JAMBURA JOURNAL OF MATHEMATICS
Jambura J. Math. Vol. 3, No. 1, pp. 80-92, January 2021
Journal Homepage: http://ejurnal.ung.ac.id/index.php/jjom
DOI: https://doi.org/10.34312/jjom.v3i1.10137

Penentuan Harga Opsi Dengan Volatilitas Stokastik Menggunakan Metode Monte Carlo

Chalimatusadiah[1], Donny Citra Lesmana[2*], Retno Budiarti[3]

[1,2,3] *Departemen Matematika, Fakultas MIPA, IPB University, Jl. Raya Dramaga, Bogor 16680, Jawa Barat, Indonesia*

* *Penulis Korespondensi. Email: donnylesmana@apps.ipb.ac.id*

ABSTRAK

Hal yang utama dalam perdagangan opsi adalah penentuan harga jual opsi yang optimal. Namun pada kenyataan sebenarnya fluktuasi harga aset yang terjadi di pasar menandakan bahwa volatilitas dari harga aset tidaklah konstan, hal ini menyebabkan investor mengalami kesulitan dalam menentukan harga opsi yang optimal. Artikel ini membahas tentang penentuan harga opsi tipe Eropa yang optimal dengan volatilitas stokastik menggunakan metode Monte Carlo dan pengaruh harga saham awal, harga *strike*, dan waktu jatuh tempo terhadap harga opsi Eropa. Adapun model volatilitas stokastik yang digunakan dalam penelitian ini adalah model Heston, yang mengasumsikan bahwa proses harga saham (S_t) mengikuti distribusi log-normal, dan proses volatilitas saham (V_t) mengikuti Proses Cox-Ingersoll-Ross. Hal pertama yang dilakukan dalam penelitian ini adalah mengestimasi parameter model Heston untuk mendapatkan harga saham dengan menggunakan metode *ordinary least square* dan metode numerik Euler-Maruyama. Langkah kedua adalah melakukan estimasi harga saham untuk mendapatkan harga opsi tipe Eropa menggunakan metode Monte Carlo. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa penggunaan metode Monte Carlo dalam penentuan harga opsi tipe Eropa dengan volatilitas stokastik model Heston menghasilkan solusi yang cukup baik karena memiliki nilai *error* yang kecil dan akan konvergen ke solusi eksaknya dengan semakin banyak simulasi. Selain itu, simulasi Monte Carlo memberikan kesimpulan bahwa parameter harga *strike,* harga saham awal dan waktu jatuh tempo memiliki pengaruh terhadap harga opsi yang konsisten dengan teori harga opsi.

Kata Kunci:
Harga Opsi; Model Volatilitas Heston; Metode Monte Carlo

ABSTRACT

What is important in options trading is determining the optimal selling price. However, in real market conditions, fluctuations in asset prices that occur in the market indicate that the volatility of asset prices is not constant, this causes investors to experience difficulty in determining the optimal option price. This article discusses the optimal determination of the European type option price with stochastic volatility using the Monte Carlo method and the effect of the initial stock price, strike price,

Received: 1 March 2021 | Accepted: 20 April 2021 | Online: 28 April 2021

and expiration date on European option prices. The stochastic volatility model used in this study is the Heston model, which assumes that the stock price process (S) follows the normal log distribution, and the stock volatility process (V) follows the Ingersoll-Ross Cox Process. The first thing to do in this study is to estimate the parameters of the Heston model to get stock prices using the ordinary least square method and the Euler-Maruyama numerical method. The second step is to estimate the share price to get the European type option price using a Monte Carlo Simulation. This study indicates that the use of the Monte Carlo method in determining the price of European type options with the Heston model of stochastic volatility produces a fairly good solution because it has a small error value and will converge to the exact solution with more simulations. Also, the Monte Carlo simulation concludes that the parameters of the strike price, initial stock price, and maturity date influence the option price, which is consistent with the option price theory.

Keywords:
Option Value; Heston Volatility Model; Monte Carlo Method

Format Sitasi:

C. Chalimatusadiah, D. C. Lesmana and R. Budiarti "Penentuan Harga Opsi dengan Volatilitas Stokastik Menggunakan Metode Monte Carlo," *Jambura J. Math.*, vol. 3, no. 1, pp. 80-92, 2021

1. Pendahuluan

Derivatif merupakan istilah umum untuk sebuah kontrak yang nilainya didasarkan pada aset yang mendasarinya [1]. Salah satu jenis investasi derivatif yang menarik perhatian investor saat ini adalah opsi. Opsi adalah tipe kontrak yang dibuat oleh suatu pihak di mana pihak tersebut memberikan hak kepada pihak lain untuk membeli (*call*) atau menjual (*put*) suatu aset pada harga tertentu dalam jangka waktu tertentu [2]. Berdasarkan proses penentuan nilai *payoff*, opsi dibedakan menjadi dua jenis, yaitu opsi vanilla dan opsi eksotik. Opsi vanilla dibedakan menjadi dua, yaitu opsi tipe Amerika dan opsi tipe Eropa. Opsi tipe Amerika adalah kontrak yang memberikan hak kepada pemiliknya untuk membeli atau menjual aset kapan saja sebelum atau pada saat jatuh tempo, sedangkan opsi tipe Eropa adalah kontrak yang memberikan hak kepada pemiliknya untuk membeli atau menjual aset hanya pada saat jatuh tempo, sedangkan untuk contoh opsi eksotik adalah opsi Asia [3].

