

# Sistem Chaos Model Risiko Keuangan: Analisis Dinamik

Siti Hadiaty Yuningsih<sup>1\*</sup>, Sukono<sup>2</sup>, Endang Rusyaman<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Departemen Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Padjadjaran, Sumedang 45363, Indonesia

\*Corresponding author. Email: [sitihadiaty@gmail.com](mailto:sitihadiaty@gmail.com)

## ABSTRAK

Fenomena chaos muncul pada sistem dinamis, nonlinear dan deterministik. Salah satu model yang sedang intensif diteliti adalah risiko keuangan. Model ini memiliki variabel sistem seperti tingkat bunga, permintaan investasi, dan indeks harga saham. Penelitian ini menunjukkan bahwa sistem keuangan baru memiliki karakteristik yang menarik diantaranya titik equilibrium multistabilitas, eksponen Lyapunov dan diagram bifurkasi. Hasil dari penelitian ini menggunakan MATLAB untuk diagram fase sistem keuangan. Eksponen Lyapunov dan analisis diagram Bifurkasi telah dihasilkan dengan menunjukkan fenomena chaos pada interval  $0 < a < 15$  dan  $0 < b < 0,25$ . Hasil dimensi Kaplan-Yorke adalah 2,2506. Hasil penelitian ini dapat digunakan untuk memprediksi kekacauan risiko keuangan.

## Kata Kunci:

Sistem Chaos; Sistem Keuangan, Eksponen Lyapunov; Diagram Bifurkasi

## ABSTRACT

Chaos phenomena appear in dynamic, nonlinear and deterministic systems. One model that is being intensively researched is financial risk. This model has system variables such as interest rate, investment demand, and stock price index. This study shows that the new financial system has interesting characteristics including multistability equilibrium points, Lyapunov exponents and bifurcation diagrams. The results of this study use MATLAB for phase diagrams of the financial system. The Lyapunov exponent and analysis of the Bifurcation diagram have been generated showing the chaotic phenomena in the intervals  $0 < a < 15$  and  $0 < b < 0.25$ . The resulting Kaplan-Yorke dimension is 2.2506. The results of this study can be used to predict financial risk chaos.

## Keywords:

Chaotic System; Financial System; Lyapunov Exponent; Bifurcation Diagram

## Format Sitasi:

S. H. Yuningsih, S. Sukono and E. Rusyaman, "Sistem Chaos Model Risiko Keuangan: Analisis Dinamik", *Jambura J. Math.*, vol. 4, No. 2, pp. 265–276, 2022, doi: <https://doi.org/10.34312/jjom.v4i2.13808>

## 1. Pendahuluan

Sistem dinamik nonlinier, tidak periodik, dan kontinu dikatakan chaos jika menunjukkan sensitifitas terhadap kondisi awal [1, 2]. Fenomena dinamik kompleks telah dipelajari secara khusus selama empat dekade terakhir. Banyak penerapan sistem

chaos pada berbagai bidang disiplin ilmu alam dan ilmu sosial, dan membentuk subyek atau penelitian baru [3–5]. Chaos ekonomi adalah teori fisik ekonomi baru [6]. Hal ini dapat mengungkapkan struktur yang teratur dan keteraturan yang tersembunyi dalam fenomena ekonomi yang menunjukkan kekacauan, dan memberikan bagaimana memahami kompleksitas fenomena ekonomi. Penelitian sebelumnya dilakukan pada siklus bisnis [7, 8] dan volatilitas harga sekuritas [9]. Berdasarkan perkembangan chaos, penelitian meluas ke bidang yang lebih ekonomis, seperti agregat moneter [10] dan hubungan antara pengeluaran R&D dan pertumbuhan produksi [11]. Pada bidang ekonomi, risiko keuangan adalah salah satu masalah terpenting yang menjadi perhatian negara dan semua entitas ekonomi. Risiko keuangan merupakan kemungkinan kerugian yang disebabkan oleh perubahan yang tidak pasti seperti kegiatan investasi yang menunjukkan fluktuasi yang tidak menentu [12].

Pada tahun 2009, Gao & Ma [13] memperkenalkan sistem keuangan yang chaos dan membahas sifat kualitatifnya seperti bifurkasi. Dalam penelitian ini mengusulkan sistem chaos keuangan baru dan mempelajari perilaku dinamisnya dengan analisis diagram bifurkasi dan eksponen Lyapunov [14, 15] nilai dimensi Kaplan-Yorke [3] yaitu 2,2301. Zhao [16] meneliti bahwa krisis keuangan adalah semacam ekspektasi karakteristik chaos. Zhao [16] menggunakan model Duffing-Holmes untuk membahas kondisi produksi dari risiko keuangan dan memberikan beberapa tindakan dalam pengendalian risiko.

Berdasarkan gap tersebut pada penelitian ini, pengembangan sistem risiko keuangan untuk menghasilkan sistem risiko keuangan yang baru dan memplot sinyal dengan menggunakan MATLAB. Sifat-sifat fisis model risiko keuangan yang dibahas diantaranya titik ekuilibrium, diagram bifurkasi, dan eksponen Lyapunov dan dimensi Kaplan-Yorke. Variabel keadaan yang terdiri dari suku bunga, permintaan investasi, dan indeks harga. Adanya sistem chaos keuangan baru ini diharapkan dapat memprediksi kekacauan dalam bidang keuangan dengan variabel tingkat bunga, permintaan investasi, eksponen harga, tabungan rumah tangga, biaya investasi, dan elastisitas permintaan pasar komersil.

