

Perbandingan Analisis Regresi Linear dengan Analisis Regresi Copula pada Data Keuangan

Alfi Khairiati¹, Retno Budiarti^{2*}, I Gusti Putu Purnaba³

^{1,2,3}Departemen Matematika, Fakultas MIPA, Institut Pertanian Bogor, Jalan Meranti, Kampus IPB Dramaga 16680, Jawa Barat, Indonesia

*Corresponding author. Email: retno.budiarti@gmail.com

ABSTRAK

Analisis regresi adalah analisis statistika untuk memprediksi atau menjelaskan hubungan antara peubah respon dengan satu atau beberapa peubah penjelas. Analisis regresi yang paling sederhana dan umum digunakan adalah regresi linear. Regresi copula sering dijadikan sebagai metode alternatif untuk mengatasi masalah dilanggarnya asumsi-asumsi dari model regresi linear. Keuntungan penggunaan regresi copula adalah peubah respon tidak harus mengikuti sebaran tertentu dan regresi copula dapat menjelaskan hubungan tak linear. Pada penelitian ini, copula yang digunakan adalah copula Gaussian dan copula *student's t*. Tujuan utama dari penelitian ini adalah membandingkan hasil analisis regresi linear dengan regresi copula pada data keuangan. Pada metode regresi linear, tujuannya adalah menentukan nilai dugaan peubah respon dan menganalisis pengaruh faktor makroekonomi terhadap harga saham BMRI. Sementara itu, regresi copula digunakan untuk menduga parameter copula dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* dan menentukan nilai dugaan peubah respon dengan pendekatan metode Monte Carlo. Ukuran keakuratan model yang digunakan adalah MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*). Pada penelitian ini menggunakan data keuangan yang terdiri dari data harga saham BMRI sebagai peubah respon, serta IHSG dan nilai tukar rupiah sebagai peubah penjelas. Hasil penelitian menunjukkan bahwa nilai MAPE regresi linear dan regresi copula kecil dan tidak berbeda secara signifikan, artinya kedua regresi cukup baik dalam memodelkan data keuangan.

Kata Kunci:

Regresi Linear; Copula Gaussian; Copula Student's t; Regresi Copula

ABSTRACT

Regression analysis is a statistical analysis to predict or explain the relationship between the response variable and one or more explanatory variables. The simplest and most commonly used regression analysis is linear regression. Copula regression is often used as an alternative method to overcome the problem of violating the assumptions of the linear regression model. The advantage of using copula regression is that the response variable does not have to follow a certain distribution and copula regression can explain nonlinear relationships. In this study, the copula used is the Gaussian copula and the student's *t* copula. The main objective of this study is to compare the results of linear regression analysis with copula regression on financial data. In the linear regression method, the objective is to determine the estimated value of the response variable and to analyze the effect of macroeconomic factors on BMRI's stock price. Meanwhile, copula regression was used to estimate the copula parameters using the *Maximum Likelihood Estimation* method and to determine the estimated value of the response variable using the Monte Carlo method. The measure of the accuracy of the model used is

MAPE (Mean Absolute Percentage Error). This study uses financial data consisting of BMRI stock price data as response variables, as well as IHSG and the rupiah exchange rate as explanatory variables. The results showed that the MAPE values for linear regression and copula regression were small and not significantly different, meaning that both regressions were quite good in modeling financial data.

Keywords:

Linear Regression; Gaussian Copula; Student's t Copula; Copula Regression

Format Sitasi:

A. Khairiati, R. Budiarti, and I.G.P. Purnaba, "Perbandingan Analisis Regresi Linear dengan Analisis Regresi Copula pada Data Keuangan", *Jambura J. Math.*, vol. 4, No. 2, pp. 209–219, 2022, doi: <https://doi.org/10.34312/jjom.v4i2.13829>

1. Pendahuluan

Analisis regresi adalah analisis statistika untuk memprediksi atau menjelaskan hubungan antara peubah respon dengan satu atau beberapa peubah penjelas. Analisis regresi yang paling sederhana dan umum digunakan adalah regresi linear. Menurut Pindyck dan Rubinfeld [1] dan dan Nurrisqi [2] regresi linear tersebut memiliki beberapa asumsi, yaitu: (1) Peubah Y dan peubah X memiliki hubungan linear, (2) Variabel X_1, X_2, \dots, X_n adalah variabel nonstokastik dan saling bebas, (3) Nilai harapan galat adalah nol, (4) Varian galat konstan untuk semua pengamatan, (5) Galat bersifat saling bebas satu dengan lainnya, dan (6) Galat berdistribusi normal. Namun begitu, asumsi-asumsi tersebut dalam penerapannya sering tidak terpenuhi dan oleh karena itu menurut Hakim [3] ini diperlukan model yang lebih fleksibel dalam memodelkan peubah respon yang dikenal dengan Generalized Linear Models (GLM). GLM dapat dikatakan memperumum regresi linear karena melonggarkan beberapa asumsi pada regresi linear. Namun ternyata ada yang lebih fleksibel dibandingkan dengan GLM, yaitu regresi copula. Ada beberapa keunggulan copula, antara lain kelonggaran asumsi terhadap sebaran khususnya sebaran normal, dapat menjelaskan hubungan yang tidak linear, mudah membangun sebaran bersamanya karena sebaran marginal dari peubah acak bisa berbeda atau bahkan sebaran marginalnya tidak diketahui [4, 5]. Oleh karena itu, regresi copula mempunyai cakupan analisis antar peubah menjadi lebih luas seperti, dimungkinkannya peubah penjelas merupakan peubah diskret maupun kontinu.