Hal yang paling pokok dalam perdagangan opsi adalah penentuan harga jual opsi yang optimal. Namun pada kenyataannya fluktuasi harga saham yang terjadi di bursa menyebabkan investor mengalami kesulitan dalam menentukan harga jual opsi yang optimal. Metode penentuan harga opsi Black-Scholes Merton (BSM) yang dikembangkan oleh Fisher Black dan Myron Scholes pada tahun 1973 merupakan metode yang terkenal untuk menghitung harga pasar opsi Eropa, metode ini berhasil mengungkapkan masalah penetapan harga opsi sebagai persamaan diferensial parsial [4]. Namun model ini memiliki asumsi yang secara praktis tidak dapat dipenuhi, salah satunya nilai volatilitas dari harga aset adalah konstan.

Terdapat beberapa model yang telah diusulkan untuk memodelkan perilaku volatilitas, antara lain model dari Anderson dan Brotherton-Ratcliffe [5], model yang mengasumsikan bahwa volatilitas mengikuti proses acak [6], dan model volatilitas stokastik [7]–[9]. Berdasarkan hasil penelitian Crisostomo [10] model Heston memiliki keunggulan dibandingkan model stokastik lain, yaitu memberikan solusi bentuk tertutup untuk penetapan harga opsi Eropa dan memodelkan perubahan aset dasar yang dapat memperhitungkan asimetri dan kurtosis berlebih yang biasanya diamati dalam *return* aset keuangan. Penelitian mengenai model volatilitas stokastik sebelumnya juga telah dilakukan oleh beberapa peneliti, di antaranya Wang [11] untuk menentukan harga opsi yang rentan terhadap volatilitas stokastik, Biswas [12] untuk menentukan harga opsi dengan *regime switching stochastic volatility models*, Tian [13] untuk menentukan harga opsi Eropa dengan biaya transaksi. Hasil dari ketiga penelitian tersebut menyebutkan bahwa penggunaan model stokastik memberikan hasil yang mirip dengan keadaan pasar aktual. Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Moghaddam [14] yang menggunakan kombinasi antara model multiplikatif dan model Heston, hasil penelitian ini menyebutkan bahwa model Heston baik digunakan untuk periode jangka panjang.

Dalam dunia nyata model volatilitas yang paling mendekati adalah model volatilitas stokastik [15]. Model volatilitas stokastik mengasumsikan bahwa nilai volatilitas akan berfluktuasi pada rentang volatilitas minimum dan volatilitas maksimum. Model tersebut mengadopsi bentuk persamaan diferensial parsial taklinear tanpa solusi analitik, sehingga diperlukan metode numerik untuk menentukan solusi hampirannya. Selain penelitian untuk menentukan solusi analitik dari harga opsi, diperlukan metode numerik untuk menghitung harga opsi yang tidak memiliki solusi analitik, misalnya dalam beberapa kasus PDP taklinear. Pada penentuan harga opsi yang tidak dapat ditentukan secara analitik, diperlukan pengunaan simulasi numerik untuk mengestimasi harga opsi. Salah satu contoh simulasi numerik yang bisa digunakan adalah metode Monte Carlo. Metode Monte Carlo adalah metode yang digunakan untuk menaksir suatu nilai dengan cara membangkitkan sampel acak yang mungkin dari hasil simulasi, kemudian ditentukan rataannya [16]. Berdasarkan hasil numerik dengan menggunakan metode Monte Carlo, jika semakin banyak lintasan maka solusi yang didapatkan akan semakin baik [17]. Pada penelitian ini digunakan metode Monte Carlo untuk menyimulasikan harga opsi Eropa dengan model volatilitas stokasik Heston dan menganalisis beberapa parameter yang mempengaruhi harga opsi. Penggunaan metode ini didasarkan pada kelebihan dari metode Monte Carlo yaitu, semakin banyak simulasi yang dilakukan maka hasil taksirannya akan semakin mendekati solusi analitik atau dengan kata lain metode Monte Carlo akan menghasilkan solusi yang konvergen ke solusi analitiknya [18].

2. Metode

Dalam penentuan harga opsi tanpa solusi analitik, diperlukan metode numerik yang dapat digunakan untuk memperkirakan nilai solusi. Metode numerik yang dapat digunakan untuk mengestimasi nilai suatu solusi adalah metode Monte Carlo [19]. Dengan menggunakan metode Monte Carlo, taksiran yang dihasilkan akan konvergen ke solusi eksaknya dengan semakin banyak simulasi yang dilakukan atau semakin banyak sampel yang dibangkitkan. Pada penelitian ini, metode yang digunakan untuk mengestimasi nilai parameter model adalah metode numerik Euler-Maruyama dan *ordinary least square*.

2.1. Metode Euler-Maruyama

Metode Euler-Maruyama merupakan metode yang digunakan untuk mengaproksimasi solusi numerik dari persamaan diferensial stokastik (PDS). Metode Euler-Maruyama pertama kali dikenalkan oleh Leonhard Euler dan Gisiro Maruyama.