Pada penelitian ini dibagi menjadi 4 bagian. Pada bagian 2 diuraikan secara singkat masalah yang dikembangkan dan dibahas pada penelitian ini. Bagian 3 menampilkan hasil dan pembahasan yang terdiri dari model resiko keuangan baru 3-Dimensi beserta analisis dinamik dari sistem chaos. Bagian 4 ditarik kesimpulan untuk penelitian ini.

## 2. Metode

Pada penelitian ini dikembangkan model chaos keuangan baru dan dianalisis menggunakan kestabilan lokal, kemudian dilakukan analisis dinamik dari sistem chaos keuangan baru diantaranya menggunakan eksponen Lyapunov dan diagram Bifurkasi.

## 3. Hasil dan Pembahasan

### 3.1. Model Risiko Keuangan Baru 3-Dimensi

Gao & Ma [13] memperkenalkan model keuangan yang diberikan pada persamaan (1):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 + (x_2 - a)x_1 \\ \dot{x}_2 = 1 - bx_2 - x_1^2 \\ \dot{x}_3 = -x_1 - cx_3 \end{cases} \quad (1)$$

Pada model keuangan persamaan (1) variabel  $x_1$  mewakili tingkat bunga, Variabel  $x_2$  mewakili permintaan investasi, sedangkan variabel  $x_3$  mewakili indeks harga. Selanjutnya untuk parameter pada persamaan (1) diantaranya parameter  $a$  mewakili tabungan, parameter  $b$  mewakili biaya investasi, parameter  $c$  mewakili elastisitas permintaan barang. Ketiga parameter tersebut bernilai positif. Pada persamaan (1) terlihat bahwa model (1) ini memiliki kuadrat nonlinier  $x_1$ ,  $x_2$  dan kuadrat nonlinier lainnya yaitu  $x_1^2$ .

Pada persamaan (1) menunjukkan bahwa sistem chaos model risiko keuangan memiliki perilaku chaos saat parameter  $(a, b, c) = (6, 0, 1, 1)$ . Karakteristik eksponen Lyapunov dari model risiko keuangan (1) diperoleh dengan menggunakan MATLAB untuk parameter  $(a, b, c) = (6; 0, 1; 1)$  dengan kondisi awal  $X(0) = (0, 5; 3; -0, 4)$  dan  $LE_1 = 0,090439$ ,  $L_2 = 0$ , dan  $LE_3 = -0,393061$ .

Dimensi Kaplan-Yorke dari model risiko keuangan (1) diperoleh sebagai persaaan (2):

$$D_{KY} = 2 + \frac{L_1 + L_2}{|L_3|} = 2,2301. \tag{2}$$

Dalam penelitian ini diusulkan sistem chaos keuangan baru dengan dua nonlinier kuadrat. Model risiko keuangan dilakukan dengan menganalisis kekacauan pada bidang ekonomi dengan sifat-sifat chaos yang dimodelkan oleh persamaan (3):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 + (x_2 - a)x_1 \\ \dot{x}_2 = 1 - bx_2 - cx_1^3 - x_1^4 \\ \dot{x}_3 = -x_1 - x_3 \end{cases} \tag{3}$$

Sistem chaos keuangan baru (3) menunjukkan perilaku chaos saat parameter sebagai persamaan (4):

$$a = 7,2; b = 0,1; c = 0,1. \tag{4}$$

Untuk simulasi MATLAB kondisi awal yang digunakan pada sistem chaos keuangan baru dinyatakan sebagai persamaan (5):

$$X_1(0) = 0,5; X_2(0) = 3; X_3(0) = -0,4. \tag{5}$$

Dengan menggunakan MATLAB, eksponen Lyapunov untuk sistem chaos keuangan baru (3) dengan  $(a, b, c) = (7,2; 0,1; 0,1;)$  dan kondisi awal sistem  $X(0) = (0,5; 3; -0,4)$  diperoleh sebagai persamaan (6):

$$L_1 = 0,1113; L_2 = 0; L_3 = -0,444. \tag{6}$$

Hasil ini menunjukkan bahwa sistem chaos keuangan baru bersifat disipatif dan berperilaku chaos dengan nilai eksponen Lyapunov terbesar  $L_1 = 0,1113$ . Membandingkan eksponen Lyapunov terbesar dari sistem chaos keuangan (1) dan sistem chaos keuangan baru (3), dapat dikatakan bahwa sistem chaos keuangan baru (3) memiliki nilai lebih besar untuk eksponen Lyapunov terbesarnya.

