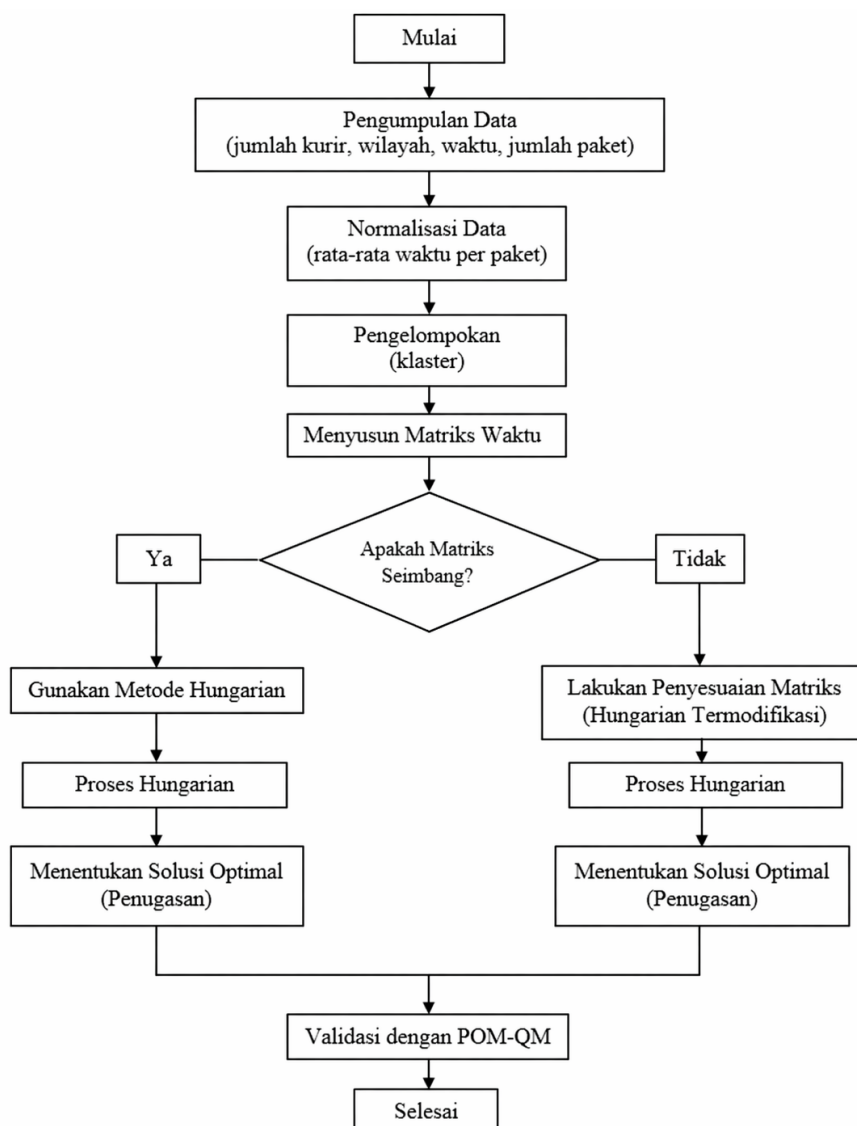
waktu pengantaran secara langsung berpotensi menghasilkan perbandingan yang tidak proporsional. Oleh karena itu, dilakukan normalisasi data dengan menghitung rata-rata waktu pengantaran per paket dengan rumus:

$$W_{ij} = \frac{\text{Total waktu pengantaran}}{\text{Jumlah paket}} \quad (1)$$

Nilai ini merepresentasikan kapasitas pelayanan masing-masing kurir dalam menyelesaikan distribusi pada suatu wilayah, sehingga dapat digunakan sebagai elemen matriks waktu pengantaran barang dalam model penugasan.

2.1. Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian dilakukan secara sistematis untuk memperoleh solusi penugasan kurir yang optimal. Untuk memperjelas tahapan penelitian, disajikan diagram alur penelitian pada **Gambar 1**, yang menggambarkan langkah-langkah penelitian dari awal hingga diperoleh solusi optimal.



Gambar 1. Diagram Alur Penelitian

Gambar 1 menunjukkan bahwa proses penelitian dimulai dari tahap pengumpulan data hingga diperoleh solusi optimal. Pemilihan metode ditentukan berdasarkan kondisi matriks

penugasan, yaitu metode *Hungarian* digunakan pada matriks seimbang, sedangkan pada kondisi matriks tidak seimbang dilakukan penyesuaian matriks dengan *Hungarian Termodifikasi*. Adapun tahapan penelitian diuraikan sebagai berikut.

1. Mengumpulkan data operasional berupa jumlah kurir, wilayah distribusi, jumlah paket, dan waktu pengantaran.
2. Melakukan normalisasi waktu pengantaran untuk memperoleh rata-rata waktu per paket.
3. Mengelompokkan data ke dalam beberapa klaster wilayah distribusi berdasarkan kondisi operasional.
4. Untuk setiap klaster wilayah, dilakukan langkah-langkah berikut:
 - (a) Menyusun matriks waktu pengantaran sebagai dasar model penugasan.
 - (b) Mengidentifikasi kondisi matriks penugasan (seimbang atau tidak seimbang).
 - (c) Menerapkan metode *Hungarian*:
 - i. Jika matriks seimbang, metode *Hungarian* diterapkan secara langsung.
 - ii. Jika matriks tidak seimbang, dilakukan penyesuaian matriks (metode *Hungarian* termodifikasi).
 - (d) Menentukan kombinasi penugasan optimal.
5. Melakukan validasi hasil menggunakan perangkat lunak textitPOM-QM for Windows.

Dalam penelitian ini, metode *Hungarian* digunakan sebagai metode utama dalam menyelesaikan masalah penugasan. Penerapan metode dilakukan dengan mempertimbangkan kondisi matriks penugasan yang terbentuk dari data hasil normalisasi. Apabila matriks yang dihasilkan berbentuk seimbang, maka metode *Hungarian* diterapkan secara langsung. Namun, apabila matriks tidak seimbang, maka dilakukan penyesuaian terhadap matriks melalui pendekatan modifikasi sebelum metode *Hungarian* diterapkan. Pendekatan ini dikenal sebagai metode *Hungarian* termodifikasi, yang digunakan untuk mengakomodasi perbedaan jumlah sumber daya dan tugas sehingga tetap dapat diperoleh solusi penugasan yang optimal.

2.2. Masalah Penugasan

Permasalahan penugasan (*assignment problem*) merupakan salah satu bentuk khusus dari model program linear yang digunakan untuk menentukan pasangan terbaik antara sejumlah sumber daya dan sejumlah tugas [14]. Dalam model ini, setiap sumber daya hanya dapat dialokasikan pada satu tugas, dan setiap tugas juga hanya diberikan kepada satu sumber daya. Struktur satu-ke-satu (*one-to-one assignment*) inilah yang membedakan masalah penugasan dari model optimasi lainnya [21].

Permasalahan ini banyak ditemui pada aktivitas bisnis dan industri ketika manajemen harus mengalokasikan tenaga kerja, mesin, maupun waktu kerja terhadap berbagai pekerjaan yang tersedia. Perbedaan tingkat kemampuan dan efisiensi masing-masing sumber daya menyebabkan perlunya metode optimasi yang mampu menghasilkan kombinasi penugasan terbaik, baik untuk meminimalkan biaya maupun waktu penyelesaian pekerjaan [13].