Metode ini adalah generalisasi sederhana metode Euler dari persamaan diferensial stokastik ke persamaan diferensial biasa dan tidak dapat digunakan pada persamaan diferensial deterministik.

Misalkan diberikan persamaan diferensial stokastik sebagai berikut

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t \tag{1}$$

dengan nilai awal $S_0 = s_0$ dan W_t adalah proses Wiener. Misalkan persamaan diferensial stokastik memiliki solusi pada interval waktu $[0, T]$ dengan diskretisasi waktu $(\tau)_\delta$ yang memenuhi

$$0 = \tau_0 < \tau_1 < \cdots < \tau_t < \cdots < \tau_N = T$$

dan memiliki jarak yang sama sebesar $\delta = \frac{T}{N}$, maka persamaan Euler-Maruyama untuk mengaproksimasi persamaan diferensial stokastik tersebut adalah

$$S_{t+1} = S_t + \mu(S_t)\Delta t + \sigma(S_t)\Delta W_t \tag{2}$$

untuk $t = 0,1, \dots, N-1$, dengan nilai awal

$$S_0 = s_0$$

dan

$$\Delta t = \tau_{t+1} - \tau_t = \delta$$

serta

$$\Delta W_t = W_{\tau_{t+1}} - W_{\tau_t}$$

peubah acak $\Delta W_t \sim \mathbb{N}(0, \Delta t)$ adalah peubah acak saling bebas yang berdistribusi normal dengan nilai harapan sebesar 0 dan varian Δt [20] .

2.2. Metode *Ordinary Least Square*

Metode *ordinary least square* (OLS) merupakan metode yang digunakan untuk mengestimasi koefisien model regresi linear dengan meminimalkan jumlah kuadrat *error* [21].

Misalkan terdapat model regresi linear sebagai berikut

$$y_i = a + bx_i + \varepsilon_i; i = 1,2, \dots, n \tag{3}$$

dengan meminimumkan jumlah kuadrat *error* dari persamaan (3) maka akan diperoleh penduga parameter sebagai berikut

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i - b\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{4}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right)} \tag{5}$$

2.3. Metode Monte Carlo

Pada matematika, peluang suatu kejadian didefinisikan sebagai banyaknya kejadian atau volume relatif kejadian terhadap semua kejadian yang mungkin terjadi. Monte Carlo menggunakan prinsip sebaliknya, yakni menghitung volume suatu himpunan dengan menginterpretasikannya sebagai peluang, dengan cara sederhana yaitu membangkitkan sampel acak dari semua hasil yang mungkin kemudian menentukan rataannya terhadap banyaknya sampel acak tersebut sebagai taksiran volume. Hukum bilangan besar menjamin taksiran ini konvergen ke nilai analitiknya dengan mengambil sampel yang cukup besar. Faktor penting yang mempengaruh nilai *error* adalah ukuran sampel [22]. Semakin banyak sampel yang digunakan, maka nilai *error* akan semakin kecil. Hal ini berarti semakin kecil nilai *error*, maka semakin akurat rata-rata sampel yang digunakan sebagai penduga mean populasi.

Salah satu penggunaan metode Monte Carlo adalah dalam penentuan harga opsi yang tidak memiliki solusi analitik dengan melakukan penaksiran nilai. Dalam menentukan harga opsi digunakan estimator Monte Carlo sebagai berikut

$$\hat{O}_{MC} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} {O_{MC}}^{(i)} \tag{6}$$

dengan M merupakan banyaknya simulasi yang diambil dan ${O_{MC}}^{(i)}$ merupakan harga opsi pada simulasi ke-i sebagai berikut

$${O_{MC}}^{(i)} = e^{-rT}A_i; i = 1,2,\dots,M \tag{7}$$

dengan A_i merupakan *payoff* opsi Eropa saat jatuh tempo pada simulasi ke-i sebagai berikut

$$A_i = \begin{cases} \max(S_i - K, 0)\,; i = 1,2,\dots,M \text{ untuk opsi } \textit{call} \\ \max(K - S_i, 0)\,; i = 1,2,\dots,M \text{ untuk opsi } \textit{put} \end{cases}$$

dengan S_i merupakan harga aset saat jatuh tempo pada simulasi ke-i. Harga opsi Eropa O ditaksir dengan estimator Monte Carlo sebagai berikut

$$O \approx \hat{O}_{MC}$$

dengan $\hat{O}_{MC}$ merupakan harga opsi rata-rata hasil simulasi.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Deskripsi Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data historis mingguan dari harga penutupan dan volatilitas saham Microsoft Corporation (MSFT) pada periode 10 Juli 2017 – 9 Maret 2020. Data harga penutupan saham bersumber dari *www.yahoofinance.com* dan data volatilitas saham MSFT bersumber dari *www.alphaquery.com.*