Dimensi Kaplan-Yorke dari model risiko keuangan baru (3) diperoleh sebagai persaaan (7):

$$D_{KY} = 2 + \frac{L_1 + L_2}{|L_3|} = 2,2506. \quad (7)$$

Titik kritis dapat diperoleh dari beberapa tahapan dan salah satunya adalah dengan membuat ruas kiri persamaan (3) sama dengan nol. Sehingga diperoleh sistem sebagai berikut:

$$x_3 + (x_2 - 7,2) x_1 = 0 \quad (8)$$

$$1 - 0,1x_2 - 0,1x_1^3 - x_1^4 = 0 \quad (9)$$

$$-x_1 - x_3 = 0. \quad (10)$$

Persamaan (8) sampai dengan persamaan (10) tersebut akan dicari titik kritis. Dari persamaan (10) diperoleh:

$$x_3 = -x_1 \quad (11)$$

dengan menggunakan (11), persamaan (8) dan (9) dapat disederhanakan sebagai berikut:

$$x_1 (x_2 - 8,2) = 0 \quad (12)$$

$$1 - 0,1x_2 - 0,1x_1^3 - x_1^4 = 0 \quad (13)$$

dalam hal ini terdapat dua kasus yang harus dipertimbangkan, yaitu (A):  $x_1 = 0$  dan (B):  $x_1 \neq 0$ .

Dalam kasus (A) dapat dianggap bahwa  $x_1 = 0$ . Ketika  $x_3 = -x_1$ , maka  $x_3 = 0$ . Dari persamaan (12) diperoleh  $x_2 = 10$ . Sehingga pada kasus (A) memiliki satu titik equilibrium  $E_0 = (0, 10, 0)$  dari sistem chaos risiko keuangan (12).

Pada kasus (B) dapat dianggap bahwa  $x_1 \neq 0$ . Dari persamaan (12), diperoleh  $x_2 = 8,2$ . Demikian sehingga persamaan (9) dapat disederhanakan sebagai persamaan (14):

$$0,18 - 0,1x_1^3 - x_1^4 = 0. \quad (14)$$

Untuk menyelesaikan persamaan (14) diperoleh 2 akar real  $x_1 = \pm 0,6277238528$ .

Karena  $x_3 = -x_1$  dapat dikatakan bahwa  $x_3 = \mp 0,6277238528$ .

Dengan demikian, pada kasus (B) sistem chaos model risiko keuangan (3) memiliki dua titik kesetimbangan yaitu  $E_1 = (0,62772; 8,2; -0,62772)$  dan  $E_2 = (-0,62772; 8,2; 0,62772)$ .

Dari hasil tiga titik kesetimbangan yang diperoleh yaitu  $E_0, E_1$  dan  $E_2$ , selanjutnya titik kesetimbangan tersebut digunakan untuk mendapatkan nilai Eigen.

Matriks Jacobian dari sistem chaos model risiko keuangan (3) untuk titik kesetimbangan  $E_0 = (0, 10, 0)$  dapat ditulis sebagai persamaan (15):

$$W_0 = \begin{bmatrix} 2,8 & 0 & 1 \\ 0 & -0,1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Nilai spektral  $W_0$  ditentukan menggunakan MATLAB dengan hasil sebagai persamaan (16):

$$\lambda_1 = -0,1; \lambda_2 = -0,7155; \lambda_3 = 2,5155. \quad (16)$$

Hasil yang diperoleh pada persamaan (16) dapat dinyatakan bahwa untuk titik kesetimbangan  $E_0 = (0, 10, 0)$  yang dimiliki oleh persamaan (16) adalah tidak stabil dan untuk tipe kestabilan  $E_0 = (0, 10, 0)$  yaitu saddle point untuk sistem chaos model risiko keuangan (3).

Matriks Jacobian dari sistem chaos model risiko keuangan (3) pada titik kesetimbangan  $E_1 = (0,62772; 8,2; -0,62772)$  dapat ditulis sebagai persamaan (17):

$$W_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0,6277 & 1 \\ -1,1075 & -0,1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Nilai spektral  $W_1$  ditentukan menggunakan MATLAB sebagai persamaan (18):

$$\lambda_1 = -0,65594; \lambda_{2,3} = 0,27797 \pm 0,99129i. \quad (18)$$

Hasil yang diperoleh pada persamaan (18) dapat dinyatakan bahwa untuk titik kesetimbangan  $E_1 = (0,62772; 8,2; -0,62772)$  yang dimiliki oleh persamaan (18) adalah tidak stabil dan untuk tipe kestabilan  $E_1 = (0,62772; 8,2; -0,62772)$  yaitu saddle point untuk sistem chaos model risiko keuangan (3).

Matriks Jacobian dari sistem chaos model risiko keuangan (3) pada titik kesetimbangan  $E_2 = (-0,62772; 8,2; 0,62772)$  dapat ditulis sebagai persamaan (19):

$$W_2 = \begin{bmatrix} 1 & -0,6277 & 1 \\ 0,8711 & -0,1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

