

Pemodelan Indeks Kerukunan Umat Beragama di Indonesia Menggunakan Regresi Nonparametrik Deret *Fourier* Berdasarkan Fungsi Basis Sinus dan Basis Cosinus

Yossy Candra, Andrea Tri Rian Dani, dan Wagimin



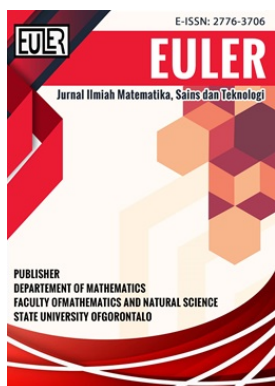
Volume 14, Issue 1, Pages 103–116, April 2026













Diterima 9 Februari 2026, Direvisi 10 April 2026, Disetujui 14 April 2026, Diterbitkan 18 April 2026

To Cite this Article : Y. Candra, A. T. R. Dani, dan W. Wagimin, “Pemodelan Indeks Kerukunan Umat Beragama di Indonesia Menggunakan Regresi Nonparametrik Deret *Fourier* Berdasarkan Fungsi Basis Sinus dan Basis Cosinus”, *Euler J. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.*, vol. 14, no. 1, pp. 103–116, 2026, <https://doi.org/10.37905/euler.v14i1.37721>

© 2026 by author(s)

JOURNAL INFO • EULER : JURNAL ILMIAH MATEMATIKA, SAINS DAN TEKNOLOGI

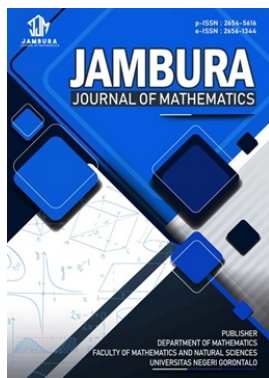


-  Homepage : <http://ejournal.ung.ac.id/index.php/euler/index>
-  Journal Abbreviation : Euler J. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.
-  Frequency : Three times a year
-  Publication Language : English (preferable), Indonesia
-  DOI : <https://doi.org/10.37905/euler>
-  Online ISSN : 2776-3706
-  License : Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License
-  Publisher : Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo
-  Country : Indonesia
-  OAI Address : <http://ejournal.ung.ac.id/index.php/euler/oai>
-  Google Scholar ID : QF_r_gAAAAJ
-  Email : euler@ung.ac.id

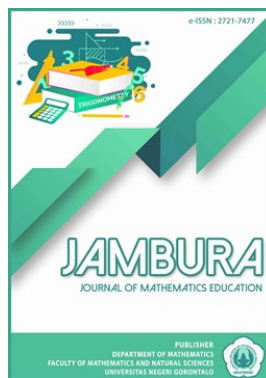
JAMBURA JOURNAL • FIND OUR OTHER JOURNALS



Jambura Journal of Biomathematics



Jambura Journal of Mathematics



Jambura Journal of Mathematics Education



Jambura Journal of Probability and Statistics

Pemodelan Indeks Kerukunan Umat Beragama di Indonesia Menggunakan Regresi Nonparametrik Deret *Fourier* Berdasarkan Fungsi Basis Sinus dan Basis Cosinus

Yossy Candra^{1,*}, Andrea Tri Rian Dani², Wagimin³

¹Sekretariat Jenderal Kementerian Agama Republik Indonesia, Jakarta 10710, Indonesia

²Program Studi Statistika, Universitas Mulawarman, Samarinda 75119, Indonesia

³Kantor Kementerian Agama Kabupaten Kutai Timur, Kementerian Agama Republik Indonesia, Kutai Timur 75683, Indonesia

ARTICLE HISTORY

Diterima 9 Februari 2026

Direvisi 10 April 2026

Disetujui 14 April 2026

Diterbitkan 18 April 2026

KATA KUNCI

Deret Fourier
Fungsi Basis Cosinus
Fungsi Basis Sinus
Indeks Kerukunan Umat Beragama
Regresi Nonparametrik

KEYWORDS

Cosine Basis Function
Fourier Series
Nonparametric Regression
Religious Harmony Index
Sinus Basis Function

ABSTRAK. Penelitian ini bertujuan menganalisis faktor-faktor yang diduga mempengaruhi Indeks Kerukunan Umat Beragama (IKUB) di seluruh provinsi Indonesia dan menentukan model prediksi terbaik. Variabel prediktor yang diduga mempengaruhi adalah jumlah organisasi keagamaan, penyuluh agama, satuan pendidikan, dan rumah ibadah. Analisis dilakukan menggunakan regresi nonparametrik deret *Fourier* dengan perbandingan fungsi basis cosinus dan sinus, serta evaluasi melalui MSE, RMSE, MAPE, GCV, UBR, dan R^2 . Hasil menunjukkan bahwa model fungsi basis cosinus 4 osilasi paling akurat, dengan MSE (2,27), RMSE (1,51), MAPE (1,47), GCV (6,56), UBR ($1,29 \times 10^{-10}$), dan R^2 (86,28%), dibandingkan model fungsi basis sinus. Model ini mampu merepresentasikan pola hubungan nonlinier yang kompleks dan variasi IKUB antarprovinsi secara fleksibel. Temuan ini menunjukkan adanya keterkaitan antara variabel penelitian dengan variasi nilai IKUB, sehingga dapat dimanfaatkan sebagai dasar memahami pola kerukunan dan mendukung analisis data untuk pertimbangan kebijakan. Hasil penelitian ini bersifat prediktif, namun lebih menekankan pada pengungkapan hubungan antar variabel yang mempengaruhi kerukunan umat beragama.

ABSTRACT. This study aims to analyze the factors suspected of influencing the Interfaith Harmony Index (IKUB) across all provinces in Indonesia and determine the best prediction model. The predictor variables suspected of influencing are the number of religious organizations, religious instructors, educational institutions, and houses of worship. The analysis was conducted using nonparametric Fourier series regression with a comparison of cosine and sine basis functions, and evaluation through MSE, RMSE, MAPE, GCV, UBR, and R^2 . The results show that the 4-oscillating cosine basis function model is the most accurate, with MSE (2.27), RMSE (1.51), MAPE (1.47), GCV (6.56), UBR (1.29×10^{-10}), and R^2 (86.28%), compared to the sine basis function model. This model is able to flexibly represent complex nonlinear relationship patterns and variations in IKUB between provinces. These findings demonstrate a relationship between the research variables and variations in IKUB values, thus providing a basis for understanding harmony patterns and supporting data analysis for policy considerations. While the research findings are predictive, they place greater emphasis on uncovering the relationships between variables that influence interfaith harmony.



This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License. **Editorial of EULER:** Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo, Jln. Prof. Dr. Ing. B. J. Habibie, Bone Bolango 96554, Indonesia.

1. Pendahuluan

Kerukunan umat beragama adalah elemen penting dalam menjaga keharmonisan sosial di masyarakat plural. Indonesia dengan keberagaman agama, memerlukan pendekatan inklusif untuk menciptakan kehidupan damai dan sejahtera [1]. Toleransi dan saling menghormati antarumat beragama menjadi kunci dalam menjaga keharmonisan [2]. Indeks Kerukunan Umat

*Penulis Korespondensi.

Beragama (IKUB), yang mengukur tingkat kerukunan antar umat beragama di tiap provinsi, sangat penting untuk dianalisis sebagai dasar untuk mengidentifikasi tantangan dan merancang kebijakan yang memperkuat kerukunan. Laporan IKUB 2024 yang dirilis oleh Kementerian Agama menunjukkan peningkatan skor kerukunan menjadi 76,47, dibandingkan 74,90 pada 2023 dan 74,84 pada 2022 [3]. Laporan tersebut juga mencatat tantangan dalam hubungan antar umat beragama di Indonesia.