Dalam masalah penugasan jumlah petugas dan kejadian yang sama maka apabila dibuat dalam bentuk matriks akan membentuk matriks dengan kolom dan baris yang sama. Misalkan terdapat n pekerja dengan n kegiatan maka matriks yang terbentuk adalah $n \times n$. Apabila kita

gambarkan dalam bentuk matriks dapat kita lihat sebagai berikut [22].

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1j} & \cdots & C_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{i1} & \cdots & C_{ij} & \cdots & C_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & \cdots & C_{nj} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}. \tag{2}$$

Pada matriks C di atas dapat kita lihat C_{ij} yang dimana kita misalkan bahwa i adalah petugas ($i = 1, 2, \dots, m$) yang melaksanakan tugas j ($j = 1, 2, \dots, n$). Maka dalam menyelesaikannya dapat kita lakukan sebanyak $n!$. Hal ini disebabkan terdapat cara n untuk menetapkan tugas pertama, $(n - 1)$ untuk menetapkan tugas kedua, $(n - 2)$ untuk menetapkan tugas ketiga dan seterusnya sehingga didapatkan

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \cdots \times 2 \times 1.$$

Untuk merepresentasikan hubungan antara kurir dan tujuan pengantaran, digunakan suatu matriks penugasan yang memuat parameter biaya atau waktu. Setiap elemen dalam matriks tersebut menunjukkan besarnya biaya atau waktu yang diperlukan oleh seorang kurir untuk menyelesaikan suatu tugas tertentu. Selain itu, diperkenalkan variabel keputusan yang menunjukkan apakah suatu penugasan dilakukan atau tidak. Representasi matriks penugasan tersebut disajikan pada **Tabel 1**.

Tabel 1. Matriks penugasan

Kurir	Tujuan				Kapasitas
	1	2	3	4	
1	x_{11}	C_{11} x_{12}	C_{12} \cdots	x_{1n}	C_{1n} 1
2	x_{21}	C_{21} x_{22}	C_{22} \cdots	x_{2n}	C_{2n} 1
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots
m	x_{m1}	C_{m1} x_{m2}	C_{m2} \cdots	x_{mn}	C_{mn} 1
Kapasitas	1	1	\cdots	1	

Berdasarkan struktur penugasan pada **Tabel 1**, model matematis masalah penugasan dapat diformulasikan dalam bentuk program linear. Dalam hal ini, variabel keputusan x_{ij} bernilai 1 jika sumber i ditetapkan pada tujuan j , dan bernilai 0 jika sebaliknya. Secara matematis, model tersebut dirumuskan sebagai berikut:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika sumber } i \text{ ditetapkan pada tujuan } j, \\ 0, & \text{jika sumber } i \text{ tidak ditetapkan pada tujuan } j. \end{cases}$$

Fungsi tujuan

Pada model pemrograman linear, fungsi tujuan harus berbentuk linear dan kemudian dimaksimalkan atau diminimalkan terhadap fungsi kendala yang ada.

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij}x_{ij}. \tag{3}$$

Fungsi batasan

Dalam model pemrograman linear, fungsi kendala juga harus berupa fungsi linear. Ini berarti bahwa ia membatasi variabel-variabel keputusan yang dibuat.

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

Keterangan:

Z = fungsi tujuan yang dicari nilai optimalnya (maksimal atau minimal),

n = jumlah tugas yang akan diselesaikan,

x_{ij} = penugasan dari sumber (pekerja) i ke tujuan (tugas) j ,

C_{ij} = parameter alokasi dari sumber i ke tujuan j .

2.3. Metode Hungarian

Metode *Hungarian* merupakan salah satu metode yang digunakan untuk masalah penugasan. Penyelesaian masalah penugasan menggunakan metode *Hungarian* bertujuan untuk mendapatkan solusi yang optimal [10]. Langkah-langkah penelitian dalam metode *Hungarian* adalah sebagai berikut [23].

1. Untuk setiap baris pada matriks biaya, identifikasi elemen bernilai paling kecil, kemudian kurangkan nilai tersebut dari seluruh elemen pada baris yang sama.
2. Setelah reduksi baris dilakukan, periksa setiap kolom. Jika terdapat kolom yang belum memiliki elemen bernilai nol, maka lakukan reduksi kolom dengan cara mengurangkan nilai terkecil pada kolom tersebut terhadap seluruh elemen di dalamnya.
3. Selanjutnya, tutup seluruh elemen nol yang terbentuk menggunakan garis horizontal dan vertikal dengan jumlah garis seminimal mungkin. Apabila jumlah garis yang terbentuk telah sama dengan jumlah baris atau kolom pada matriks, maka proses dapat dilanjutkan ke tahap penentuan solusi.
4. Jika jumlah garis masih kurang, tentukan elemen bernilai terkecil yang tidak tertutup garis. Nilai tersebut dikurangkan dari seluruh elemen yang tidak dilalui garis, dan ditambahkan pada elemen yang berada pada perpotongan dua garis. Proses ini diulang hingga diperoleh kondisi optimal.
5. Tahap terakhir adalah melakukan alokasi penugasan berdasarkan elemen nol yang memenuhi syarat, sehingga diperoleh kombinasi penugasan yang optimal.

2.4. Metode Hungarian Termodifikasi

Penelitian ini juga menerapkan metode *Hungarian* termodifikasi dalam menyelesaikan masalah penugasan yang tidak seimbang [15]. Metode ini digunakan ketika jumlah sumber daya dan jumlah tugas tidak sama, sehingga matriks penugasan yang terbentuk tidak berbentuk persegi. Oleh karena itu, diperlukan penyesuaian terlebih dahulu agar metode *Hungarian* dapat diterapkan secara optimal. Tahapan penyelesaiannya dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. Menyusun model matematis dari permasalahan penugasan yang akan diselesaikan.
2. Membentuk matriks biaya berdasarkan tabel penugasan yang telah disusun untuk mempermudah proses perhitungan pada setiap tahap penyelesaian.
3. Memeriksa kesesuaian jumlah baris (pekerja) dan kolom (pekerjaan). Jika jumlahnya sama, proses dapat langsung dilanjutkan ke tahap berikutnya. Jika tidak sama, dilakukan

perhitungan jumlah setiap kolom (*Sum Column*) dan setiap baris (*Sum Row*), kemudian proses dilanjutkan.

4. Mengurutkan hasil penjumlahan kolom dan baris dari nilai terkecil hingga terbesar.
5. Membagi matriks penugasan ke dalam bentuk matriks berordo $m \times m$ sehingga diperoleh beberapa matriks seimbang ke- k . Setiap matriks ke- k selanjutnya diselesaikan secara bertahap untuk $k = 1, 2, \dots, n$.
6. Kemudian, menyelesaikan masing-masing matriks keseimbangan dengan metode *Hungarian*.
 - (a) Untuk setiap baris pada matriks biaya, identifikasi elemen bernilai paling kecil, kemudian kurangkan nilai tersebut dari seluruh elemen pada baris yang sama.
 - (b) Setelah reduksi baris dilakukan, periksa setiap kolom. Jika terdapat kolom yang belum memiliki elemen bernilai nol, maka lakukan reduksi kolom dengan cara mengurangkan nilai terkecil pada kolom tersebut terhadap seluruh elemen di dalamnya.
 - (c) Selanjutnya, tutup seluruh elemen nol yang terbentuk menggunakan garis horizontal dan vertikal dengan jumlah garis seminimal mungkin. Apabila jumlah garis yang terbentuk telah sama dengan jumlah baris atau kolom pada matriks, maka proses dapat dilanjutkan ke tahap penentuan solusi.
 - (d) Jika jumlah garis masih kurang, tentukan elemen bernilai terkecil yang tidak tertutup garis. Nilai tersebut dikurangkan dari seluruh elemen yang tidak dilalui garis, dan ditambahkan pada elemen yang berada pada perpotongan dua garis. Proses ini diulang hingga diperoleh kondisi optimal.
 - (e) Tahap terakhir adalah melakukan alokasi penugasan berdasarkan elemen nol yang memenuhi syarat, sehingga diperoleh kombinasi penugasan yang optimal.