3.2. Penghitungan Logaritma Return

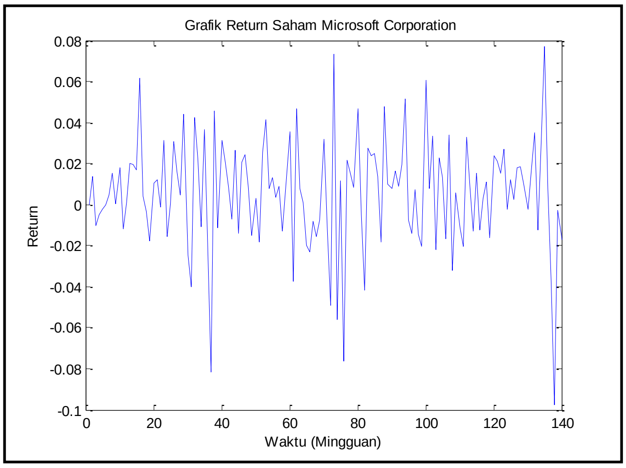
Nilai logaritma *return* saham ditentukan dengan menggunakan persamaan (8)

$$R_t = ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right), \text{untuk } t = 1,2,3,\ldots,n \tag{8}$$

dengan:

R_t = nilai logaritma *return* harga saham pada waktu t
S_t = harga saham pada waktu t
S_{t-1} = harga saham pada waktu $t-1$

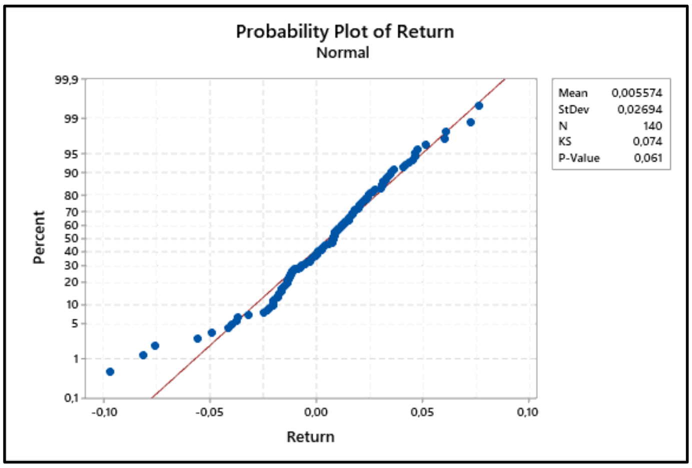
Jika dinyatakan dalam bentuk grafik, maka data hasil penghitungan logaritma *return* akan terlihat seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Grafik logaritma *return* harga saham MSFT

3.3. Uji Normalitas Logaritma *Return*

Data logaritma *return* kemudian diuji kenormalan datanya menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan menggunakan bantuan *software* SPSS 17.0. Hasil dari uji tersebut diperoleh nilai *p-value* = 0,061. Tingkat kepercayaan yang digunakan adalah $\alpha = 0{,}05$. Oleh karena *p-value* > α, sehingga keputusan yang diperoleh adalah terima H_0 dengan kesimpulan bahwa data logaritma *return* harga mingguan dari saham MSFT yang digunakan dalam penelitian ini berdistribusi normal. Gambar 2 menyajikan plot normalitas dari data logaritma *return*.



Gambar 2. Grafik normalitas logaritma *return*

3.4. Hasil Numerik Estimasi Parameter Model

Model volatilitas stokastik yang digunakan dalam penelitian ini adalah model volatilitas Heston. Model Heston mengasumsikan bahwa proses S_t mengikuti distribusi log-normal, dan proses V_t mengikuti Proses Cox-Ingersoll-Ross [23]. Model diberikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} dS_t &= \mu S_t dt + \sqrt{V_t} S_t dW_t \\ dV_t &= \aleph(\theta - V_t)dt + \sigma\sqrt{V_t} dZ_t \\ dW_t dZ_t &= \rho dt \end{aligned} \tag{9}$$

Nilai parameter pada model Heston diestimasi menggunakan metode Euler-Maruyama, *ordinary least square* serta beberapa formula untuk menghitung standar deviasi dan koefisien korelasi. Parameter-parameter yang diestimasi adalah $\aleph, \theta, \sigma$, μ dan ρ.

Untuk parameter $\aleph$ dan θ diestimasi dengan menggunakan persamaan (10) dan (11)

$$\hat{\aleph} = \frac{1-q}{\Delta t} \tag{10}$$

$$\hat{\theta} = \frac{p}{1-q}. \tag{11}$$

dengan:

$$p = \frac{\sum_{i=1}^{N-1}\left(\frac{V_{i+\Delta t}}{\sigma^2 V_i \Delta t}\right) - q\sum_{i=1}^{N-1}\frac{1}{\sigma^2\Delta t}}{\sum_{i=1}^{N-1}\left(\frac{1}{\sigma^2 V_i \Delta t}\right)}$$

$$q = \frac{\sum_{i=1}^{N-1}\left(\frac{V_{i+\Delta t}}{\sigma^2\Delta t}\right) - \frac{\frac{(N-1)}{\sigma^2\Delta t}\sum_{i=1}^{N-1}\left(\frac{V_{i+\Delta t}}{V_i}\right)}{\sum_{i=1}^{N-1}\left(\frac{1}{V_i}\right)}}{\sum_{i=1}^{N-1}\left(\frac{V_i}{\sigma^2\Delta t}\right) - \frac{\frac{(N-1)^2}{\sigma^2\Delta t}}{\sum_{i=1}^{N-1}\left(\frac{1}{V_i}\right)}}$$