Beberapa studi menyebutkan bahwa Forum Kerukunan Umat Beragama (FKUB) berperan penting dalam menerapkan nilai-nilai moderasi beragama, sehingga kehadirannya dapat memengaruhi tingkat kerukunan antarumat beragama di setiap provinsi [4]. Peningkatan literasi digital dan edukasi keagamaan melalui pendidikan formal dan penyuluh agama juga berkontribusi dalam membentuk sikap toleran dan kesadaran antarumat beragama, sehingga menjadi variabel penting untuk menganalisis IKUB [5]. Selain itu, rumah ibadah tidak hanya berfungsi sebagai tempat ibadah, tetapi juga sebagai pusat kegiatan sosial yang memperkuat interaksi dan kerjasama antarumat beragama, sehingga relevan sebagai variabel prediktor [6]. Aspek-aspek ini dijadikan dasar dalam pemilihan keempat variabel penelitian, yang dianalisis menggunakan metode regresi untuk memahami pengaruhnya terhadap IKUB antarprovinsi secara konseptual dan empiris.

Analisis regresi adalah metode statistik untuk menyelidiki hubungan antara variabel prediktor dan respon, serta untuk prediksi [7, 8]. Terdapat tiga pendekatan utama dalam analisis regresi yaitu parametrik, nonparametrik, dan semiparametrik [9]. Regresi parametrik memerlukan asumsi bentuk kurva yang sudah diketahui [10], sedangkan regresi nonparametrik lebih fleksibel karena tidak memerlukan asumsi tersebut, memungkinkan penyesuaian pada pola data yang kompleks [11]. Pendekatan semiparametrik menggabungkan elemen parametrik dan nonparametrik [12]. Pada praktiknya, regresi nonparametrik sering menjadi pilihan ketika bentuk hubungan tidak diketahui.

Regresi nonparametrik menawarkan fleksibilitas tinggi untuk menyesuaikan dengan pola lokal data tanpa asumsi bentuk kurva tertentu, sehingga lebih adaptif terhadap data dengan variasi dan kompleksitas tinggi yang sulit dijelaskan dengan model parametrik yang kaku [13]. Namun, untuk menentukan kurva regresi yang tepat, analisis visual seperti diagram sebaran pola data sangat diperlukan [14]. Estimator dalam regresi nonparametrik, seperti fungsi *Spline* [15], fungsi *Kernel* [16], dan deret *Fourier* [17], masing-masing efektif untuk pola data tertentu.

Pendekatan deret *Fourier* digunakan karena fleksibilitasnya dalam merepresentasikan pola hubungan nonlinier melalui fungsi basis sinus dan cosinus. Pendekatan ini relevan untuk data potong lintang (*cross-sectional data*) seperti IKUB antar provinsi karena kemampuannya dalam mendekati bentuk hubungan yang kompleks tanpa asumsi tertentu. Bilodeau mengembangkan penggunaan fungsi basis cosinus dalam model regresi [17], sementara pada penelitian fungsi basis sinus juga digunakan untuk menangkap variasi pola data [18]. Estimator deret *Fourier* terbukti efektif dalam memperkirakan kurva regresi nonparametrik pada berbagai karakteristik data [19].

Kebaruan penelitian ini terletak pada perbandingan peran fungsi basis cosinus dan sinus dalam model regresi nonparametrik berbasis deret *Fourier* pada data IKUB antarprovinsi. Penelitian ini mengkaji bagaimana kedua fungsi basis tersebut mempengaruhi kemampuan model dalam merepresentasikan pola hubungan nonlinier dan variasi data [19]. Kajian perbandingan kedua fungsi basis dalam konteks data sosial, khususnya IKUB, masih terbatas. Oleh karena itu, penelitian ini memberikan kontribusi baru dalam pemilihan fungsi basis yang paling sesuai untuk analisis data keagamaan. Pemilihan model terbaik menggunakan berbagai metode evaluasi, seperti Generalized Cross-Validation (*GCV*), Unbiased Risk (*UBR*), Koefisien Determi-

nasi (R^2), Mean Absolute Percentage Error (MAPE), Mean Squared Error (MSE), dan Root Mean Squared Error (RMSE), yang memastikan pemilihan model yang lebih akurat dan efektif [20].

Melalui pendekatan perbandingan ini, penelitian bertujuan mengembangkan metodologi regresi nonparametrik, khususnya deret *Fourier* untuk analisis data sosial keagamaan diantaranya IKUB. Deret *Fourier*, yang masih jarang diterapkan pada data keagamaan, memiliki potensi besar untuk memperkuat analisis secara lebih akurat dan adaptif. Hasil penelitian ini diharapkan memberikan kontribusi pada kajian sosial keagamaan di Indonesia dan rekomendasi kebijakan berbasis data untuk peningkatan IKUB.

2. Metode

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang dipublikasikan oleh Badan Pusat Statistik (BPS) dan Kementerian Agama (Pusat Data dan Teknologi Informasi) dalam Laporan Statistik Kementerian Agama 2025 mengenai Indeks Kerukunan Umat Beragama (IKUB) [3, 21, 22]. Data yang digunakan adalah data potong lintang (*cross-sectional data*) tahun 2024 yang mencakup 34 provinsi di Indonesia dan telah tersedia dalam keadaan lengkap tanpa memerlukan proses *pre-processing*.

Variabel-variabel yang diduga mempengaruhi IKUB berdasarkan studi penelitian [4–6], dengan rincian variabel yang disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Variabel penelitian

Variabel	Keterangan	Definisi Operasional
y	Indeks Kerukunan Umat Beragama	IKUB diukur melalui survei Kementerian Agama untuk menilai kerukunan antarumat beragama.
x_1	Jumlah Organisasi Keagamaan	Jumlah organisasi keagamaan yang meliputi Forum Kerukunan Umat Beragama (FKUB), Sekretariat Bersama (Sekber), dan Desa Sadar Kerukunan (DSK).
x_2	Jumlah Penyuluh Agama	Jumlah penyuluh agama ASN dan Non-ASN.
x_3	Jumlah Satuan Pendidikan	Jumlah satuan pendidikan yang mencakup madrasah, sekolah, dan universitas agama.
x_4	Jumlah Rumah Ibadah	Jumlah rumah ibadah yang terdaftar, seperti masjid, gereja, vihara, pura, kelenteng.

Analisis data dilakukan menggunakan regresi nonparametrik dengan membandingkan fungsi basis cosinus dan sinus. Pada tahap analisis regresi, variabel prediktor ditransformasikan ke dalam bentuk per kapita per 100.000 penduduk untuk mengurangi pengaruh perbedaan luas wilayah dan jumlah penduduk. Tahapan penelitian disusun sebagai berikut.

2.1. Regresi Nonparametrik

Regresi nonparametrik adalah metode regresi yang tidak terikat oleh asumsi bentuk kurva regresi tertentu. Pendekatan regresi nonparametrik digunakan untuk memecahkan pola data antara variabel respons dan variabel prediktor yang tidak membentuk pola tertentu [17]. Regresi nonparametrik memberikan fleksibilitas tinggi dalam memprediksi suatu model. Terdapat banyak metode yang dapat digunakan untuk memperkirakan fungsi regresi nonparametrik. Salah satu metode yang sering digunakan adalah deret *Fourier* [18].