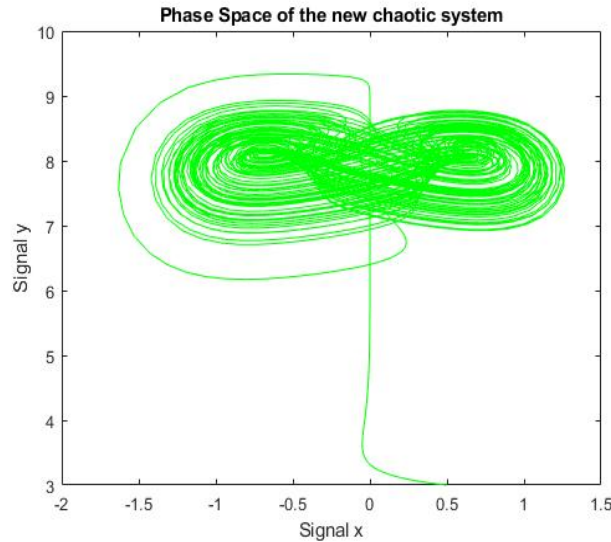
Nilai spektral  $W_2$  ditentukan menggunakan MATLAB sebagai persamaan (20):

$$\lambda_1 = -0,62499; \lambda_{2,3} = 0,26249 \pm 0,89781i. \quad (20)$$

Hasil yang diperoleh pada persamaan (20) dapat dinyatakan bahwa untuk titik kesetimbangan  $E_2 = (-0,62772; 8,2; 0,62772)$  yang dimiliki oleh persamaan (20) adalah tidak stabil dan untuk tipe kestabilan  $E_2 = (-0,62772; 8,2; 0,62772)$  yaitu saddle point untuk sistem chaos model risiko keuangan (3).

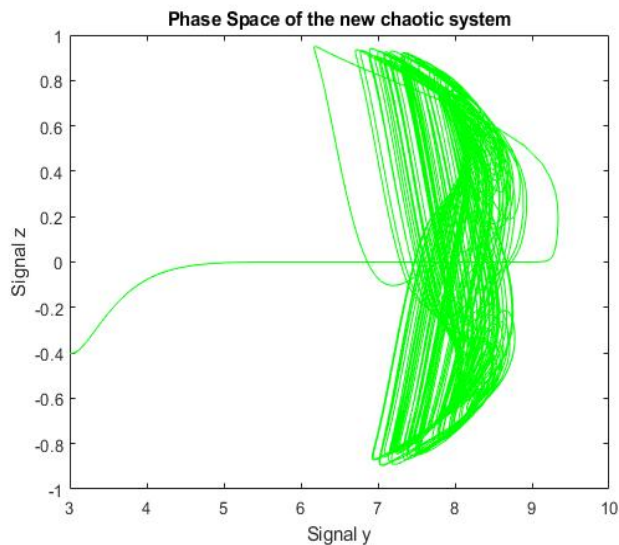
3.2. Analisis Dinamis Sistem Chaos Keuangan Baru

Analisis dinamis sistem chaos keuangan baru ditunjukkan dengan plot sinyal sistem chaos keuangan 3-D sebagaimana ditampilkan pada Gambar 1 s.d Gambar 4.



**Gambar 1.** Plot sinyal sistem chaos keuangan 3-D (3) untuk  $(a, b, c) = (7, 2; 0, 1; 0, 1)$  dan kondisi awal  $X(0) = (0, 5; 3; -0, 4)$ : bidang  $x_1, x_2$

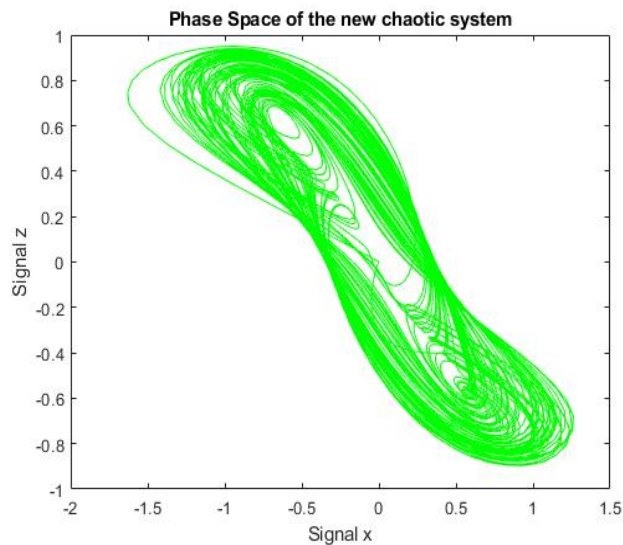
Dari hasil **Gambar 1** menunjukkan proyeksi dari ruang orbit fase bidang  $x_1, x_2$ . Berdasarkan hasil numerik pada **Gambar 1** diperoleh perilaku dinamik yang menunjukkan pergerakan dengan adanya fluktuasi sensitivitas dari lintasan mendekati titik kritis.