Untuk parameter σ, diestimasi dengan menggunakan persamaan (12)

$$s = \sqrt{\frac{1}{(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u})^2} \tag{12}$$

dengan $\bar{u}$ merupakan nilai rata-rata dari logaritma *return*, dan karena standar deviasi dari u_i adalah $\hat{\sigma}\sqrt{\Delta t}$ maka s merupakan estimasi dari $\hat{\sigma}\sqrt{\Delta t}$. Oleh karena itu, volatilitas dari harga aset dapat dihitung dengan persamaan (13)

$$\hat{\sigma} = \frac{s}{\sqrt{\Delta t}}. \tag{13}$$

Untuk parameter ρ, diestimasi dengan menggunakan persamaan (14)

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}} \tag{14}$$

dengan:

r = koefisien korelasi
x_i = nilai variabel x pada pengamatan ke-i dalam sampel
y_i = nilai variabel y pada pengamatan ke-i dalam sampel
$\bar{x}$ = rata-rata variabel x dalam sampel
$\bar{y}$ = rata-rata variabel y dalam sampel

Nilai parameter model Heston yang telah diestimasi menggunakan bantuan *software* Scilab 6.0.2 disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai parameter model hasil estimasi

Parameter	Nilai
$\hat{\aleph}$	4,15000
$\hat{\theta}$	0,25000
$\hat{\sigma}$	0,89300
ρ	-0,02185

Dari Tabel 1 dapat diketahui rata-rata varian jangka panjang $(\hat{\theta})$ sebesar 0,25000; laju *mean reversion* $(\hat{\aleph})$ sebesar 4,15000; standar deviasi dari volatilitas $(\hat{\sigma})$ sebesar 0,89300; dan koefisien korelasi (ρ) sebesar $-0{,}02185$. Dalam penentuan harga opsi dengan model volatilitas Heston digunakan pendekatan *risk neutral,* sehingga dalam penelitian ini nilai dari parameter μ digantikan dengan nilai dari tingkat bunga bebas risiko (r).

3.5. Hasil Numerik Harga Opsi

Nilai parameter model yang telah diestimasi kemudian digunakan untuk mengaproksimasi harga saham yang kemudian akan dicari harga opsinya menggunakan metode Monte Carlo. Selain parameter hasil estimasi, terdapat pula parameter lain yang digunakan untuk memperoleh harga saham, seperti selang waktu $(\Delta t) = \frac{1}{52}$ tahun, harga saham awal $(S_0) = \$100$, volatilitas awal $(V_0) = 17\ \%$ dan banyaknya simulasi (M).

Harga saham yang diperoleh dari hasil aproksimasi kemudian dihitung harga opsinya. Pada simulasi harga opsi, input parameter yang digunakan adalah harga saham hasil simulasi sebanyak M harga, harga *strike* $(K) = \$100$, waktu jatuh tempo opsi $(T) = \frac{12}{52}$ tahun, tingkat bunga bebas risiko $(r) = 3{,}75\%$ per tahun dan $\Delta t = \frac{1}{52}$ tahun. Nilai harapan opsi Eropa pada waktu jatuh tempo dihitung dengan mencari nilai rata-rata dari seluruh harga opsi yang telah diperoleh dengan simulasi.

Tabel 2 menyajikan hasil dari simulasi Monte Carlo untuk harga opsi Eropa dengan berbagai nilai M yang telah dipilih disertai dengan nilai *error* relatif dari setiap simulasi. Nilai *error* relatif dari setiap simulasi dapat dihitung dengan formula sebagai berikut

$$\varepsilon_r = \frac{|O^{(i)} - \hat{O}|}{\hat{O}} \tag{15}$$

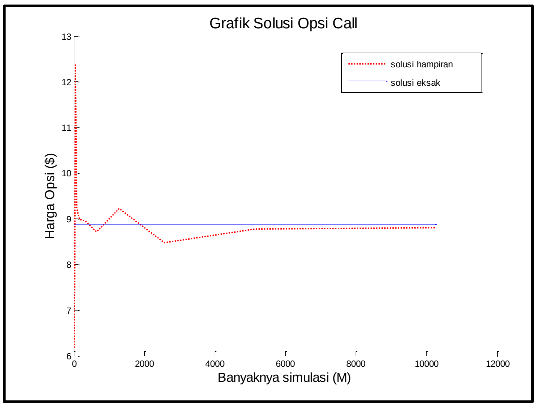
dimana $\hat{O}$ merupakan harga opsi hampiran untuk nilai numerik eksak dari harga opsi yang tidak diketahui, $O^{(i)}$ merupakan harga opsi pada simulasi ke-i. Nilai hasil penghitungan harga opsi disertai nilai *error* relatifnya disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Harga dan *error* relatif dari opsi Eropa hasil simulasi