2.2. Regresi Nonparametrik Deret *Fourier*

Pendekatan yang digunakan adalah deret *Fourier*, yang memanfaatkan fungsi basis cosinus dan sinus untuk merepresentasikan pola hubungan yang kompleks. Pendekatan ini dipilih karena kemampuannya dalam menangkap hubungan nonlinier yang kompleks tanpa asumsi

bentuk fungsi tertentu [18], yang sangat sesuai dengan karakteristik IKUB antarprovinsi yang memiliki variasi signifikan. Pada data potong lintang (*cross-sectional data*) seperti IKUB, deret *Fourier* memungkinkan model untuk menangkap variasi yang tidak terstruktur.

Pada penelitian, model regresi nonparametrik yang digunakan adalah multivariat tunggal dengan empat variabel prediktor. Model ini menggunakan 1 hingga 4 osilasi untuk mengontrol tingkat kompleksitas model [23]. Satu osilasi merepresentasikan pola hubungan yang lebih sederhana, sedangkan penambahan jumlah osilasi memungkinkan model menangkap variasi yang lebih detail pada perbedaan IKUB antarprovinsi, dengan tetap menjaga keseimbangan antara kecocokan model dan kompleksitas.

2.2.1. Regresi Nonparametrik Deret Fourier Fungsi Basis Cosinus

Bilodeau mempopulerkan fungsi basis cosinus untuk menggambarkan hubungan nonlinier karena simetri terhadap sumbu vertikal [17]. Pada regresi nonparametrik, fungsi basis cosinus digunakan untuk fungsi genap sehingga hanya fungsi basis cosinus yang berkontribusi, yang disebut deret cosinus Fourier [24]. Model umum regresi nonparametrik fungsi basis cosinus dituliskan pada pers. (1).

$$y_i = \gamma x_i + \frac{\beta_0}{2} + \sum_{q=1}^Q \beta_q \cos(qx_i) + \varepsilon_i; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad q = 1, 2, \dots, Q. \quad (1)$$

Model regresi nonparametrik fungsi basis cosinus untuk lebih dari satu variabel prediktor dituliskan pada pers. (2).

$$y_i = \frac{\beta_0}{2} + \sum_{p=1}^j \left(\gamma_p x_{pi} + \sum_{q=1}^Q \beta_{qp} \cos(qx_{pi}) \right) + \varepsilon_i; \quad (2)$$

$$p = 1, 2, \dots, j; \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad q = 1, 2, \dots, Q,$$

dengan

- y_i : variabel respon pada observasi ke- i , $i = 1, 2, \dots, n$,
- x_{pi} : variabel prediktor ke- p pada pengamatan ke- i , $i = 1, 2, \dots, n$,
- β_0 : konstanta parameter deret *Fourier*,
- γ_p : koefisien parameter deret *Fourier* pada variabel ke- p ,
- β_{qp} : koefisien parameter osilasi ke- q pada variabel prediktor ke- p ,
- $\cos(qx_{pi})$: fungsi basis cosinus deret *Fourier*,
- ε_i : error pada observasi ke- i , $i = 1, 2, \dots, n$.

Model regresi nonparametrik deret *Fourier* fungsi basis cosinus untuk lebih dari satu variabel prediktor ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & x_{11} & \cos(x_{11}) & \cdots & \cos(Qx_{11}) & \cdots & x_{p1} & \cos(x_{p1}) & \cdots & \cos(Qx_{p1}) \\ \frac{1}{2} & x_{12} & \cos(x_{12}) & \cdots & \cos(Qx_{12}) & \cdots & x_{p2} & \cos(x_{p2}) & \cdots & \cos(Qx_{p2}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{2} & x_{1n} & \cos(x_{1n}) & \cdots & \cos(Qx_{1n}) & \cdots & x_{pn} & \cos(x_{pn}) & \cdots & \cos(Qx_{pn}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \gamma_1 \\ \beta_{11} \\ \vdots \\ \beta_{Q1} \\ \gamma_p \\ \beta_{1p} \\ \vdots \\ \beta_{Qp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}, \tag{3}$$

disederhanakan menjadi:

$$\vec{y} = Z\vec{\beta} + \vec{\varepsilon}. \tag{4}$$

2.2.2. Regresi Nonparametrik Deret Fourier Fungsi Basis Sinus

Fungsi basis sinus dalam regresi nonparametrik deret *Fourier* digunakan untuk menangkap pola hubungan nonlinier dengan simetri ganjil $f(x) = -f(-x)$. Jika fungsi adalah ganjil, koefisien cosinus menjadi nol, dan hanya fungsi basis sinus yang berkontribusi pada deret *Fourier* yang disebut deret sinus Fourier [24]. Model umum regresi nonparametrik fungsi basis sinus dituliskan pada pers. (5) [25].

$$y_i = \gamma x_i + \frac{\beta_0}{2} + \sum_{q=1}^Q \beta_q \sin(qx_i) + \varepsilon_i; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad q = 1, 2, \dots, Q. \tag{5}$$

Model regresi nonparametrik fungsi basis sinus untuk lebih dari satu variabel prediktor dituliskan pada pers. (6).

$$y_i = \frac{\beta_0}{2} + \sum_{p=1}^j \left(\gamma_p x_{pi} + \sum_{q=1}^Q \beta_{qp} \sin(qx_{pi}) \right) + \varepsilon_i; \tag{6}$$

$$p = 1, 2, \dots, j; \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad q = 1, 2, \dots, Q,$$

dengan $\sin(qx_{pi})$ merupakan fungsi basis sinus deret *Fourier*.

Model regresi nonparametrik deret *Fourier* fungsi basis sinus untuk lebih dari satu variabel prediktor ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & x_{11} & \sin(x_{11}) & \cdots & \sin(Qx_{11}) & \cdots & x_{p1} & \sin(x_{p1}) & \cdots & \sin(Qx_{p1}) \\ \frac{1}{2} & x_{12} & \sin(x_{12}) & \cdots & \sin(Qx_{12}) & \cdots & x_{p2} & \sin(x_{p2}) & \cdots & \sin(Qx_{p2}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{2} & x_{1n} & \sin(x_{1n}) & \cdots & \sin(Qx_{1n}) & \cdots & x_{pn} & \sin(x_{pn}) & \cdots & \sin(Qx_{pn}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \gamma_1 \\ \beta_{11} \\ \vdots \\ \beta_{Q1} \\ \gamma_p \\ \beta_{1p} \\ \vdots \\ \beta_{Qp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Matriks pada Persamaan pers. (7) disederhanakan menjadi Persamaan pers. (4). Meskipun fungsi basis sinus dan cosinus diestimasi secara terpisah, keduanya menggunakan bentuk notasi matematis yang sama karena keduanya terkandung dalam matriks Z . Hal ini memungkinkan regresi nonparametrik deret *Fourier* untuk lebih fleksibel dalam menyesuaikan pola data yang kompleks.

2.3. Estimator Parameter Deret Fourier

Parameter $\vec{\beta}$ pada fungsi basis cosinus dan sinus dalam Persamaan pers. (2) dan pers. (6) diestimasi menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Error pada pers. (2) dan pers. (6) dapat dijelaskan sebagai berikut [23].

- Error pada model fungsi basis cosinus:

$$\varepsilon_i = y_i - \left[\frac{\beta_0}{2} + \sum_{p=1}^j \left(\gamma_p x_{pi} + \sum_{q=1}^Q \beta_{qp} \cos(qx_{pi}) \right) \right]. \tag{8}$$

- Error pada model fungsi basis sinus:

$$\varepsilon_i = y_i - \left[\frac{\beta_0}{2} + \sum_{p=1}^j \left(\gamma_p x_{pi} + \sum_{q=1}^Q \beta_{qp} \sin(qx_{pi}) \right) \right]. \tag{9}$$

Kedua bentuk error tersebut dapat dituliskan secara umum dalam bentuk matriks sebagai berikut.

$$\vec{\varepsilon} = \vec{y} - Z\vec{\beta}, \tag{10}$$

dengan Z adalah matriks desain (berisi fungsi basis sinus dan cosinus). Selanjutnya, total kuadrat error dapat dihitung sebagai berikut.