3. Hasil dan Pembahasan

PT. Shopee Express Soreang Kota Parepare Hub merupakan pusat distribusi yang melayani pengantaran barang di wilayah Kota Parepare. Proses pengiriman dilakukan oleh beberapa kurir dengan sejumlah titik tujuan yang tersebar di berbagai kelurahan.

Permasalahan yang dianalisis dalam penelitian ini adalah penentuan kombinasi penugasan kurir ke wilayah distribusi yang mampu meminimalkan waktu pengantaran berdasarkan kapasitas pelayanan masing-masing kurir. Data jumlah paket dan total waktu pengantaran yang diperoleh kemudian dinormalisasi menjadi rata-rata waktu per paket dan disusun dalam bentuk matriks waktu pengantaran barang.

Selanjutnya, matriks waktu pengantaran barang tersebut dianalisis menggunakan metode *Hungarian* untuk memperoleh kombinasi penugasan yang menghasilkan total waktu distribusi minimum.

3.1. Deskripsi dan Pengolahan Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan hasil pengumpulan langsung di lapangan yang mencakup jumlah paket dan total waktu pengantaran pada masing-masing wilayah distribusi. Data tersebut kemudian diolah untuk memperoleh rata-rata waktu pengantaran per paket sebagai dasar dalam menentukan parameter biaya pada model penugasan. Penyajian data dilakukan berdasarkan pengelompokan wilayah distribusi yang berbeda, sebagaimana ditunjukkan pada **Tabel 2**. Selanjutnya, data pengantaran pada wilayah Bukit Harapan dan Watang Soreang disajikan pada **Tabel 3**. Adapun data pengantaran pada wilayah Ujung Baru, Lakessi, Kampung Pisang, dan Ujung Lare disajikan pada **Tabel 4**.

Tabel 2. Bukit Harapan dan Bukit Indah

Karyawan	Bukit Harapan			Bukit Indah		
	Jumlah Barang	Waktu (menit)	Rata-rata	Jumlah Barang	Waktu (menit)	Rata-rata
AM	45	180 menit	4 menit	35	180 menit	5,1 menit
AG	25	150 menit	6 menit	20	120 menit	6 menit
IN	20	120 menit	6 menit	40	270 menit	6,75 menit

Tabel 3. Bukit Harapan dan Watang Soreang

Karyawan	Bukit Harapan			Watang Soreang		
	Jumlah Barang	Waktu (menit)	Rata-rata	Jumlah Barang	Waktu (menit)	Rata-rata
AS	30	210 menit	7 menit	10	90 menit	9 menit
SN	40	240 menit	6 menit	25	180 menit	7,2 menit

Tabel 4. Ujung Baru, Lakessi, Kampung Pisang, dan Ujung Lare

Karyawan	Ujung Baru			Lakessi		
	Jumlah	Waktu (menit)	Rata-rata	Jumlah	Waktu (menit)	Rata-rata
RN	25	180	7,2	15	120	8
WU	10	60	6	17	150	8,8
AF	30	240	8	10	60	6
Karyawan	Kampung Pisang			Ujung Lare		
	Jumlah	Waktu (menit)	Rata-rata	Jumlah	Waktu (menit)	Rata-rata
RN	10	60	6	10	90	9
WU	17	120	7	20	120	6
AF	15	120	8	12	60	5

Berdasarkan **Tabel 2**, **Tabel 3**, dan **Tabel 4**, diperoleh data jumlah paket dan total waktu pengantaran pada masing-masing wilayah distribusi. Data tersebut telah dinormalisasi menjadi rata-rata waktu pengantaran per paket untuk setiap kurir pada setiap wilayah tujuan. Hasil normalisasi menunjukkan adanya perbedaan tingkat efisiensi antar kurir dalam melayani wilayah. Hasil pengolahan ini selanjutnya dirangkum dalam bentuk rata-rata waktu pengantaran per wilayah, sebagaimana disajikan pada **Tabel 5**.

Tabel 5. Rata-rata waktu pengantaran per paket

Wilayah	Rata-rata waktu pengantaran
Bukit Harapan	5,8
Bukit Indah	5,95
Watang Soreang	8,1
Ujung Baru	7
Lakessi	7,6
Kampung Pisang	7
Ujung Lare	6,6
Total	53,45

Berdasarkan **Tabel 5**, diperoleh rata-rata waktu pengantaran per paket pada setiap wilayah sebagai kondisi awal sebelum optimasi. Nilai total sebesar 53,45 digunakan untuk membandingkan hasil penugasan setelah penerapan metode *Hungarian*.

3.2. Analisis Penugasan Kelompok Wilayah 1

Pada tahap ini dilakukan analisis penugasan untuk kelompok wilayah 1 yang terdiri dari beberapa kurir dan tujuan pengantaran. Kelompok wilayah 1 mencakup wilayah Bukit Harapan dan Bukit Indah dengan kurir yang terlibat yaitu AM, AG, dan IN. Data yang digunakan merupakan hasil normalisasi rata-rata waktu pengantaran per paket yang telah diperoleh sebelumnya. Analisis ini bertujuan untuk menentukan kombinasi penugasan kurir ke wilayah tujuan yang menghasilkan waktu pengantaran paling optimal.

Berdasarkan data tersebut, matriks waktu pengantaran untuk kelompok wilayah 1 dapat disusun sebagai dasar dalam penyelesaian masalah penugasan, sebagaimana disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6. Total rata-rata waktu untuk mengantarkan satu barang di kelompok wilayah 1

Kurir	Tujuan		Kapasitas (kurir)
	I	II	
1	x_{11}	x_{12}	1
2	x_{21}	x_{22}	1
3	x_{31}	x_{32}	1
Kapasitas (pengantaran)	1	1	2 3

Tabel 6 menunjukkan waktu rata-rata pengantaran masing-masing kurir ke setiap wilayah tujuan. Nilai-nilai ini selanjutnya digunakan dalam penerapan metode *Hungarian* untuk menentukan penugasan yang optimal.

Untuk menyelesaikan soal tugas pada Tabel 6, dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Menyusun model matematis dari permasalahan penugasan yang akan diselesaikan.

Variabel keputusan

Variabel keputusan dalam penelitian ini ditentukan berdasarkan tugas pengantaran yang terdapat di PT. Shopee Express Soreang Kota Parepare Hub. Adapun kurir yang bertugas adalah AM, AG, dan IN, sedangkan wilayah tujuan pengantaran meliputi Bukit Harapan dan Bukit Indah.