**Gambar 2.** Plot sinyal sistem chaos keuangan 3-D (3) untuk  $(a, b, c) = (7, 2; 0, 1; 0, 1)$  dan kondisi awal  $X(0) = (0, 5; 3; -0, 4)$ : bidang  $x_2, x_3$

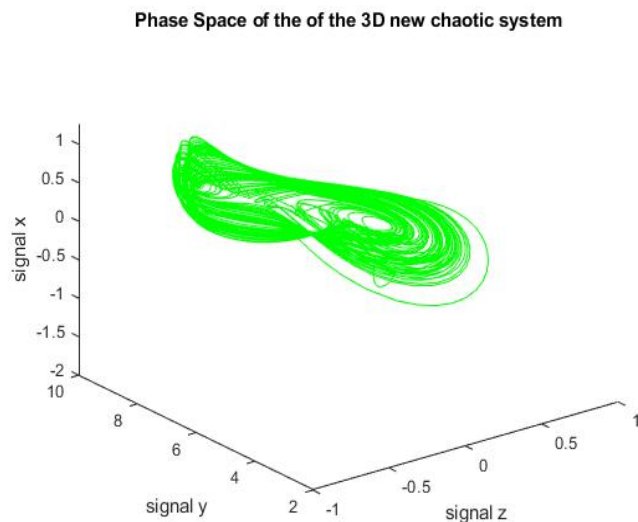
Dari hasil **Gambar 2** menunjukkan proyeksi dari ruang orbit fase bidang  $x_2, x_3$ . Berdasarkan hasil numerik pada **Gambar 2** diperoleh perilaku dinamik yang menunjukkan pergerakan dengan adanya fluktuasi sensitivitas dari lintasan mendekati titik kritis.

titik kritis. Kepadatan pada gambar menunjukkan sistem memiliki kompleksitas yang tinggi.



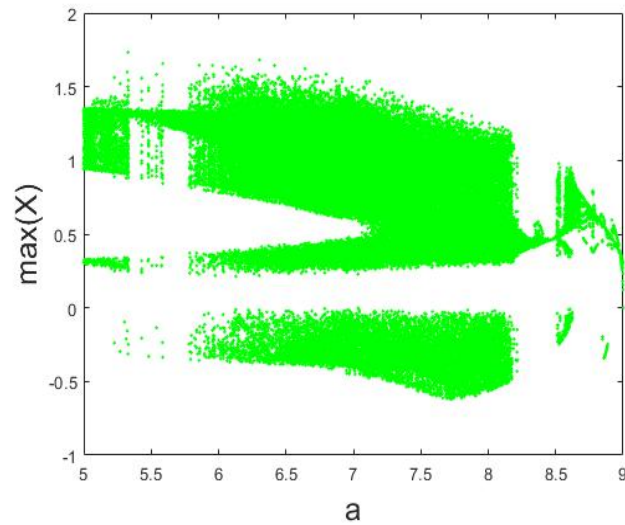
**Gambar 3.** Plot sinyal sistem chaos keuangan 3-D (3) untuk  $(a, b, c) = (7, 2; 0, 1; 0, 1)$  dan kondisi awal  $X(0) = (0, 5; 3; -0, 4)$ :bidang  $x_1, x_3$

Dari hasil **Gambar 3** menunjukkan proyeksi dari ruang orbit fase bidang  $x_1, x_3$ . Berdasarkan hasil numerik pada **Gambar 3** diperoleh hasil perilaku dinamik yang menunjukkan pergerakan dengan adanya fluktuasi sensitivitas dari lintasan mendekati titik kritis.



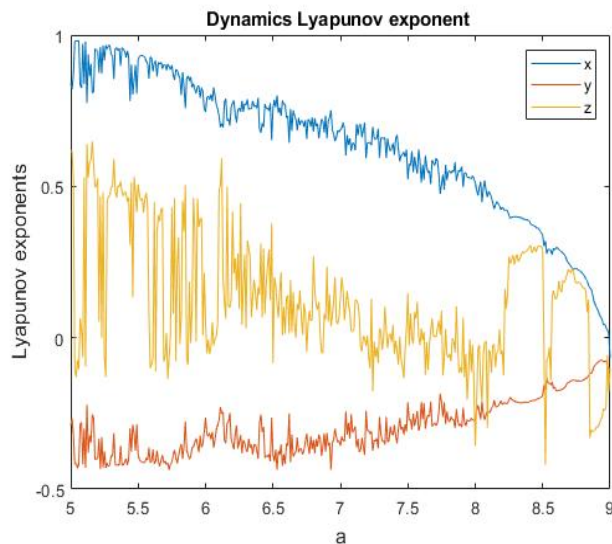
**Gambar 4.** Plot sinyal sistem chaos keuangan 3-D (3) untuk  $(a, b, c) = (7, 2; 0, 1; 0, 1)$  dan kondisi awal  $X(0) = (0, 5; 3; -0, 4)$ :  $R^3$

**Gambar 4** menunjukkan proyeksi dari ruang orbit fase bidang  $x_1, x_2, x_3$ . Berdasarkan hasil numerik pada **Gambar 4** diperoleh perilaku dinamik yang menunjukkan kerapatan dari gambar menandakan sistem memiliki kompleksitas yang tinggi. Hasil pergerakan dengan adanya fluktuasi sensitivitas dari lintasan mendekati titik kritis.



**Gambar 5.** Diagram Bifurkasi sistem chaos keuangan baru (3) untuk parameter  $a$

Pertama, asumsikan bahwa parameter sistem keuangan  $b = 0,1$ ;  $c = 0,1$  dan kondisi awal sistem  $X(0) = (0,5;3;-0,4)$ . Saat mengubah parameter  $a$  dari 5 hingga 9, diagram bifurkasi ditunjukkan pada **Gambar 5**. Dari **Gambar 5** dapat terlihat bahwa sistem chaos keuangan baru (3) pada awalnya dalam keadaan periodik, kemudian masuk dalam keadaan chaos, dan kembali ke keadaan periodik dan akhirnya cenderung menuju titik tetap.