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \vec{\varepsilon}^T \vec{\varepsilon} = (\vec{y} - Z\vec{\beta})^T (\vec{y} - Z\vec{\beta}). \tag{11}$$

Metode OLS memperoleh estimator $\vec{\beta}$ dengan menyelesaikan masalah optimasi sebagai berikut.

$$\min\{Q(\vec{\beta})\} = \min \left\{ (\vec{y} - Z\vec{\beta})^T (\vec{y} - Z\vec{\beta}) \right\}. \tag{12}$$

Untuk menyelesaikan optimasi pada pers. (12) dapat menggunakan turunan parsial. Bentuk kuadrat $Q(\vec{\beta})$ dapat diuraikan menjadi:

$$Q(\vec{\beta}) = \vec{y}^T \vec{y} - 2\vec{\beta}^T Z^T \vec{y} + \vec{\beta}^T Z^T Z \vec{\beta}. \tag{13}$$

Kemudian pers. (13) diturunkan terhadap vektor $\vec{\beta}$ dan disamadengankan nol sehingga diperoleh

$$\hat{\vec{\beta}} = (Z^T Z)^{-1} Z^T \vec{y}, \tag{14}$$

sehingga estimasi kurva regresi $\hat{f}(x_i)$ diperoleh

$$\hat{f}(x_i) = Z\hat{\vec{\beta}} = Z [(Z^T Z)^{-1} Z^T \vec{y}] = D(Q)\vec{y}. \tag{15}$$

Dengan demikian, diperoleh estimasi kurva regresi berbasis deret *Fourier*, di mana bentuk matriks Z akan berbeda tergantung pada penggunaan fungsi basis sinus dan cosinus.

2.4. Kriteria Keباikan Model

Tujuan utama pemodelan statistika adalah memperoleh model terbaik. Penelitian ini mengevaluasi keباikan model regresi nonparametrik deret *Fourier* menggunakan berbagai kriteria, yang dapat dilihat pada ukuran-ukuran berikut:

2.4.1. Mean Square Error (MSE) dan Root Mean Square Error (RMSE)

MSE mengukur kuadrat selisih antara prediksi dan aktual, sedangkan RMSE adalah akar kuadrat MSE. Formula MSE dan RMSE pada Persamaan pers. (16) dan pers. (17) [7].

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2, \quad (16)$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\text{MSE}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}. \quad (17)$$

2.4.2. Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

MAPE mengukur kesalahan relatif rata-rata dalam persentase, dengan formula pada pers. (18) [25].

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \times 100. \quad (18)$$

2.4.3. Generalized Cross-Validation (GCV)

Metode GCV digunakan untuk memilih jumlah osilasi optimal, dihitung untuk 1, 2, 3, dan 4 osilasi [23]. Formula GCV pada dinyatakan pada pers. (19) [7].

$$\text{GCV}(Q_{\text{opt}}) = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\left(\frac{1}{n} \text{trace}[I - D(Q)]\right)^2}. \quad (19)$$

2.4.4. Unbiased Risk (UBR)

Metode UBR mengevaluasi estimator berdasarkan risiko dan bias, digunakan untuk memilih jumlah osilasi optimal dengan nilai UBR terkecil. Formula UBR pada pers. (20) dan pers. (21) [8].

$$U(W) = \frac{1}{n} (\|(I - D(Q))\bar{y}\|^2) + \frac{\hat{\sigma}^2}{n} \text{trace}[I - D(Q)]^2 + \frac{\hat{\sigma}^2}{n} \text{trace}[D(Q)]^2, \quad (20)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\|(I - D(Q))\bar{y}\|^2}{\text{trace}[I - D(Q)]^2}. \quad (21)$$

2.4.5. Koefisien Determinasi (R^2)

R^2 mengukur proporsi variasi nilai aktual yang dijelaskan oleh model, dengan nilai antara 0–1. Semakin tinggi R^2 , semakin baik model dalam menjelaskan variasi data. Formula R^2 pada pers. (22) [23].

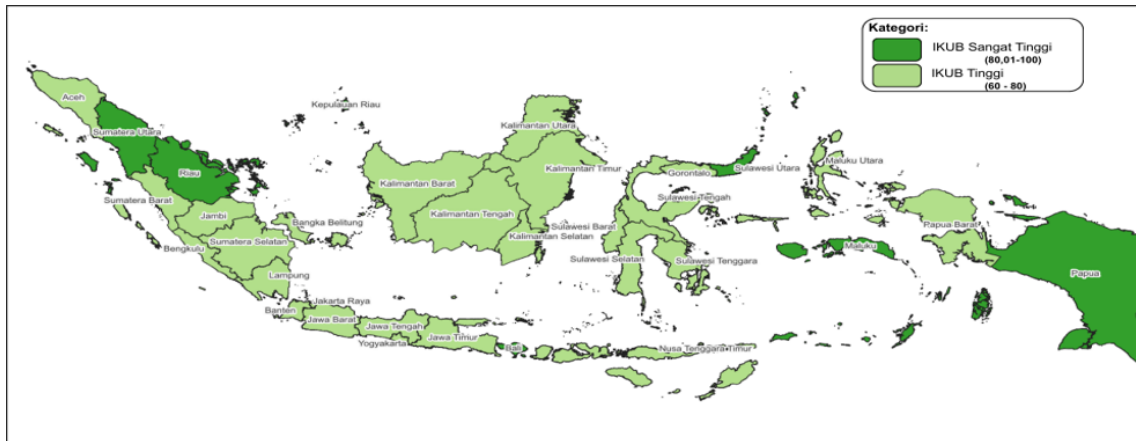
$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad (22)$$

dengan n sebagai banyak observasi, y_i sebagai nilai aktual, \hat{y}_i sebagai nilai prediksi model, \bar{y} sebagai rata-rata dari nilai aktual, trace sebagai jumlah elemen diagonal matriks, I sebagai matriks identitas, $D(Q)$ sebagai matriks untuk menaksir estimator, dan $\hat{\sigma}^2$ sebagai estimasi varians.