Variabel keputusan pada masalah ini adalah kurir ke- i yang ditugaskan atau tidak ditugaskan ke wilayah ke- j . Notasi variabel dapat dilihat sebagai berikut:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika kurir } i \text{ ditugaskan ke wilayah } j, \\ 0, & \text{jika kurir } i \text{ tidak ditugaskan ke wilayah } j, \end{cases}$$

dengan $i = 1, 2, 3$ dan $j = 1, 2$.

Fungsi tujuan

Fungsi tujuan dalam penelitian ini adalah menentukan kombinasi penugasan kurir ke wilayah tujuan yang menghasilkan total waktu pengantaran minimum, yang dirumuskan sebagai berikut:

$$Z = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 C_{ij} x_{ij}.$$

Fungsi batasan

Fungsi batasan dalam model ini digunakan untuk mengatur hubungan antara kurir dan wilayah tujuan pengantaran:

$$\sum_{i=1}^3 x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2,$$

$$\sum_{j=1}^2 x_{ij} \geq 1, \quad i = 1, 2, 3.$$

Berdasarkan data pada **Tabel 6**, selanjutnya dilakukan penyusunan ke dalam bentuk matriks biaya untuk mempermudah proses penyelesaian menggunakan metode *Hungarian*:

$$M = \begin{bmatrix} 4 & 5,1 \\ 6 & 6 \\ 6 & 6,75 \end{bmatrix}.$$

Keterangan:

AM = Kurir 1, AG = Kurir 2, IN = Kurir 3, I = Bukit Harapan, II = Bukit Indah.

2. Berdasarkan masalah di atas, matriks penugasan tidak seimbang karena jumlah karyawan lebih banyak dibandingkan jumlah pekerjaan. Oleh karena itu, dilakukan perhitungan jumlah tiap baris dan kolom seperti disajikan pada **Tabel 7**.

Tabel 7. Hasil penjumlahan tiap baris dan kolom

Karyawan	Pengantaran barang		Sum Row
	I	II	
AM	4	5,1	9,1
AG	6	6	12
IN	6	6,75	12,75
Sum Column	16	17,85	

Berdasarkan **Tabel 7**, jumlah pada setiap baris menunjukkan total waktu pengantaran masing-masing kurir, sedangkan jumlah pada setiap kolom menunjukkan total waktu pengantaran pada setiap wilayah. Terlihat bahwa terdapat perbedaan total waktu antar kurir dan wilayah, yang mengindikasikan adanya variasi tingkat efisiensi. Hasil ini menjadi dasar dalam penerapan metode *Hungarian* termodifikasi.

3. Mengurutkan hasil penjumlahan kolom dan baris dari nilai terkecil hingga terbesar.
Sum Column: I, II,
Sum Row: AM, AG, IN.
4. Matriks penugasan selanjutnya dipartisi ke dalam beberapa submatriks berordo $m \times m$ sehingga diperoleh matriks-matriks seimbang ke- k . Proses partisi ini dilakukan berdasarkan hasil pengurutan nilai penjumlahan setiap baris (*sum row*) dan kolom (*sum column*) dari yang terkecil hingga terbesar. Setiap submatriks kemudian disusun dengan mengambil elemen-elemen dari matriks awal yang memiliki keterkaitan berdasarkan nilai tersebut, dan selanjutnya diselesaikan secara bertahap menggunakan metode *Hungarian*.

$$A_1 = \begin{array}{c|cc} & I & II \\ \hline AM & 4 & 5,1 \\ AG & 6 & 6 \end{array}, \quad A_2 = \begin{array}{c|c} & I \\ \hline IN & 6 \end{array}.$$

5. Kemudian, menyelesaikan masing-masing matriks keseimbangan dengan metode *Hungarian*.

Untuk setiap baris pada matriks biaya, identifikasi elemen bernilai paling kecil, kemudian kurangkan nilai tersebut dari seluruh elemen pada baris yang sama.

Pada tahap ini, submatriks A_1 diproses menggunakan langkah-langkah metode *Hungarian*, sedangkan submatriks A_2 tidak memerlukan proses lebih lanjut karena merupakan matriks berordo 1×1 , sehingga nilainya secara langsung menjadi solusi optimal.

$$A_1 = \begin{array}{c|cc} & I & II \\ \hline AM & 4 & 5,1 \\ AG & 6 & 6 \end{array}$$

$$A_1 = \begin{array}{c|cc} & I & II \\ \hline AM & 0 & 1,1 \\ AG & 0 & 0 \end{array}$$

Setelah reduksi baris dilakukan, periksa setiap kolom. Jika terdapat kolom yang belum memiliki elemen bernilai nol, maka lakukan reduksi kolom dengan cara mengurangkan nilai terkecil pada kolom tersebut terhadap seluruh elemen di dalamnya.

$$A_1 = \begin{array}{c|cc} & I & II \\ \hline AM & 0 & 1,1 \\ AG & 0 & 0 \end{array}$$

Selanjutnya, tutup seluruh elemen nol yang terbentuk menggunakan garis horizontal dan vertikal dengan jumlah garis seminimal mungkin. Apabila jumlah garis yang terbentuk telah sama dengan jumlah baris atau kolom pada matriks, maka proses dapat dilanjutkan ke tahap penentuan solusi.

$$A_1 = \begin{array}{c|cc} & I & II \\ \hline AM & 0 & 1,1 \\ AG & 0 & 0 \end{array}$$

$$A_1 = \begin{array}{c|cc} & I & II \\ \hline AM & 0 & 1,1 \\ AG & 0 & 0 \end{array}$$

Jika jumlah garis masih kurang, tentukan elemen bernilai terkecil yang tidak tertutup garis. Nilai tersebut dikurangkan dari seluruh elemen yang tidak dilalui garis, dan ditambahkan pada elemen yang berada pada perpotongan dua garis. Proses ini diulang hingga diperoleh kondisi optimal.

Tahap terakhir adalah melakukan alokasi penugasan berdasarkan elemen nol yang memenuhi syarat, sehingga diperoleh kombinasi penugasan yang optimal.

$$A_1 = \begin{array}{c|cc} & I & II \\ \hline AM & 4 & 5,1 \\ AG & 6 & 6 \end{array}, \quad A_2 = \begin{array}{c|c} & I \\ \hline IN & 6 \end{array}$$

Nilai yang diperoleh sebagai hasil penugasan optimal adalah 4, 6, dan 6. Nilai-nilai tersebut merepresentasikan waktu pengantaran minimum untuk masing-masing pasangan kurir dan wilayah tujuan.

3.3. Analisis Penugasan Kelompok Wilayah 2

Pada kelompok wilayah 2, dilakukan analisis penugasan terhadap kurir yang bertugas pada wilayah Bukit Harapan dan Watang Soreang. Berdasarkan hasil pengolahan data, diperoleh rata-rata waktu pengantaran per paket untuk masing-masing kurir pada setiap wilayah tujuan. Data tersebut selanjutnya digunakan untuk menyusun matriks waktu pengantaran sebagai dasar dalam penyelesaian masalah penugasan, sebagaimana disajikan pada **Tabel 8**.

Tabel 8. Total rata-rata waktu untuk mengantarkan satu barang di kelompok wilayah 2

Kurir	Tujuan		Kapasitas (kurir)
	I	II	
1	x_{11} 7	x_{12} 9	1
2	x_{21} 6	x_{22} 7,2	1
Kapasitas (pengantaran)	1	1	2 2

Berdasarkan **Tabel 8**, diperoleh matriks waktu pengantaran yang melibatkan kurir AS dan SN terhadap wilayah Bukit Harapan dan Watang Soreang sebagai dasar dalam proses optimasi penugasan.