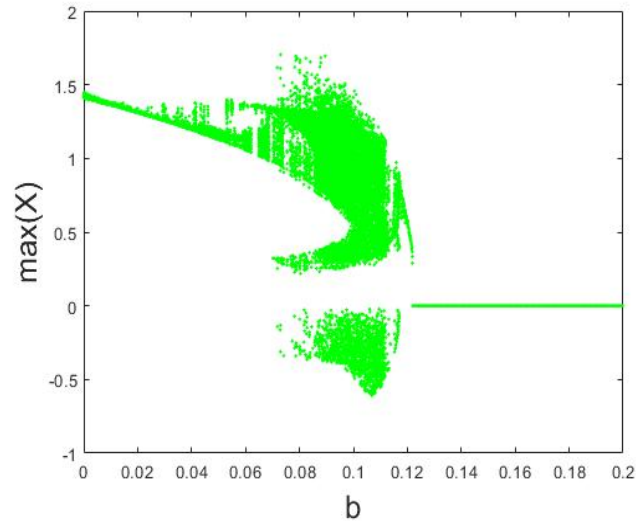


**Gambar 6.** Diagram eksponen Lyapunov sistem chaos keuangan baru (3) untuk parameter  $a$

Pertama, asumsikan bahwa parameter sistem keuangan  $b = 0,1$ ;  $c = 0,1$  dan kondisi awal sistem  $X(0) = (0,5;3;-0,4)$ . saat mengubah parameter  $a$  dari 5 hingga 9, Diagram eksponen Lyapunov ditunjukkan pada **Gambar 6**, terlihat bahwa sistem chaos keuangan baru (3) pada awalnya dalam keadaan periodik, kemudian masuk dalam keadaan chaos,

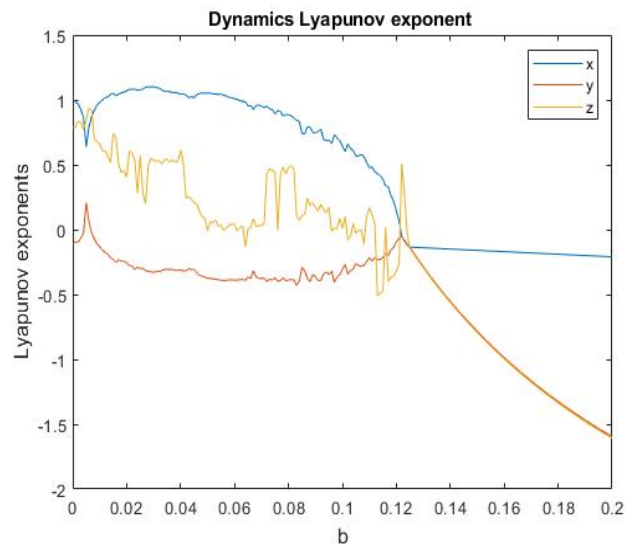


dan kembali ke keadaan periodik dan akhirnya cenderung menuju titik tetap, hasil ini sama dengan diagram bifurkasi untuk variabel parameter  $a$ .



**Gambar 7.** Diagram Bifurkasi sistem chaos keuangan baru (3) untuk parameter  $b$

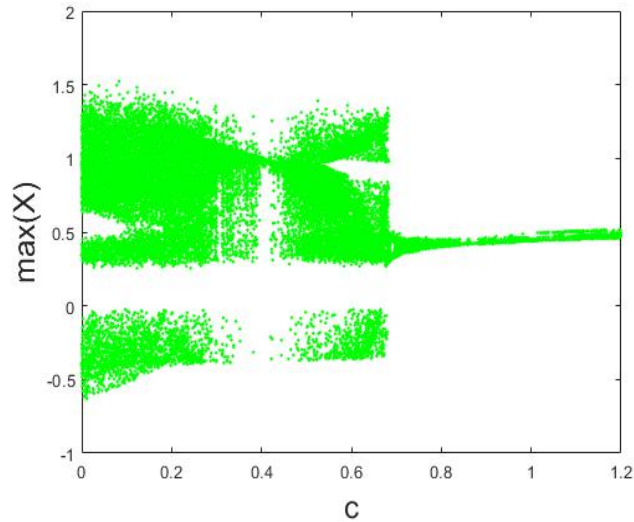
Selanjutnya, parameter sistem  $a = 7,2$ ;  $c = 0,1$  dan kondisi awal  $X(0) = (0,5;3;-0,4)$ . saat mengubah parameter  $b$  dari 0 sampai 0,2, diagram bifurkasi dapat dilihat pada **Gambar 7**, terlihat bahwa sistem chaos keuangan baru (3) menunjukkan perilaku dinamis yang berbeda, seperti keadaan periodik, chaos, dan titik tetap. Sistem mengalami perilaku periodik pada saat parameter  $b = 0,12$ .