3. Hasil dan Pembahasan

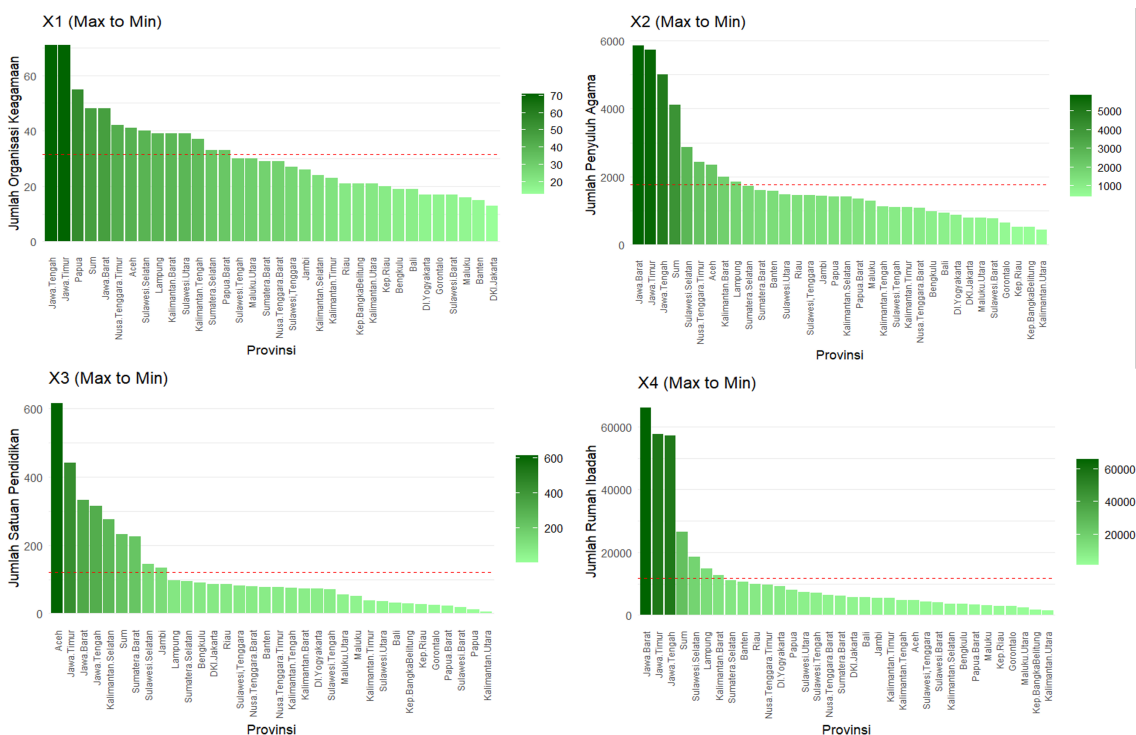
3.1. Eksplorasi Data

Eksplorasi data merupakan tahap awal analisis untuk memperoleh gambaran umum data. Pada penelitian ini, eksplorasi dilakukan melalui *spatial mapping* untuk variabel respon (**Gambar 1**), diagram batang untuk variabel prediktor (**Gambar 2**), dan *scatter plot* untuk melihat hubungan antarvariabel (**Gambar 3**).



Gambar 1. Spatial mapping variabel IKUB

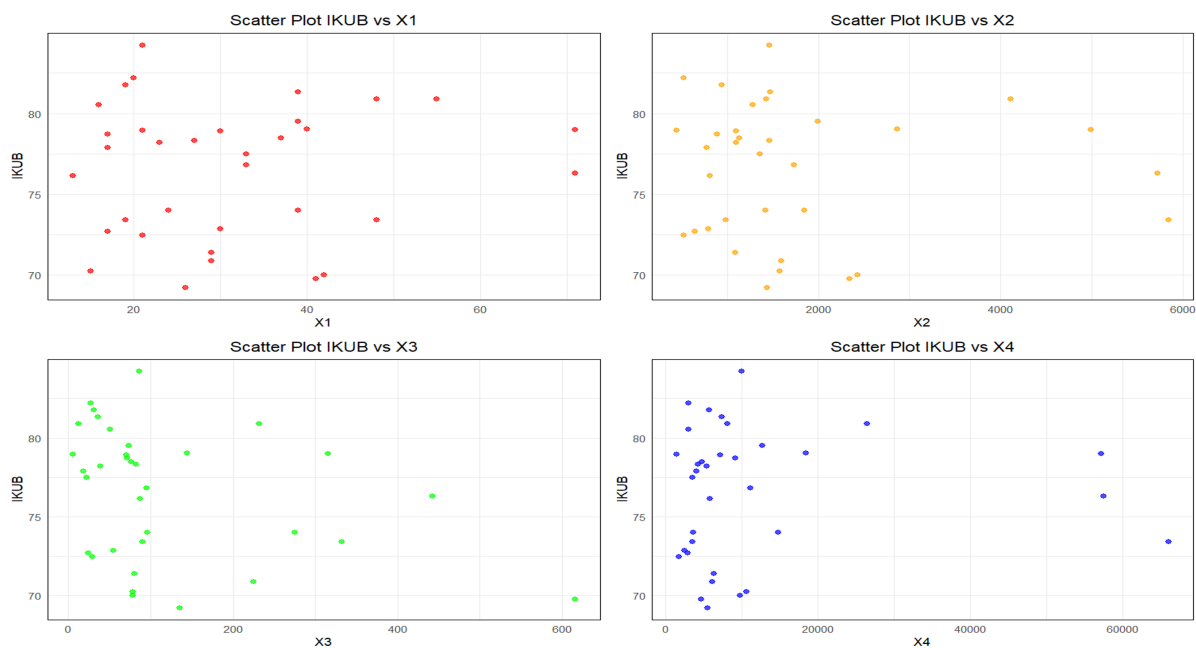
IKUB dikategorikan menjadi sangat rendah (0–20), rendah (20,01–40), sedang (40,01–60), tinggi (60,01–80), dan sangat tinggi (80,01–100) [3]. Berdasarkan **Gambar 1**, terdapat tujuh provinsi yang berada pada kategori sangat tinggi, yaitu Sumatera Utara, Sumatera Barat, Kepulauan Riau, Bali, Sulawesi Utara, Maluku, dan Papua, sedangkan provinsi lainnya berada pada kategori tinggi. Tidak ditemukan provinsi pada kategori sangat rendah, rendah, maupun sedang. Hal ini menunjukkan bahwa secara umum tingkat kerukunan umat beragama di Indonesia tergolong baik, meskipun masih terdapat variasi antarprovinsi.



Gambar 2. Diagram batang untuk variabel prediktor dengan nilai batas rata-rata

Berdasarkan **Gambar 2**, provinsi di Pulau Jawa mendominasi pada keempat variabel prediktor, yang mencerminkan tingginya ketersediaan infrastruktur dan layanan keagamaan di wilayah tersebut. Aceh memiliki jumlah satuan pendidikan tertinggi, sedangkan Kalimantan Utara memiliki nilai terendah pada beberapa variabel, yaitu jumlah penyuluh agama, satuan pendidikan, dan rumah ibadah. Hal ini menunjukkan adanya perbedaan distribusi sumber daya keagamaan antarwilayah.

Kemudian, hubungan antara IKUB dan setiap variabel prediktor dapat dianalisis melalui *scatter plot*. Hasil dari *scatter plot* yang menunjukkan hubungan antara IKUB dan variabel prediktor ditampilkan pada **Gambar 3**.



Gambar 3. Scatterplot IKUB terhadap variabel prediktor

Berdasarkan **Gambar 3**, *scatter plot* menunjukkan bahwa hubungan antara IKUB dan keempat variabel prediktor tidak membentuk pola yang jelas. Temuan ini mengindikasikan bahwa pendekatan regresi parametrik kurang sesuai, sehingga regresi nonparametrik dipilih sebagai alternatif yang lebih tepat.

Hasil eksplorasi melalui *spatial mapping* dan diagram batang juga memperlihatkan adanya variasi nilai IKUB antarprovinsi. Sementara itu, ketidakjelasan pola pada *scatter plot* semakin menegaskan bahwa hubungan antara variabel prediktor dan IKUB bersifat nonlinier. Oleh karena itu, digunakan regresi nonparametrik deret *Fourier* yang mampu memodelkan hubungan tersebut secara fleksibel, dengan variasi 1 hingga 4 osilasi untuk mengevaluasi tingkat kompleksitas model.

3.2. Pemodelan Regresi Nonparametrik Deret *Fourier* Fungsi Basis Cosinus

Pada regresi nonparametrik deret *Fourier*, fungsi basis cosinus dianalisis dengan jumlah osilasi (q) dari 1 hingga 4. Parameter model diestimasi menggunakan metode OLS (pers. (7)–pers. (14)) dan dievaluasi berdasarkan MSE, RMSE, MAPE, GCV, UBR, serta R^2 (pers. (16)–pers. (22)). Hasil evaluasi tersebut disajikan pada **Tabel 2** untuk menentukan model terbaik.