Variabel keputusan

Variabel keputusan diambil dengan melihat tugas-tugas di PT. Shopee Express Soreang Kota Parepare Hub. Tugas-tugas ini diambil dari wilayah-wilayah pengantaran paket. Adapun kurir yang bertugas adalah AS dan SN, sedangkan wilayah tujuan pengantaran meliputi Bukit Harapan dan Watang Soreang.

Variabel keputusan pada masalah ini adalah kurir ke- i yang ditugaskan atau tidak ditugaskan ke wilayah ke- j . Notasi variabel dapat dilihat sebagai berikut.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika kurir } i \text{ ditugaskan ke wilayah } j, \\ 0, & \text{jika kurir } i \text{ tidak ditugaskan ke wilayah } j, \end{cases}$$

dengan $i = 1, 2$ dan $j = 1, 2$.

Fungsi tujuan

Fungsi tujuan dalam penelitian ini adalah menentukan kombinasi penugasan kurir ke wilayah tujuan yang menghasilkan total waktu pengantaran minimum, yang dirumuskan sebagai berikut:

$$Z = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 C_{ij} x_{ij}.$$

Fungsi batasan

Fungsi batasan dalam model ini digunakan untuk mengatur hubungan antara kurir dan wilayah tujuan pengantaran:

$$\sum_{i=1}^2 x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2,$$

$$\sum_{j=1}^2 x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2.$$

Berdasarkan Tabel 8, selanjutnya dilakukan penyusunan ke dalam bentuk matriks biaya untuk mempermudah proses penyelesaian menggunakan metode *Hungarian*:

$$M = \begin{array}{c|cc} & I & II \\ \hline AS & 7 & 9 \\ SN & 6 & 7,2 \end{array}$$

Kemudian, menyelesaikan matriks tersebut dengan metode *Hungarian*. Untuk setiap baris pada matriks biaya, identifikasi elemen bernilai paling kecil, kemudian kurangkan nilai tersebut dari seluruh elemen pada baris yang sama.

$$M = \begin{array}{c|cc} & I & II \\ \hline AS & \mathbf{7} & 9 \\ SN & \mathbf{6} & 7,2 \end{array}$$

$$M = \begin{array}{c|cc} & I & II \\ \hline AS & 0 & 2 \\ SN & 0 & 1,2 \end{array}$$

Setelah reduksi baris dilakukan, periksa setiap kolom. Jika terdapat kolom yang belum memiliki elemen bernilai nol, maka lakukan reduksi kolom:

$$M = \begin{array}{c|cc} & I & II \\ \hline AS & 0 & 0,8 \\ SN & 0 & 0 \end{array}$$

Selanjutnya, tutup seluruh elemen nol yang terbentuk menggunakan garis horizontal dan vertikal dengan jumlah garis seminimal mungkin. Apabila jumlah garis yang terbentuk telah sama dengan jumlah baris atau kolom pada matriks, maka proses dapat dilanjutkan ke tahap penentuan solusi.

$$M = \begin{array}{c|cc} & I & II \\ \hline AS & \mathbf{0} & 0,8 \\ SN & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array}$$

Jika jumlah garis masih kurang, tentukan elemen bernilai terkecil yang tidak tertutup garis. Nilai tersebut dikurangkan dari seluruh elemen yang tidak dilalui garis, dan ditambahkan pada elemen yang berada pada perpotongan dua garis. Proses ini diulang hingga diperoleh kondisi optimal.

Tahap terakhir adalah melakukan alokasi penugasan berdasarkan elemen nol yang memenuhi syarat, sehingga diperoleh kombinasi penugasan yang optimal.

$$M = \begin{array}{c|cc} & I & II \\ \hline AS & \mathbf{7} & 9 \\ SN & 6 & \mathbf{7,2} \end{array}$$

Nilai yang diperoleh sebagai hasil penugasan optimal adalah 7 dan 7,2. Nilai-nilai tersebut merepresentasikan waktu pengantaran minimum untuk masing-masing pasangan kurir dan wilayah tujuan.

3.4. Analisis Penugasan Kelompok Wilayah 3

Pada kelompok wilayah 3, dilakukan analisis penugasan terhadap kurir yang melayani wilayah Ujung Baru, Lakessi, Kampung Pisang, dan Ujung Lare. Berdasarkan hasil normalisasi data, diperoleh rata-rata waktu pengantaran per paket untuk masing-masing kurir pada setiap wilayah tujuan. Data tersebut kemudian digunakan untuk menyusun matriks waktu pengantaran sebagai dasar dalam proses optimasi penugasan, sebagaimana disajikan pada **Tabel 9**.

Tabel 9. Total rata-rata waktu untuk mengantarkan satu barang di kelompok wilayah 3

Kurir	Tujuan				Kapasitas (kurir)
	I	II	III	IV	
1	x_{11} 7,2	x_{12} 4	x_{13} 6	x_{14} 9	1
2	x_{21} 6	x_{22} 8,8	x_{23} 7	x_{24} 6	1
3	x_{31} 8	x_{32} 6	x_{33} 8	x_{34} 5	1
Kapasitas (pengantaran)	1	1	1	1	4 3

Berdasarkan **Tabel 9**, diperoleh matriks waktu pengantaran yang melibatkan kurir RN, WU, dan AF terhadap wilayah Ujung Baru, Lakessi, Kampung Pisang, dan Ujung Lare sebagai dasar dalam penyelesaian masalah penugasan.

Variabel keputusan

Variabel keputusan diambil dengan melihat tugas-tugas di PT. Shopee Express Soreang Kota Parepare Hub. Tugas-tugas ini diambil dari wilayah-wilayah pengantaran paket. Adapun kurir yang bertugas adalah RN, WU, dan AF, sedangkan wilayah tujuan pengantaran meliputi Ujung Baru, Lakessi, Kampung Pisang dan Ujung Lare.

Variabel keputusan pada masalah ini adalah kurir ke- i yang ditugaskan atau tidak ditugaskan ke wilayah ke- j . Notasi variabel dapat dilihat sebagai berikut.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika kurir } i \text{ ditugaskan ke wilayah } j, \\ 0, & \text{jika kurir } i \text{ tidak ditugaskan ke wilayah } j, \end{cases}$$

dengan $i = 1, 2, 3$ dan $j = 1, 2, 3, 4$.

Fungsi tujuan

Fungsi tujuan dalam penelitian ini adalah menentukan kombinasi penugasan kurir ke wilayah tujuan yang menghasilkan total waktu pengantaran minimum, yang dirumuskan sebagai berikut:

$$Z = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 C_{ij} x_{ij}.$$

Fungsi batasan

Fungsi batasan dalam model ini digunakan untuk mengatur hubungan antara kurir dan wilayah tujuan pengantaran:

$$\sum_{i=1}^3 x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, 3, 4,$$

$$\sum_{j=1}^4 x_{ij} \geq 1, \quad i = 1, 2, 3.$$

Susun **Tabel 9** ke dalam bentuk matriks untuk mempermudah penyelesaian:

$$A = \begin{array}{c|cccc} & I & II & III & IV \\ \hline RN & 7,2 & 8 & 6 & 9 \\ WU & 6 & 8,8 & 7 & 6 \\ AF & 8 & 6 & 8 & 5 \end{array}$$

Berdasarkan masalah di atas, matriks penugasan tidak seimbang karena jumlah pekerjaan lebih banyak dibandingkan jumlah karyawan. Oleh karena itu, dilakukan perhitungan jumlah tiap baris dan kolom seperti disajikan pada **Tabel 10**.