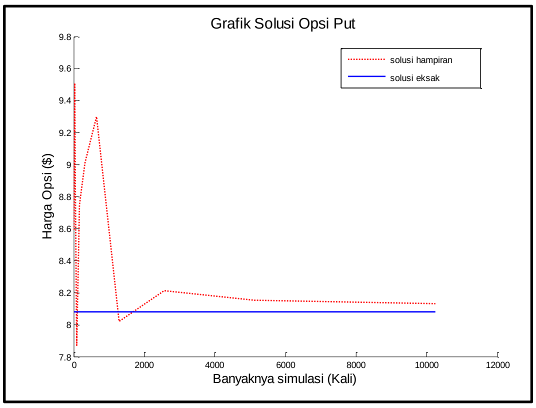
Banyaknya Simulasi	Harga Opsi *Call* ($)	Harga Opsi *Put* ($)	*Error* Relatif Opsi *Call*	*Error* Relatif Opsi *Put*
10	6,17	8,59	0,305180	0,063119
20	7,51	9,51	0,154279	0,176980
40	12,4	8,86	0,396396	0,096535
80	9,22	7,87	0,038288	0,025990
160	8,99	8,75	0,012387	0,082921
320	8,96	9,01	0,009009	0,115099
640	8,71	9,30	0,019144	0,150990
1280	9,22	8,02	0,038288	0,007426
2560	8,48	8,21	0,045045	0,016089
5120	8,78	8,15	0,011261	0,008663
10240	8,81	8,13	0,007883	0,006188

Dalam penentuan nilai *error* relatif, nilai solusi eksak yang digunakan adalah nilai solusi dari simulasi yang optimal. Simulasi yang optimal diperoleh dengan memperkirakan simulasi yang dapat diproses sesuai dengan kapasitas *memory* maksimum yang tersedia pada komputer dan pada penelitian ini memiliki simulasi optimal dengan jumlah M = 20000. Pada simulasi optimal tersebut, harga opsi *call* Eropa sebesar $8,88 dan harga opsi *put* Eropa sebesar $8,08.

Pada Tabel 2 dapat dilihat bahwa nilai *error* relatif akan semakin kecil jika simulasi yang dilakukan semakin banyak, hal ini menandakan bahwa semakin banyak simulasi yang di proses maka hasil yang diperoleh akan semakin dekat dengan solusi eksak. Gambar 3 dan 4 menyajikan grafik perbandingan harga opsi *call* dan opsi *put* hampiran dengan solusi eksak.



Gambar 3. Grafik perbandingan harga opsi *call* hampiran dengan solusi eksak



Gambar 4. Grafik perbandingan harga opsi *put* hampiran dengan solusi eksak

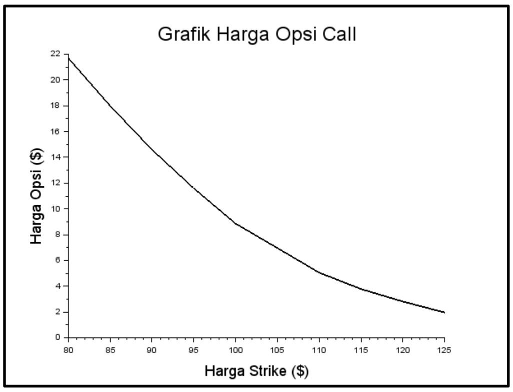
Pada Gambar 3 dan 4 penghitungan solusi hampiran dilakukan dengan menggunakan banyak simulasi (M) yang berbeda, dimulai dengan M= 10 kemudian dilipatgandakan menjadi 20; 40; 80 dan seterusnya sampai M = 10240. Grafik perbandingan harga opsi *call* dan opsi *put* hampiran dengan solusi eksak menunjukkan bahwa semakin banyak simulasi yang dilakukan akan memberikan hasil hampiran yang konvergen ke solusi eksaknya. Dari simulasi yang telah dilakukan, simulasi dengan nilai M=10240 yang memiliki titik paling dekat dengan garis solusi eksak. Hal ini menunjukkan bahwa dengan melakukan simulasi sebanyak 10240 kali nilai *error* relatif yang diperoleh adalah nilai *error* yang paling kecil.

3.6. Perubahan Harga Opsi Eropa Terhadap Perubahan Nilai Parameter

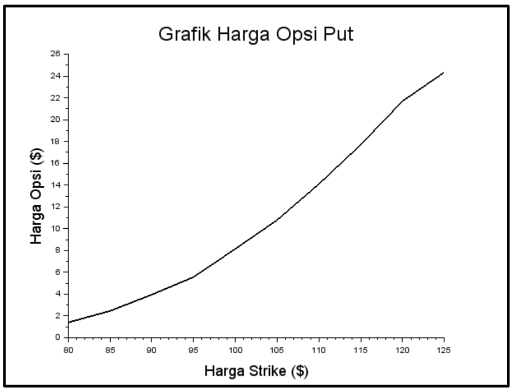
Berikut akan ditunjukkan perubahan nilai dari parameter yang dapat mempengaruhi harga opsi Eropa. Paramater yang diamati adalah harga *strike* (K), harga saham awal (S_0) dan waktu jatuh tempo (T). Simulasi dilakukan dengan mengambil nilai M sebanyak 5000 kali simulasi.

3.6.1. Pengaruh Parameter Harga *Strike* (K) Pada Harga Opsi Eropa

Gambar yang memperlihatkan grafik perubahan harga opsi *call* dan opsi *put* terhadap perubahan nilai parameter harga *strike* (K) ditunjukkan pada Gambar 5 dan Gambar 6.