Berdasarkan **Tabel 2**, model regresi nonparametrik deret *Fourier* dengan 4 osilasi menunjukkan hasil terbaik, dengan MSE (2,27), RMSE (1,51), MAPE (1,47), GCV (6,56), dan R^2 (86,28%), kecuali pada kriteria UBR ($1,29 \times 10^{-10}$). Meskipun nilai UBR tidak optimum,

Tabel 2. Nilai Evaluasi Model Fungsi Basis Cosinus Berdasarkan Jumlah Osilasi

Evaluasi Model	1 Osilasi	2 Osilasi	3 Osilasi	4 Osilasi
MSE	7,56	6,89	5,54	2,27
RMSE	2,75	2,63	2,35	1,51
MAPE	2,98	2,92	2,59	1,47
GCV	136,63	55,33	25,04	6,56
UBR	$2,07 \times 10^{-12}$	$1,63 \times 10^{-11}$	$6,33 \times 10^{-12}$	$1,29 \times 10^{-10}$
R^2	54,23%	58,29%	66,45%	86,28%

model ini tetap terbaik karena menunjukkan kesesuaian tertinggi dengan pola variasi IKUB antarprovinsi. Sehingga model deret *Fourier* fungsi basis cosinus 4 osilasi yang dapat dibentuk adalah:

$$\begin{aligned} \hat{y}_i = & 111,14 - 21,49x_{1i} - 31,33 \cos(x_{1i}) + 2,69 \cos(2x_{1i}) - 4,13 \cos(3x_{1i}) + 0,11 \cos(4x_{1i}) \\ & - 0,18x_{2i} - 2,73 \cos(x_{2i}) + 0,53 \cos(2x_{2i}) + 0,87 \cos(3x_{2i}) + 1,21 \cos(4x_{2i}) + 0,05x_{3i} \\ & - 2,19 \cos(x_{3i}) + 2,53 \cos(2x_{3i}) - 4,27 \cos(3x_{3i}) + 3,62 \cos(4x_{3i}) + 0,04x_{4i} \\ & + 1,74 \cos(x_{4i}) - 0,26 \cos(2x_{4i}) + 4,14 \cos(3x_{4i}) - 0,68 \cos(4x_{4i}). \end{aligned} \tag{23}$$

3.3. Pemodelan Regresi Nonparametrik Deret *Fourier* Fungsi Basis Sinus

Pemodelan regresi nonparametrik deret *Fourier* untuk fungsi basis sinus dianalisis seperti pada fungsi basis cosinus, dengan hasil evaluasi disajikan pada **Tabel 3**.

Tabel 3. Nilai Evaluasi Model Fungsi Basis Sinus Berdasarkan Jumlah Osilasi

Evaluasi Model	1 Osilasi	2 Osilasi	3 Osilasi	4 Osilasi
MSE	11,02	9,24	7,36	4,49
RMSE	3,32	3,04	2,71	2,12
MAPE	3,23	2,95	2,63	2,37
GCV	198,98	74,21	33,24	12,99
UBR	$1,04 \times 10^{-12}$	$7,18 \times 10^{-12}$	$1,69 \times 10^{-12}$	$6,64 \times 10^{-12}$
R^2	33,34%	44,07%	55,46%	72,81%

Berdasarkan **Tabel 3**, model regresi nonparametrik deret *Fourier* dengan osilasi 4 menunjukkan hasil terbaik, dengan MSE (4,49), RMSE (2,12), MAPE (2,37), GCV (12,99), dan R^2 (72,81%), kecuali pada kriteria UBR ($6,64 \times 10^{-12}$). Meskipun nilai UBR tidak optimum, model ini tetap dianggap terbaik karena menunjukkan kesesuaian tertinggi dengan pola variasi IKUB antarprovinsi. Sehingga model deret *Fourier* fungsi basis sinus 4 osilasi yang dapat dibentuk adalah:

$$\begin{aligned} \hat{y}_i = & 66,10 + 5,33x_{1i} + 1,75 \sin(x_{1i}) + 3,33 \sin(2x_{1i}) - 0,45 \sin(3x_{1i}) + 5,39 \sin(4x_{1i}) \\ & - 0,16x_{2i} - 0,09 \sin(x_{2i}) - 1,16 \sin(2x_{2i}) - 2,53 \sin(3x_{2i}) - 3,02 \sin(4x_{2i}) - 0,43x_{3i} \\ & + 0,75 \sin(x_{3i}) - 1,12 \sin(2x_{3i}) + 4,12 \sin(3x_{3i}) - 2,09 \sin(4x_{3i}) + 0,06x_{4i} \\ & + 0,84 \sin(x_{4i}) + 1,21 \sin(2x_{4i}) + 1,45 \sin(3x_{4i}) + 1,85 \sin(4x_{4i}). \end{aligned}$$

3.4. Pemilihan Model Terbaik: Perbandingan Fungsi Basis Cosinus dan Sinus

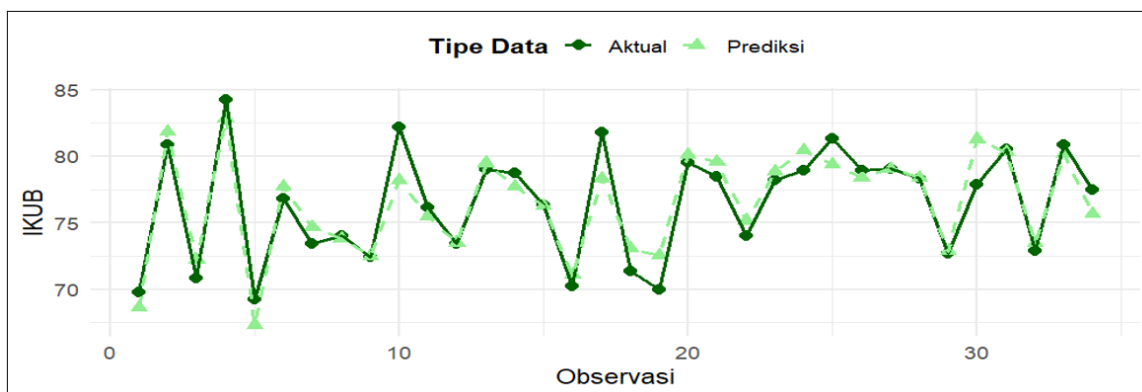
Pada tahap ini, dilakukan perbandingan antara fungsi basis cosinus dan sinus dengan 4 osilasi, karena masing-masing menunjukkan performa terbaik pada fungsi basisnya. Hasil evaluasi disajikan pada **Tabel 4** untuk menentukan model regresi nonparametrik terbaik.