**Gambar 8.** Diagram eksponen Lyapunov sistem chaos keuangan baru (3) untuk parameter  $b$

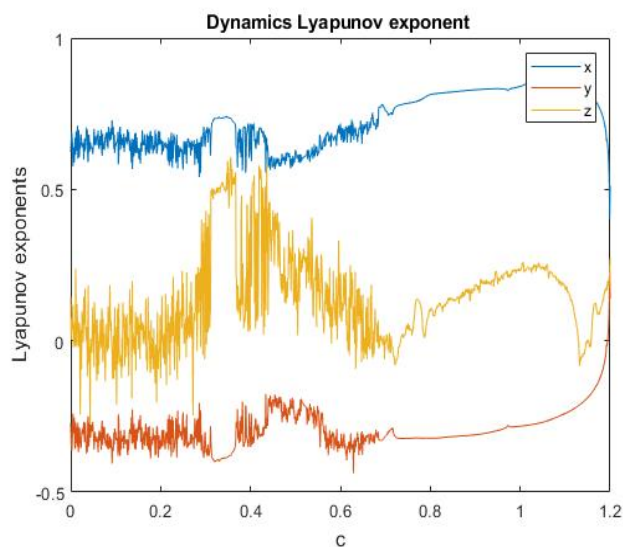
Pertama, asumsikan bahwa parameter sistem keuangan  $b = 0,1$ ;  $c = 0,1$  dan kondisi awal sistem  $X(0) = (0,5;3;-0,4)$ . saat mengubah parameter  $a$  dari 5 hingga 9, Diagram eksponen Lyapunov ditunjukkan pada **Gambar 8**, terlihat bahwa sistem chaos keuangan

baru (3) terjadi perubahan pada saat perilaku dengan parameter 0,12 sistem msuk ke dalam keadaan periodik pada awalnya dalam keadaan periodik, kemudian masuk dalam keadaan chaos, dan kembali ke keadaan periodik dan akhirnya cenderung menuju titik tetap, hasil ini sama dengan diagram bifurkasi untuk variabel parameter  $b$ .



**Gambar 9.** Diagram Bifurkasi sistem chaos keuangan baru (3) untuk parameter  $c$

Pertama, asumsikan bahwa parameter sistem keuangan  $b = 0,1$ ;  $c = 0,1$  dan kondisi awal sistem  $X(0) = (0,5;3,-0,4)$ . Pada saat mengubah parameter  $c$  dari 0 hingga 1.2, diagram bifurkasi ditunjukkan pada **Gambar 9**. terlihat bahwa sistem chaos keuangan baru (3) pada awalnya dalam keadaan periodik, kemudian masuk dalam keadaan chaos, dan kembali ke keadaan periodik pada saat parameter  $c = 0,7$  dan akhirnya cenderung menuju titik tetap.



**Gambar 10.** Diagram eksponen Lyapunov sistem chaos keuangan baru (3) untuk parameter  $c$

Dalam kasus terakhir, diasumsikan bahwa parameter sistem  $a = 7,2$ ;  $b = 0,1$  dan kondisi awal ditetapkan  $X(0) = (0,5;3;-0,4)$ . karena parameter  $c$  divariasikan pada rentang 0 sampai 1,2. diagram eksponen Lyapunov dari **Gambar 10** terlihat bahwa sistem chaos keuangan baru (3) menunjukkan perilaku chaos kemudian masuk dalam keadaan periodik pada saat  $c = 0,7$ , hasil ini menunjukkan hal yang sama dengan diagram bifurkasi [17, 18].

#### 4. Kesimpulan

Penelitian ini menghasilkan sistem chaos keuangan 3-D baru. Plot sinyal dari sistem chaos keuangan baru disajikan dan dibahas sifat-sifatnya seperti titik ekuilibrium yang diperoleh, yaitu  $E_0 = (0, 10, 0)$ ,  $E_1 = (0,62772; 8,2; -0,62772)$  dan  $E_2 = (-0,62772; 8,2; 0,62772)$ . Analisis diagram bifurkasi dan diagram eksponen Lyapunov diperoleh hasil yang sama yaitu interval terjadinya chaos untuk parameter  $5 \leq a \leq 9$ ,  $0,06 \leq b \leq 0,12$  dan  $0 \leq c \leq 0,7$ . Hasil semua plot pada penelitian ini dilustrasikan dengan menggunakan MATLAB. Dimensi Kaplan-Yorke yang diperoleh yaitu 2,2506 yang menunjukkan bahwa sistem chaos keuangan baru memiliki kompleksitas cukup tinggi.