Tabel 10. Hasil penjumlahan tiap baris dan kolom

Karyawan	I	II	III	IV	Sum Row
RN	7,2	8	6	9	30,2
WU	6	8,8	7	6	27,8
AF	8	6	8	5	27
Sum Column	21,2	22,8	21	20	

Berdasarkan **Tabel 10**, jumlah pada setiap baris menunjukkan total waktu pengantaran masing-masing kurir, sedangkan jumlah pada setiap kolom menunjukkan total waktu pengantaran pada setiap wilayah. Terlihat bahwa terdapat perbedaan total waktu antar kurir dan wilayah, yang mengindikasikan adanya variasi tingkat efisiensi. Hasil ini menjadi dasar dalam penerapan metode *Hungarian* termodifikasi. Mengurutkan hasil penjumlahan kolom dan baris dari nilai terkecil hingga terbesar.

Sum Column: IV, III, I, II,

Sum Row: AF, WU, RN.

Matriks penugasan selanjutnya dipartisi ke dalam beberapa submatriks berordo $m \times m$ sehingga diperoleh matriks-matriks seimbang ke- k . Proses partisi ini dilakukan berdasarkan hasil pengurutan nilai penjumlahan setiap baris (*sum row*) dan kolom (*sum column*) dari yang terkecil hingga terbesar. Setiap submatriks kemudian disusun dengan mengambil elemen-elemen dari matriks awal yang memiliki keterkaitan berdasarkan nilai tersebut, dan selanjutnya diselesaikan secara bertahap menggunakan metode *Hungarian*.

$$A_1 = \begin{array}{c|ccc} & IV & III & I \\ \hline AF & 5 & 8 & 8 \\ WU & 6 & 7 & 6 \\ RN & 9 & 6 & 7,2 \end{array}, \quad A_2 = \begin{array}{c|c} & II \\ \hline AF & 6 \end{array}.$$

Kemudian, menyelesaikan masing-masing matriks keseimbangan dengan metode *Hungarian*. Untuk setiap baris pada matriks biaya, identifikasi elemen bernilai paling kecil, kemudian kurangkan nilai tersebut dari seluruh elemen pada baris yang sama.

Pada tahap ini, submatriks A_1 diproses menggunakan langkah-langkah metode *Hungarian*, sedangkan submatriks A_2 tidak memerlukan proses lebih lanjut karena merupakan matriks berordo 1×1 , sehingga nilainya secara langsung menjadi solusi optimal.

$$A_1 = \begin{array}{c|ccc} & IV & III & I \\ \hline AF & 5 & 8 & 8 \\ WU & 6 & 7 & 6 \\ RN & 9 & 6 & 7,2 \end{array}$$

Setelah reduksi baris dilakukan, periksa setiap kolom. Jika terdapat kolom yang belum memiliki elemen bernilai nol, maka lakukan reduksi kolom dengan cara mengurangkan nilai terkecil pada kolom tersebut terhadap seluruh elemen di dalamnya.

$$A_1 = \begin{array}{c|ccc} & IV & III & I \\ \hline AF & 0 & 3 & 3 \\ WU & 0 & 1 & 0 \\ RN & 3 & 0 & 1,2 \end{array}$$

Selanjutnya, tutup seluruh elemen nol yang terbentuk menggunakan garis horizontal dan vertikal dengan jumlah garis seminimal mungkin. Apabila jumlah garis yang terbentuk telah sama dengan jumlah baris atau kolom pada matriks, maka proses dapat dilanjutkan ke tahap penentuan solusi.

$$A_1 = \begin{array}{c|ccc} & IV & III & I \\ \hline AF & 0 & 3 & 3 \\ WU & 0 & 1 & 0 \\ RN & 3 & 0 & 1,2 \end{array}$$

Jika jumlah garis masih kurang, tentukan elemen bernilai terkecil yang tidak tertutup garis. Nilai tersebut dikurangkan dari seluruh elemen yang tidak dilalui garis, dan ditambahkan pada elemen yang berada pada perpotongan dua garis. Proses ini diulang hingga diperoleh kondisi optimal.

Tahap terakhir adalah melakukan alokasi penugasan berdasarkan elemen nol yang memenuhi syarat, sehingga diperoleh kombinasi penugasan yang optimal.

$$A_1 = \begin{array}{c|ccc} & IV & III & I \\ \hline AF & 5 & 8 & 8 \\ WU & 6 & 7 & 6 \\ RN & 9 & 6 & 7,2 \end{array}$$

$$A_2 = \begin{array}{c|c} & II \\ \hline AF & 6 \end{array}$$

Nilai optimal diperoleh melalui proses pemilihan elemen nol pada matriks hasil reduksi yang memenuhi syarat penugasan, yaitu setiap baris dan kolom hanya memiliki satu pasangan. Berdasarkan hasil alokasi tersebut, nilai yang diperoleh sebagai hasil penugasan optimal adalah 5, 6, 6 dan 6. Nilai-nilai tersebut merepresentasikan waktu pengantaran minimum untuk masing-masing pasangan kurir dan wilayah tujuan.

3.5. Hasil Setelah Optimasi

Setelah dilakukan proses optimasi pada setiap kelompok wilayah menggunakan metode *Hungarian* dan *Hungarian* termodifikasi, diperoleh hasil penugasan optimal untuk masing-masing kurir terhadap wilayah tujuan. Proses ini melibatkan penyusunan matriks biaya, pe-

nyeimbangan matriks, partisi matriks, serta penyelesaian setiap submatriks hingga diperoleh kombinasi penugasan yang memberikan total waktu minimum.

Hasil akhir dari proses optimasi tersebut berupa alokasi penugasan kurir ke wilayah tujuan beserta waktu pengantaran yang dihasilkan. Rekapitulasi hasil penugasan optimal tersebut disajikan pada **Tabel 11**.

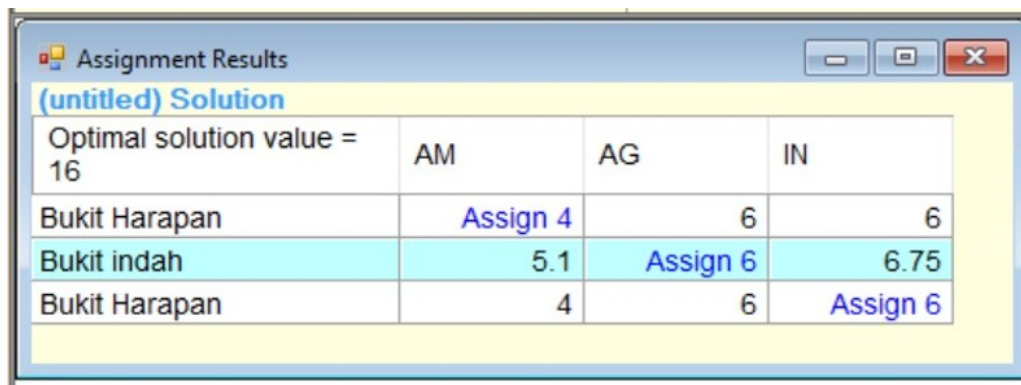
Tabel 11. Rata-rata waktu pengantaran per paket

Kurir	Pengantaran Barang	Waktu (menit)
AM	Bukit Harapan	4
IN	Bukit Harapan	6
AS	Bukit Harapan	7
AG	Bukit Indah	6
SN	Watang Soreang	7,2
WU	Ujung Baru	6
AF	Lakessi	6
AF	Ujung Lare	5
RN	Kampung Pisang	6
Total		41,80

Berdasarkan **Tabel 11**, diperoleh total rata-rata waktu pengantaran setelah optimasi sebesar 41,80 menit. Nilai ini lebih rendah dibandingkan kondisi awal, sehingga menunjukkan bahwa penerapan metode *Hungarian* mampu meningkatkan efisiensi waktu pengantaran.