Gambar 5. Grafik perubahan harga opsi *call* terhadap nilai K

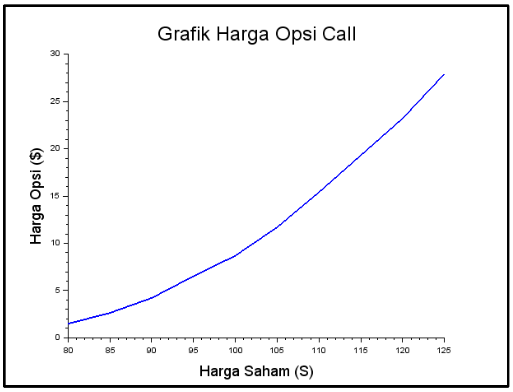


Gambar 6. Grafik perubahan harga opsi *put* terhadap nilai K

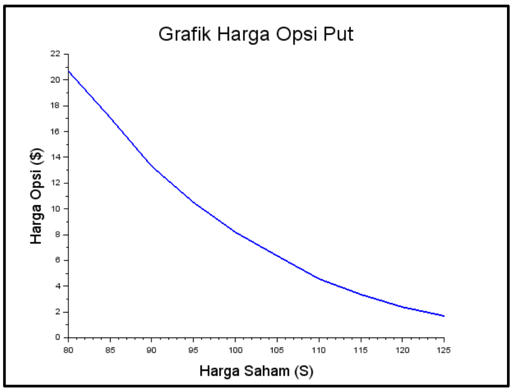
Gambar 5 menunjukkan bahwa semakin meningkat nilai parameter harga *strike* (K) maka harga opsi *call* akan semakin turun. Hal ini sesuai dengan nilai *payoff* opsi *call* yang akan semakin rendah dengan semakin tingginya harga *strike* (K). Gambar 6 menunjukkan bahwa semakin meningkat nilai parameter harga *strike* (K) maka harga opsi *put* akan semakin naik. Hal ini sesuai dengan nilai *payoff* opsi *put* yang akan semakin tinggi dengan semakin tingginya harga *strike* (K).

3.6.2. Pengaruh Parameter Harga Saham Awal (S_0) Pada Harga Opsi Eropa

Gambar yang memperlihatkan grafik perubahan harga opsi *call* dan opsi *put* terhadap perubahan nilai parameter harga saham awal (S_0) ditunjukkan pada Gambar 7 dan Gambar 8.



Gambar 7. Grafik perubahan harga opsi *call* terhadap nilai S_0

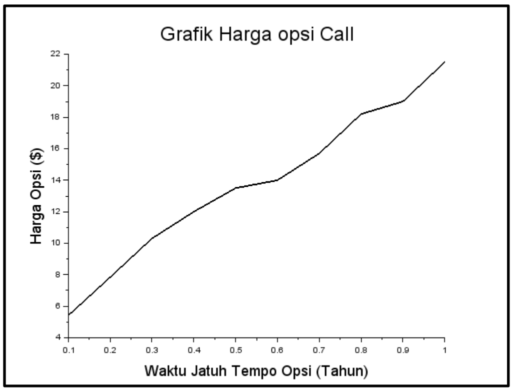


Gambar 8. Grafik perubahan harga opsi *put* terhadap nilai S_0

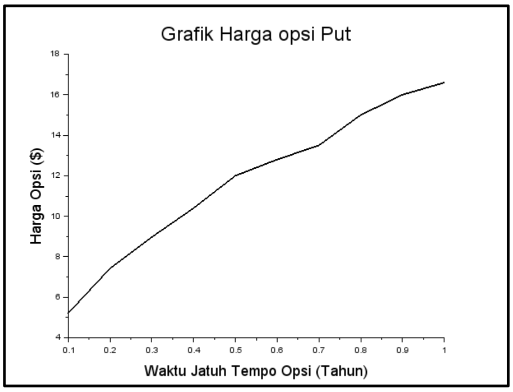
Gambar 7 menunjukkan bahwa terdapat hubungan yang positif antara nilai S_0 dengan harga opsi *call*. Hal ini terlihat dari grafik dimana dengan semakin besar nilai S_0 mengakibatkan harga opsi *call* menjadi semakin besar. Gambar 8 menunjukkan bahwa terdapat hubungan negatif antara nilai S_0 dengan harga opsi *put*. Hal ini terlihat dari grafik dimana dengan semakin besar nilai S_0 mengakibatkan harga opsi *put* menjadi semakin kecil.

3.6.3. Pengaruh Parameter Waktu Jatuh Tempo (T) Pada Harga Opsi Eropa

Gambar yang memperlihatkan grafik perubahan harga opsi *call* dan opsi *put* terhadap perubahan nilai parameter waktu jatuh tempo (T) ditunjukkan pada Gambar 9 dan Gambar 10.



Gambar 9. Grafik perubahan harga opsi *call* terhadap nilai T



Gambar 10. Grafik perubahan harga opsi *put* terhadap nilai T

Gambar 9 dan Gambar 10 memperlihatkan bahwa harga opsi *call* dan opsi *put* akan semakin tinggi dengan semakin lama periode opsi. Hal ini dikarenakan semakin lama periode opsi maka nilai volatilitas semakin besar dan akan menghasilkan nilai *payoff* opsi yang semakin tinggi. Dengan nilai *payoff* yang tinggi, maka akan diperoleh harga opsi yang tinggi.