#### Referensi

- [1] S. Vaidyanathan, A. Sambas, M. Mamat, and W. Mada Sanjaya, "A new three-dimensional chaotic system with a hidden attractor, circuit design and application in wireless mobile robot," *Archives of Control Sciences*, vol. 27, no. 4, pp. 541–554, dec 2017, doi: <http://dx.doi.org/10.1515/acsc-2017-0032>.
- [2] A. Sambas, S. Vaidyanathan, T. Bonny, S. Zhang, Sukono, Y. Hidayat, G. Gundara, and M. Mamat, "Mathematical Model and FPGA Realization of a Multi-Stable Chaotic Dynamical System with a Closed Butterfly-Like Curve of Equilibrium Points," *Applied Sciences*, vol. 11, no. 2, p. 788, jan 2021, doi: <http://dx.doi.org/10.3390/app11020788>.
- [3] M. J. Jacobson and U. Wilensky, "Complex Systems in Education: Scientific and Educational Importance and Implications for the Learning Sciences," *Journal of the Learning Sciences*, vol. 15, no. 1, pp. 11–34, jan 2006, doi: [http://dx.doi.org/10.1207/s15327809jls1501\\_4](http://dx.doi.org/10.1207/s15327809jls1501_4).
- [4] J. Li and M. Kwauk, "Exploring complex systems in chemical engineering—the multi-scale methodology," *Chemical Engineering Science*, vol. 58, no. 3-6, pp. 521–535, feb 2003, doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0009-2509\(02\)00577-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0009-2509(02)00577-8).
- [5] Sukono, A. Sambas, S. He, H. Liu, S. Vaidyanathan, Y. Hidayat, and J. Saputra, "Dynamical analysis and adaptive fuzzy control for the fractional-order financial risk chaotic system," *Advances in Difference Equations*, vol. 2020, no. 1, p. 674, dec 2020, doi: <http://dx.doi.org/10.1186/s13662-020-03131-9>.
- [6] Loid Arseni Karchava, "Theoretical basics of business communication and Its connection with other sciences," *New Economist*, vol. 4, pp. 69–71, 2018.
- [7] C. H. Hommes, "Periodic, almost periodic and chaotic behaviour in Hicks' non-linear trade cycle model," *Economics Letters*, vol. 41, no. 4, pp. 391–397, jan 1993, doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0165-1765\(93\)90211-T](http://dx.doi.org/10.1016/0165-1765(93)90211-T).
- [8] R. H. Day, "Irregular Growth Cycles," *The American Economic Review*, vol. 72, no. 3, pp. 406–414, 1982.
- [9] J. A. Scheinkman and B. LeBaron, "Nonlinear Dynamics and Stock Returns," *The Journal of Business*, vol. 62, no. 3, pp. 311–337, 1989.
- [10] W. A. Barnett, A. Gallant, M. J. Hinich, J. A. Jungeilges, D. T. Kaplan, and M. J. Jensen, "A single-blind controlled competition among tests for nonlinearity and chaos," *Journal of Econometrics*, vol. 82, no. 1, pp. 157–192, jan 1997, doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0304-4076\(97\)00081-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0304-4076(97)00081-X).
- [11] G. Feichtinger and M. Kopel, "Chaos in nonlinear dynamical systems exemplified by an R

- and D model," *European Journal of Operational Research*, vol. 68, no. 2, pp. 145–159, jul 1993, doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0377-2217\(93\)90299-3](http://dx.doi.org/10.1016/0377-2217(93)90299-3).
- [12] Y. Ma and W. Li, "Application and research of fractional differential equations in dynamic analysis of supply chain financial chaotic system," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 130, p. 109417, jan 2020, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.chaos.2019.109417>.
- [13] Q. Gao and J. Ma, "Chaos and Hopf bifurcation of a finance system," *Nonlinear Dynamics*, vol. 58, no. 1-2, pp. 209–216, oct 2009, doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s11071-009-9472-5>.
- [14] B. Subartini, F. Sukono, S. Vaidyanathan, A. Sambas, and S. Zhang, "Multistability in the Finance Chaotic System, Its Bifurcation Analysis and Global Chaos Synchronization via Integral Sliding Mode Control," *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, vol. 51, no. 4, pp. 995–1002, 2021.
- [15] K. Benkouider, T. Bouden, A. Sambas, B. Lekouaghet, M. A. Mohamed, S. Ibrahim Mohammed, M. Mamat, M. A. H. Ibrahim, and M. Z. Ahmad, "A new 10-D hyperchaotic system with coexisting attractors and high fractal dimension: Its dynamical analysis, synchronization and circuit design," *PLOS ONE*, vol. 17, no. 4, p. e0266053, apr 2022, doi: <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0266053>.
- [16] X. Zhao, Z. Li, and S. Li, "Synchronization of a chaotic finance system," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 217, no. 13, pp. 6031–6039, mar 2011, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.amc.2010.07.017>.
- [17] A. Sambas, S. Vaidyanathan, S. Zhang, Y. Zeng, M. A. Mohamed, and M. Mamat, "A New Double-Wing Chaotic System With Coexisting Attractors and Line Equilibrium: Bifurcation Analysis and Electronic Circuit Simulation," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 115 454–115 462, 2019, doi: <http://dx.doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2933456>.
- [18] A. Sambas, S. Vaidyanathan, E. Tlelo-Cuautle, B. Abd-El-Atty, A. A. A. El-Latif, O. Guillen-Fernandez, Sukono, Y. Hidayat, and G. Gundara, "A 3-D Multi-Stable System With a Peanut-Shaped Equilibrium Curve: Circuit Design, FPGA Realization, and an Application to Image Encryption," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 137 116–137 132, 2020, doi: <http://dx.doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3011724>.



This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). Editorial of JJoM: Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo, Jln. Prof. Dr. Ing. B.J. Habibie, Moutong, Tilongkabila, Kabupaten Bone Bolango, Provinsi Gorontalo 96119, Indonesia.