3.6. Validasi Menggunakan POM-QM

Selanjutnya, aplikasi *POM-QM* digunakan untuk menguji hasil dari permasalahan penugasan di atas. Hasil pengujian menggunakan *POM-QM* dapat dilihat pada **Gambar 2**, **Gambar 3**, dan **Gambar 4**.



Optimal solution value =	AM	AG	IN
16			
Bukit Harapan	Assign 4	6	6
Bukit Indah	5.1	Assign 6	6.75
Bukit Harapan	4	6	Assign 6

Gambar 2. Hasil Alokasi Kurir Kelompok Wilayah 1

Berdasarkan hasil yang diperoleh, penerapan metode *Hungarian* dan penyesuaian pada permasalahan penugasan dalam penelitian ini terbukti efektif dalam mengoptimalkan alokasi kurir. Hal ini dapat diamati pada **Gambar 2–Gambar 4** yang masing-masing menunjukkan hasil penugasan optimal pada setiap kelompok wilayah. Pada **Gambar 2** ditunjukkan hasil penugasan untuk kelompok wilayah 1, pada **Gambar 3** untuk kelompok wilayah 2, dan pada **Gambar 4** untuk kelompok wilayah 3, di mana setiap gambar merepresentasikan kombinasi penugasan kurir dan wilayah yang menghasilkan waktu pengantaran minimum.

Metode *Hungarian* telah banyak digunakan dalam berbagai penelitian untuk menyelesaikan masalah penugasan karena mampu menghasilkan solusi optimal melalui prosedur yang

Assignment Results		
(untitled) Solution		
Optimal solution value = 14.2	AS	SN
Bukit Harapan	Assign 7	6
Watang Soreang	9	Assign 7.2

Gambar 3. Hasil Alokasi Kurir Kelompok Wilayah 2

Assignment Results				
(untitled) Solution				
Optimal solution value = 23	RN	WU	AF	AF
Ujung Baru	7.2	Assign 6	8	8
Lakessi	8	8.8	6	Assign 6
Kampung Pisang	Assign 6	7	8	8
Ujung lare	9	6	Assign 5	5

Gambar 4. Hasil Alokasi Kurir Kelompok Wilayah 3

sistematis dan efisien. Dalam penelitian ini, metode *Hungarian* diterapkan pada kondisi matriks tidak seimbang melalui proses penyesuaian matriks yang dikenal dengan sebutan metode *Hungarian* termodifikasi, sehingga mampu mencerminkan situasi operasional nyata pada sistem distribusi di PT. Shopee Express Soreang Kota Parepare Hub.

Hasil perhitungan manual menunjukkan nilai optimal yang konsisten dengan hasil validasi menggunakan perangkat lunak *POM-QM for Windows*. Konsistensi tersebut menunjukkan bahwa metode yang digunakan memiliki tingkat akurasi yang baik dan dapat diandalkan dalam meminimalkan total waktu pengantaran. Dengan demikian, model penugasan yang diterapkan dalam penelitian ini dapat menjadi alternatif solusi yang efektif dalam mendukung pengambilan keputusan operasional pada sistem distribusi kurir.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa penerapan metode *Hungarian* dan *Hungarian* termodifikasi pada model penugasan mampu mengoptimalkan waktu pengantaran barang pada PT. Shopee Express Soreang Kota Parepare Hub. Total rata-rata waktu pengantaran sebelum optimasi sebesar 53,45 menit berhasil ditekan menjadi 41,80 menit setelah dilakukan optimasi, sehingga terjadi efisiensi waktu sebesar 11,65 menit. Dalam penelitian ini, metode *Hungarian* digunakan untuk menyelesaikan masalah penugasan pada kondisi matriks seimbang, sedangkan pada kondisi matriks tidak seimbang diterapkan metode *Hungarian* termodifikasi melalui proses penyesuaian matriks sehingga tetap dapat menghasilkan solusi optimal.

Penerapan normalisasi waktu pelayanan per paket sebelum pembentukan matriks waktu pengantaran barang memberikan representasi beban kerja yang lebih proporsional antar ku-

rir. Hasil perhitungan manual yang konsisten dengan validasi menggunakan perangkat lunak *POM-QM for Windows* menunjukkan bahwa solusi yang diperoleh merupakan solusi optimal. Dengan demikian, metode *Hungarian* dan *Hungarian* termodifikasi efektif digunakan sebagai pendekatan matematis dalam meningkatkan efisiensi sistem penugasan kurir pada proses distribusi barang.

Kontribusi Penulis. Riskiani Riskiani: Konseptualisasi, metodologi, investigasi, kurasi data, analisis formal, penulisan–persiapan draf asli, visualisasi. Zulfiqar Busrah: Konseptualisasi, validasi, penulisan–tinjauan dan penyuntingan, supervisi.

Ucapan Terima Kasih. Penulis mengucapkan terima kasih kepada PT Shopee Express Soreang Kota Parepare Hub atas dukungan data penelitian serta kepada semua pihak yang telah memberikan masukan dalam penyusunan artikel ini. Kami sangat menghargai editor dan reviewer atas masukan serta dukungannya dalam menyempurnakan karya ini.

Pembiayaan. Penelitian ini tidak menerima pendanaan eksternal.

Konflik Kepentingan. Para penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan yang terkait dengan artikel ini.

Ketersediaan Data. Tidak tersedia.