Tabel 4. Evaluasi Model Fungsi Basis Cosinus dan Sinus 4 Osilasi

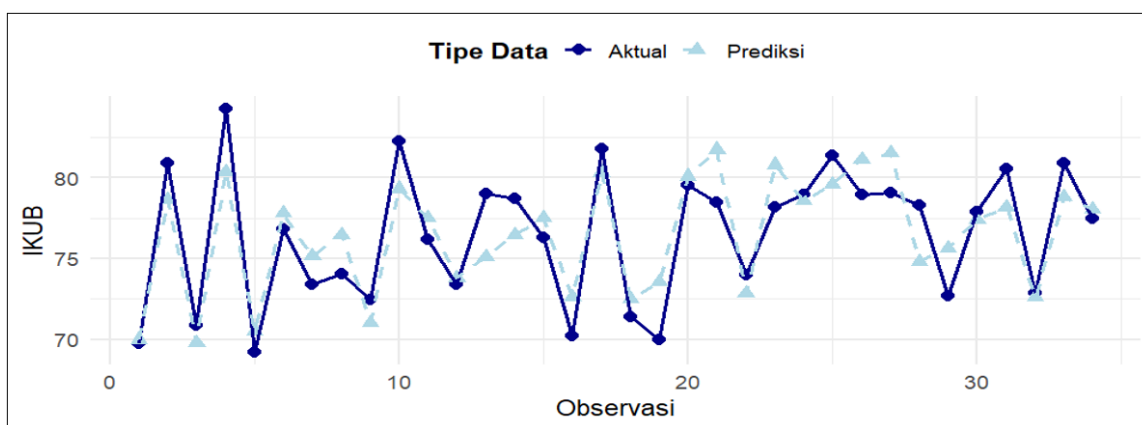
Evaluasi Model	Fungsi Basis Cosinus	Fungsi Basis Sinus
MSE	2,27	4,49
RMSE	1,51	2,12
MAPE	1,47	2,37
GCV	6,56	12,99
UBR	$1,29 \times 10^{-10}$	$6,64 \times 10^{-12}$
R^2	86,28%	72,81%

Berdasarkan **Tabel 4**, model fungsi basis cosinus menunjukkan nilai MSE, RMSE, MAPE, GCV, dan R^2 yang lebih baik dibanding fungsi basis sinus, sehingga secara keseluruhan lebih efektif dalam merepresentasikan variasi IKUB antarprovinsi. Walaupun UBR lebih optimum pada model sinus, keunggulan cosinus dalam menurunkan kesalahan prediksi dan meningkatkan kecocokan dengan data menjadikannya model terbaik untuk menangkap perbedaan tingkat kerukunan. Model terbaik ini dirumuskan pada **pers. (23)**.

Visualisasi hasil estimasi model deret *Fourier* dengan fungsi basis cosinus dan sinus terbaik (4 osilasi) dibandingkan dengan data aktual ditampilkan pada **Gambar 4**.



(a) Fungsi basis cosinus 4 osilasi

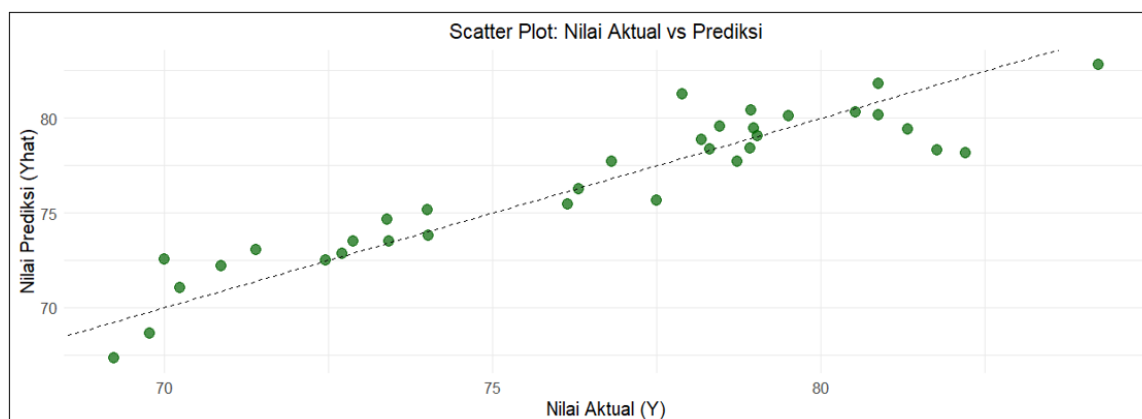


(b) Fungsi basis sinus 4 osilasi

Gambar 4. Visualisasi diagram garis perbandingan data aktual dan data prediksi model diuji

Berdasarkan hasil analisis, model regresi deret Fourier fungsi basis cosinus dengan 4 osilasi menunjukkan performa terbaik di antara model yang diuji. Model ini paling efektif dalam merepresentasikan variasi IKUB antarprovinsi dan menggambarkan perbedaan tingkat kerukunan dengan jelas.

Selanjutnya, dilakukan visualisasi *scatter plot* antara data aktual dan prediksi pada model terbaik yang diuji. Hal ini memberikan gambaran yang lebih mendalam mengenai kecocokan antara prediksi model dan nilai aktual yang ditampilkan pada **Gambar 5**.



Gambar 5. Visualisasi *scatter plot* data aktual dan data prediksi model terbaik

Berdasarkan **Gambar 5**, hubungan positif antara nilai aktual dan prediksi menunjukkan bahwa model regresi dengan fungsi basis cosinus 4 osilasi efektif dalam memprediksi nilai yang mendekati nilai aktual. Sebagian besar titik berada dekat dengan garis referensi, dan nilai R^2 sebesar 86,28% menunjukkan bahwa model mampu menjelaskan sebagian besar variasi data. Hal ini menandakan keakuratan model dalam memprediksi IKUB antarprovinsi. Hasil ini memberikan dasar untuk memahami pola kerukunan dan mendukung analisis data sebagai pertimbangan kebijakan.

4. Kesimpulan

Berdasarkan analisis, model regresi nonparametrik deret Fourier dengan fungsi basis cosinus 4 osilasi terpilih sebagai model terbaik untuk memprediksi IKUB, dengan nilai MSE (2,27), RMSE (1,51), MAPE (1,47), GCV (6,56), UBR ($1,29 \times 10^{-10}$), dan R^2 (86,28%). Model ini mampu merepresentasikan variasi antarprovinsi dan menggambarkan perbedaan tingkat kerukunan dengan jelas, sehingga memberikan dasar yang kuat untuk memahami pola kerukunan. Variasi faktor seperti organisasi keagamaan, penyuluh agama, satuan pendidikan, dan rumah ibadah berkaitan dengan perbedaan nilai IKUB antarprovinsi.

Penelitian ini memiliki keterbatasan karena hanya menggunakan data satu titik waktu, tidak menguji kausalitas, dan belum divalidasi di luar sampel, sementara kesesuaian metode Fourier masih perlu konfirmasi lebih lanjut. Penelitian selanjutnya dapat membandingkan metode Fourier dengan spline atau kernel, menggunakan data panel atau deret waktu, serta mempertimbangkan faktor sosial dan demografi yang memengaruhi kerukunan.

Kontribusi Penulis. Yossy Candra: Konseptualisasi, Metodologi, Analisis Formal, Penulisan Draft, Perangkat Lunak, Visualisasi. Andrea Tri Rian Dani: Metodologi, Perangkat Lunak, Validasi, Supervisi. Wagimin: Validasi, Supervisi. Semua penulis telah membaca dan menyetujui versi manuskrip yang diterbitkan.

Ucapan Terima Kasih. Terima kasih kepada Kementerian Agama Republik Indonesia yang telah memfasilitasi dan mendukung penelitian ini, serta memberikan waktu untuk penyelesaiannya.

Pembiayaan. Penelitian ini tidak menerima pendanaan eksternal.

Konflik Kepentingan. Penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan yang terkait dengan artikel ini.

Ketersediaan Data. Seluruh data bersumber dari Badan Pusat Statistik (BPS), Laporan Statistik Kementerian Agama Tahun 2024 dan Laporan Indeks Kerukunan Umat Beragama 2024 oleh Kementerian Agama.