4. Kesimpulan

Penggunaan metode Monte Carlo dalam penentuan harga opsi tipe Eropa dengan volatilitas stokastik model Heston menghasilkan solusi yang cukup baik karena memiliki nilai *error* yang kecil. Hasil simulasi Monte Carlo memberikan kesimpulan bahwa apabila nilai parameter harga *strike* menurun maka harga opsi *call* akan meningkat dan harga opsi *put* akan menurun, demikian sebaliknya. Untuk parameter harga saham awal apabila mengalami peningkatan maka harga opsi *call* akan meningkat dan harga opsi *put* akan menurun, demikian sebaliknya. Untuk parameter waktu jatuh tempo memiliki pengaruh positif terhadap opsi *call* dan opsi *put.* Pengaruh perubahan nilai parameter harga *strike*, harga saham awal dan waktu jatuh tempo opsi tersebut sesuai dengan teori harga opsi. Dari hasil penerapan model volatilitas stokastik pada penentuan harga opsi dapat memberikan informasi yang cukup akurat kepada investor dalam melakukan transaksi di pasar modal, hal ini dikarenakan penggunaan nilai volatilitas stokastik yang menggambarkan keadaan pasar yang sebenarnya.

Referensi

[1] C. Oliveira, *Options and Derivatives Programming in C ++*. New Jersey (US): Apress, 2016.

[2] J. C. Hull and S. Basu, *Options, Futures, and Other Derivatives*, 9th ed. India: Pearson India Education Services Pvt. Ltd, 2016.

[3] P. Boyle and J. Mcdougall, *Trading and Pricing Financial Derivatives*. Boston (Berlin): Walter de Gruyter Inc, 2019.

[4] F. Mostafa, T. Dillon, and E. Chang, *Computational Intelligence Applications to Option Pricing , Volatility Forecasting and Value at Risk*. Switzerland: Springer, 2017.

[5] L. Andersen and R. Brotherton-Ratcliffe, “The equity option volatility smile: an implicit finite-difference approach,” *J. Comput. Financ.*, vol. 1, no. 2, pp. 5–37, 1998, doi: 10.21314/jcf.1997.009.

[6] S. L. Heston, “A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options,” vol. 6, no. 2, pp. 327–343, 1993.

[7] J. Hull and A. White, “The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities Od,” *J. Finance*, vol. XLII, no. 2, pp. 281–300, 1987.

[8] T. J. Lyons, “Uncertain volatility and the risk-free synthesis of derivatives,” *Appl. Math. Financ.*, vol. 2, no. 2, pp. 117–133, 1995, doi: 10.1080/13504869500000007.

[9] M. Avellaneda, A. Levy, and A. Paras, “Pricing and hedging derivative securities in markets with uncertain volatilities,” *Appl. Math. Financ.*, vol. 2, no. 2, pp. 73–88, 1995.

[10] R. Crisóstomo, “An Analysis of the Heston Stochastic Volatility Model : Implementation and Calibration using Matlab *,” *SSRN Electron. J*, 2014.

[11] G. Wang, X. Wang, and K. Zhou, “Pricing vulnerable options with stochastic volatility,” *Physica A*, 2017, doi: 10.1016/j.physa.2017.04.146.

[12] A. Biswas, A. Goswami, and L. Overbeck, "Option pricing in a regime switching stochastic volatility model," *Stat. Probab. Lett.*, vol. 11, pp. 1–11, 2018, doi: 10.1016/j.spl.2018.02.056.

[13] Y. Tian and H. Zhang, "European option pricing under stochastic volatility jump-diffusion models with transaction cost ☆," *Comput. Math. with Appl.*, pp. 1–20, 2019, doi: 10.1016/j.camwa.2019.12.001.

[14] M. D. Moghaddam and R. A. Serota, "Combined multiplicative – Heston model for stochastic volatility," *Physica A*, vol. 561, p. 125263, 2021, doi: 10.1016/j.physa.2020.125263.

[15] M. Cerrato, *The Mathematics of Derivatives Securities with Applications in MATLAB*. Great Britain: John Wiley & Sons Ltd, 2012.

[16] A. Barbu and S.-C. Zhu, *Monte Carlo methods*. Singapore: Springer, 2020.

[17] J. Ma, W. Li, and H. Zheng, "Dual control Monte-Carlo method for tight bounds of value function under Heston stochastic volatility model," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 280, no. 2, pp. 428–440, 2020, doi: 10.1016/j.ejor.2019.07.041.

[18] P. Glasserman, *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. New York: Springer, 2003.

[19] I. Vidic, "Numerical methods for option pricing," University of Werstern Cape, 2012.

[20] X. Han and P. E. Kloeden, *Probability Theory and Stochastic Modelling 85 Random Ordinary Differential Equations and Their Numerical Solution*. Wuhan, Hubei China: Springer, 2017.

[21] N. Schorghofer, *Lessons in Scientific Computing*. London: CRC Press, 2018.

[22] J. W. Creswell, *Educational Research*, 4th ed. Boston: Pearson Education Inc, 2012.

[23] D. Lamberton and G. Terenzi, "Variational formulation of American option prices in the Heston Model," *SIAM J. Financ. Math.*, vol. 10 (1), pp. 261–368, 2019.