Referensi

- [1] N. Lubis, A. Y. Harahap, and R. Tantawi, “Dampak Perkembangan Ekonomi Digital terhadap Pertumbuhan Sektor E-Commerce di Indonesia: Perspektif,” *J. Penelit. Ekon. Akunt.*, vol. 8, no. 2, pp. 348–359, 2024, doi: [10.33059/jensi.v8i2.10649](https://doi.org/10.33059/jensi.v8i2.10649).
- [2] R. A. Saputri and M. K. Pratiwi, “Pemanfaatan E-commerce Pada Pertumbuhan Ekonomi Digital Terhadap Usaha Mikro, Kecil, dan Menengah Di Daerah Gedong,” *J. Pendidik. Univers.*, vol. 1, no. 2, pp. 117–122, 2024. [Online]. Available: <https://journalwbl.com/index.php/jupensal/article/view/164>.
- [3] F. S. Nafsi and Y. B. Kusuma, “Penerapan Digital Marketing pada E-commerce dan Media Sosial dalam Upaya Peningkatan Penjualan Produk PT Behaestex,” *MUQADDIMAH J. Ekon. Manajemen, Akunt. dan Bisnis*, vol. 1, no. 3, pp. 156–166, 2023, doi: [10.59246/muqaddimah.v1i3.369](https://doi.org/10.59246/muqaddimah.v1i3.369).
- [4] J. Ramadhan and L. Tanti, “Pengoptimalan Penjadwalan Rute Pengiriman Barang dengan Algoritma Genetika pada Logistik Terpadu,” *J. Sist. Komput. dan Inform.*, vol. 7, no. 2, pp. 613–623, 2025, doi: [10.30865/json.v7i2.9169](https://doi.org/10.30865/json.v7i2.9169).
- [5] C. Marsello, N. Tri, R. Adiningrum, and D. Leonidas, “Analisis Penyebab Keterlambatan Pengiriman Barang pada Pos Express Menggunakan Metode Six Sigma,” *LOGISTIK*, vol. 16, no. 1, pp. 42–53, 2023, doi: [10.21009/logistik.v16i01.34614](https://doi.org/10.21009/logistik.v16i01.34614).
- [6] S. L. Hawani *et al.*, “Optimalisasi beban kerja dan penentuan urutan kerja dalam meningkatkan efisiensi sistem operasi,” *J. Ekon. Bisnis dan Manaj.*, vol. 5, no. 1, pp. 183–193, 2026, doi: [10.58268/eb.v5i1.264](https://doi.org/10.58268/eb.v5i1.264).
- [7] A. F. Sidabutar and R. Habibi, *Sistem Optimasi Penjadwalan dan Biaya Transportasi Pengiriman Barang*. Penerbit Buku Pedia, 2023. [Online]. Available: <https://books.google.co.id/books?id=CGzWEAAAQBAJ>.
- [8] H. W. Kuhn, “The Hungarian method for the assignment problem,” *Nav. Res. Logist. Q.*, vol. 2, no. 1–2, pp. 83–97, 1955, doi: [10.1002/nav.3800020109](https://doi.org/10.1002/nav.3800020109).
- [9] J. Munkres, “Algorithms for the assignment and transportation problems,” *J. Soc. Ind. Appl. Math.*, vol. 5, no. 1, pp. 32–38, 1957, doi: [10.1137/0105003](https://doi.org/10.1137/0105003).
- [10] F. Muhtarulloh and A. D. Novita, “Solusi Optimal Masalah Penugasan Menggunakan Metode Alternatif Hungarian,” *J. Sains Mat. dan Stat.*, vol. 8, no. 2, pp. 156–164, 2022, doi: [10.24014/jsms.v8i2.19188](https://doi.org/10.24014/jsms.v8i2.19188).
- [11] S. Puspasari and I. Fitria, “Optimasi Jumlah Barang Menggunakan Metode Pinalti dan Metode Hungarian,” *SPECTA J. Technol.*, vol. 6, no. 1, pp. 47–54, 2022, doi: [10.35718/specta.v6i1.693](https://doi.org/10.35718/specta.v6i1.693).
- [12] D. Ayu, R. Wulandari, A. Qurrota, and A. Ruhimat, “Pendampingan Otomasi Pengelolaan Alokasi Karyawan Pada UMKM Nanda Tailor,” *Ilmu Komput. Untuk Masy.*, vol. 4, no. 1, pp. 9–15, 2023, doi: [10.33096/ilkomas.v4i1.1257](https://doi.org/10.33096/ilkomas.v4i1.1257).
- [13] S. Basriati, E. Safitri, and A. Darman, “Penerapan Model Penugasan untuk Mengoptimalkan Waktu

- menggunakan Metode Hungarian,” *Semin. Nas. Teknol. Informasi, Komun. dan Ind.*, 2021. [Online]. Available: <https://ejournal.uin-suska.ac.id/index.php/SNTIKI/article/view/14472>.
- [14] J. Hardono, D. F. Hidayat, and A. G. Wicaksono, “Penjadwalan Ulang Penerbangan Pesawat Boeing 737-800NG PT. Lion Mentari Airlines dengan Metode Hungarian,” *J. Ind. Manuf.*, vol. 8, no. 1, pp. 51–62, 2023, doi: [10.31000/jim.v8i1.8084](https://doi.org/10.31000/jim.v8i1.8084).
- [15] R. Evipania, G. K. Gandhiadi, and W. Sumarjaya, “Optimalisasi Masalah Penugasan Tidak Seimbang Menggunakan Modified Hungarian Method,” *E-Jurnal Mat.*, vol. 10, no. 1, pp. 26–31, 2021, doi: [10.24843/MTK.2021.v10.i01.p316](https://doi.org/10.24843/MTK.2021.v10.i01.p316).
- [16] P. F. Selvi, B. Prihandono, and M. Pasaribu, “Optimalisasi Penugasan Tidak Seimbang Menggunakan Metode Modified Hungarian,” *Bul. Ilm. Mat. Stat. dan Ter.*, vol. 13, no. 1, pp. 9–16, 2024, doi: [10.26418/bbimst.v13i1.74046](https://doi.org/10.26418/bbimst.v13i1.74046).
- [17] N. Khairani, M. S. Nazahra, and K. Aqilah, “Analisis Persoalan Penugasan pada JNE Express untuk Minimasi Ongkos Kirim Antar Kota Menggunakan Metode Hungarian,” *Buana Mat. J. Ilm. Mat.*, vol. 15, no. 2, pp. 99–114, 2026, doi: [10.36456/buanamatematika.v15i2.10814](https://doi.org/10.36456/buanamatematika.v15i2.10814).
- [18] S. Mufidah, S. A. Farihati, and D. P. Rahayu, “Optimalisasi Penugasan Karyawan Menggunakan Metode Hungarian,” *Pros. Semin. Nas. Sains dan Teknol.*, vol. 1, no. 2, pp. 1–5, 2024. [Online]. Available: <https://conference.ut.ac.id/index.php/saintek/article/view/2479>.
- [19] E. Ardyan, Y. Boari, and A. Akhmad, *Metode Penelitian Kualitatif dan Kuantitatif*. PT Sonpedia Publishing Indonesia, 2023. [Online]. Available: <https://books.google.co.id/books?id=A8LmEAAAQBAJ>.
- [20] A. A. Priadi, *Penelitian Terapan Bidang Pelayaran dengan Metode Gap Analysis*. PIP Semarang, 2022. [Online]. Available: https://books.google.com/books?id=8rp_EAAAQBAJ.
- [21] A. Firdaus and Z. Busrah, “Application of Modified Ghadle-Munot Method in Applied Mathematics Learning,” *J. Tadris Mat.*, vol. 6, no. 1, pp. 65–77, 2025, doi: [10.47435/jtmt.v6i1.4139](https://doi.org/10.47435/jtmt.v6i1.4139).
- [22] J. Simatupang, “Teknik Penugasan Karyawan Vhida Ponsel dalam Penjualan Kartu Paket Internet Dengan Menggunakan Metode Hungarian,” *Bull. Inf. Technol.*, vol. 2, no. 1, pp. 1–12, 2021. [Online]. Available: <https://www.journal.fkpt.org/index.php/BIT/article/view/47>.
- [23] R. Megasa, B. Prihandono, and M. Pasaribu, “Penerapan Metode Modified Hungarian pada Permasalahan Penugasan Fuzzy,” *AKSIOMA J. Mat. dan Pendidik. Mat.*, vol. 15, no. 1, pp. 1–13, 2024, doi: [10.26877/aks.v15i1.17411](https://doi.org/10.26877/aks.v15i1.17411).