Referensi

- [1] A. M. J. Dewata, G. P. Bagaskara, D. Muttaqin, A. M. Salam, A. R. Fauzan, U. Khasanah, and Sadari, "Kerukunan Umat Beragama Sebagai Wujud Implementasi Toleransi," *Journal of Islamic Studies Review*, vol. 5, no. 1, pp. 1–10, 2025, doi: [10.63195/moderation.v5i1.123](https://doi.org/10.63195/moderation.v5i1.123).
- [2] Sukandarman and A. R. Sofa, "Harmoni dalam Keberagaman: Toleransi dan Kerukunan Antar Umat Beragama Berdasarkan Al-Qur'an dan Hadits," *Jurnal Pendidikan dan Ilmu Bahasa*, vol. 2, no. 4, pp. 128–144, 2024, doi: [10.59059/perspektif.v2i4.1870](https://doi.org/10.59059/perspektif.v2i4.1870).
- [3] Kementerian Agama Republik Indonesia, *Indeks Kerukunan Umat Beragama (KUB) Tahun 2024*, Kementerian Agama RI, 2024.
- [4] D. M. Hasanah and M. Shohib, "Implementasi Nilai-Nilai Pendidikan Moderasi Beragama Melalui Peran Forum Kerukunan Umat Beragama (FKUB) Kabupaten Gresik," *Jurnal Ilmiah Penelitian Mahasiswa*, vol. 4, no. 1, pp. 801–812, 2025, doi: [10.61722/jipm.v4i1.1997](https://doi.org/10.61722/jipm.v4i1.1997).
- [5] Amrin, M. Fitriyah, and J. S. Manurung, "Memperkuat Harmonisasi dan Kerukunan Umat Beragama: Kunci untuk Pembangunan Sosial yang Berkelanjutan," *Jurnal Pemuda Indonesia*, vol. 1, no. 1, pp. 1–8, 2024, doi: [10.65125/zhz7sw71](https://doi.org/10.65125/zhz7sw71).
- [6] D. Istiawan, A. G. Santoso, Rosidin, and I. S. Windiarti, "Religious Harmony Index in Special Region of Yogyakarta," *Jurnal Studi Islam*, vol. 24, no. 2, pp. 171–186, 2023, doi: [10.23917/profetika.v24i02.1900](https://doi.org/10.23917/profetika.v24i02.1900).
- [7] R. D. Fadlirhohim, Sifriyani, and A. T. R. Dani, "Modeling Stunting Prevalence in Indonesia Using Spline Truncated Semiparametric Regression," *Journal of Mathematics and Its Applications*, vol. 18, no. 3, pp. 2015–2028, 2024, doi: [10.30598/barekengvol18iss3pp2015-2026](https://doi.org/10.30598/barekengvol18iss3pp2015-2026).
- [8] D. A. Kurnia, D. A. Nohe, and A. T. R. Dani, "Metode Unbiased Risk Diterapkan untuk Pemilihan Osilasi Optimal dalam Regresi Nonparametrik Menggunakan Pendekatan Deret Fourier," *Jurnal Gaussian*, vol. 14, no. 1, pp. 139–148, 2025, doi: [10.14710/j.gauss.14.1.139-148](https://doi.org/10.14710/j.gauss.14.1.139-148).
- [9] E. Yavuz and M. Sahin, "Investigation on Parametric, Non-Parametric and Semiparametric Methods in Regression Analysis," *Journal of Science*, vol. 26, no. 6, pp. 1111–1116, 2022, doi: [10.16984/saufenbilder.1147135](https://doi.org/10.16984/saufenbilder.1147135).
- [10] A. T. R. Dani and L. Ni'matuzzahroh, "Penerapan Keluarga Model Spline Truncated Polinomial pada Regresi Nonparametrik Inferensia," *Journal Inferensi*, vol. 5, no. 1, 2022, doi: [10.12962/j27213862.v5i1.12537](https://doi.org/10.12962/j27213862.v5i1.12537).
- [11] I. N. Budiantara, *Regresi Nonparametrik Spline Truncated*, Surabaya: ITS Press, 2019.
- [12] A. T. R. Dani and N. Y. Adrianingsih, "Estimasi Model Regresi Semiparametrik Spline Truncated Menggunakan Metode Maximum Likelihood Estimation (MLE)," *Jambura Journal of Probability and Statistics*, vol. 2, no. 2, pp. 56–63, 2021, doi: [10.34312/jjps.v2i2.10255](https://doi.org/10.34312/jjps.v2i2.10255).
- [13] R. L. Eubank, *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*, 2nd ed., New York: Marcel Dekker, 1999.
- [14] W. Härdle, *Applied Nonparametric Regression*, Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- [15] R. Putra and M. G. Fadhlurrahman, "Determination of the best knot and bandwidth in geographically weighted truncated spline nonparametric regression using generalized cross validation," *MethodsX*, vol. 10, pp. 1–17, 2023, doi: [10.1016/j.mex.2022.101994](https://doi.org/10.1016/j.mex.2022.101994).
- [16] T. Zhu and D. N. Politis, "Kernel estimates of nonparametric function autoregression models and their bootstrap approximation," *Electronic Journal of Statistics*, vol. 11, pp. 2876–2906, 2017, doi: [10.1088/1742-6596/1752/1/012019](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1752/1/012019).
- [17] M. Bilodeau, "Fourier smoother and additive models," *Canadian Journal of Statistics*, vol. 20, pp. 257–269, 1992, doi: [10.2307/3315313](https://doi.org/10.2307/3315313).
- [18] S. Steinerberger, "Fourier series and applications," *Monatshefte für Mathematik*, vol. 194, pp. 305–338, 2021, doi: [10.1007/s00605-020-01497-2](https://doi.org/10.1007/s00605-020-01497-2).
- [19] M. Ramli, I. N. Budiantara, and V. Ratnasari, "A method for parameter hypothesis testing in nonparametric regression with Fourier series approach," *MethodsX*, vol. 11, pp. 1–13, 2023, doi: [10.1016/j.mex.2023.102468](https://doi.org/10.1016/j.mex.2023.102468).
- [20] P. K. Wardani, I. N. Budiantara, and Setiawan, "Selecting Optimal Knot Points and Oscillation Parameters Using Generalized Cross-validation and Unbiased Risk Method in Nonparametric Regression of Combined Spline Truncated and Fourier Series," *KnE Social Sciences*, pp. 220–234, 2025, doi: [10.18502/kss.v10i11.18744](https://doi.org/10.18502/kss.v10i11.18744).
- [21] Badan Pusat Statistik (BPS), *Statistik dalam Angka Indonesia Tahun 2025*, Jakarta: BPS, 2025.

-
- [22] Kementerian Agama (Kemenag), *Statistik Kementerian Agama 2024*, Jakarta: Kemenag, 2025.
- [23] A. T. R. Dani and N. Y. Adrianingsih, "Pemodelan Regresi Nonparametrik dengan Estimator Spline Truncated dan Deret Fourier," *Jambura Journal of Mathematics*, vol. 3, no. 1, pp. 26–36, 2021, doi: [10.34312/jjom.v3i1.7713](https://doi.org/10.34312/jjom.v3i1.7713).
- [24] A. A. Anandari, E. D. Supandi, and M. W. Musthofa, "Fourier Series Nonparametric Regression Modelling in the Case of Rainfall in West Java Province," *IJID*, vol. 11, no. 1, pp. 142–151, 2022, doi: [10.14421/ijid.2022.3300](https://doi.org/10.14421/ijid.2022.3300).
- [25] I. F. Amri, N. Chamidah, T. Saifudin, S. Purwanto, A. Fadlurohman, and A. F. Ningrung, "Prediction of Extreme Weather using Nonparametric Regression Approach with Fourier Series Estimators," *Data and Metadata*, vol. 3, 2024, doi: [10.56294/dm2024319](https://doi.org/10.56294/dm2024319).