Penggunaan copula dalam bidang keuangan menawarkan metode yang lebih sederhana dan fleksibel untuk memodelkan struktur kebergantungan peubah banyak. Kelebihan copula dalam data keuangan adalah imbal hasil aset keuangan dibatasi oleh asumsi kenormalan. Menurut Darwis [4] ada beberapa penelitian menggunakan pendekatan copula diantaranya untuk memodelkan struktur hubungan pada klimatologi dan meteorologi. Hasil penelitian menunjukkan metode copula memiliki kinerja yang lebih baik dalam kondisi asumsi-asumsi kenormalan terlanggar. Dalam manajemen risiko, regresi copula telah ditunjukkan oleh Parsa and Klugman [6] untuk menyediakan pemodelan yang lebih baik daripada OLS dan GLM. Menurut Hikmah [7] penggunaan analisis copula pada kasus multivariat sangat sulit dilakukan untuk mendapatkan fungsi copula sehingga dikembangkan pendekatan lain dengan menggunakan vine copula. Sedangkan menurut Bramantya [8], pada ilmu studi konvensional aset-aset keuangan yang ada diasumsikan saling bebas padahal dalam kenyataannya di zaman pasar global seperti ini aset-aset keuangan tersebut tidak sepenuhnya bebas karena setiap bursa saham yang ada hampir dipastikan saling berinteraksi, baik secara langsung maupun tidak langsung. Pada studi kontemporer hubungan antar satu aset

dengan yang lainnya dapat dimodelkan dengan sebuah fungsi yang bernama copula.

Pada umumnya, kasus-kasus dibidang keuangan seringkali dijumpai data yang sebarannya tidak normal atau bahkan dipaksakan dengan asumsi sebaran normal. Salah satu kondisi dibidang keuangan yang tidak pasti yaitu saham. Saham adalah salah satu instrumen investasi yang nilai jualnya berdasarkan kinerja perusahaan penerbit saham. Pergerakan pasar yang tidak pasti memunculkan resiko yang berasal dari internal perusahaan penerbit saham seperti laporan keuangan atau kondisi keuangan perusahaan [4].

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data keuangan. Analisis yang dilakukan yaitu analisis hubungan antara harga saham BMRI (Bank Mandiri) sebagai peubah respon dengan faktor-faktor makroekonomi sebagai peubah penjelas menggunakan regresi linear dan regresi copula. Kemudian keakuratan kedua metode diukur menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Semakin kecil nilai MAPE, maka semakin akurat metode tersebut. Tujuan utama dari penelitian ini adalah membandingkan analisis regresi linear dengan regresi copula pada data keuangan. Kebaruan yang digunakan penulis pada karya ilmiah ini adalah mengkaji model regresi copula untuk kasus satu peubah respon dan dua peubah penjelas yang diterapkan pada bidang keuangan. Penelitian ini menggunakan bantuan *software open-source* R Studio.

2. Metode

Pada penelitian ini data keuangan yang digunakan adalah data harga saham BMRI sebagai peubah respon, IHSG (Imbal Harga Saham Gabungan) dan nilai tukar rupiah terhadap USD sebagai peubah penjelas. Periode data yang digunakan adalah periode bulanan dari Januari 2009 sampai Desember 2015 untuk setiap data.

Langkah-langkah analisis data yang dilakukan pada penelitian ini adalah :

1. Melakukan analisis regresi linear
 - (a) Plot data harga penutupan saham terhadap IHSG dan nilai tukar.
 - (b) Memodelkan hubungan antar variabel dengan model regresi linear.
 - (c) Estimasi parameter model regresi linear.
 - (d) Melakukan uji asumsi model regresi linear.
 - (e) Menentukan nilai dugaan peubah respon dan menganalisis pengaruh faktor makroekonomi terhadap harga saham BMRI.
 - (f) Menghitung *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) sebagai ukuran keakuratan model.
2. Melakukan analisis hubungan antar peubah dengan regresi copula
 - (a) Mengidentifikasi sebaran untuk masing-masing peubah respon dan peubah penjelas.
 - (b) Transformasi peluang.
 - (c) Menggunakan copula Gaussian dan copula *Student's t* untuk analisis regresi copula.
 - (d) Menduga parameter copula dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).
 - (e) Menentukan nilai dugaan peubah respon dengan pendekatan metode Monte Carlo [9].
 - (f) Menghitung *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) sebagai ukuran keakuratan model.

2.1. Analisis Regresi

Analisis regresi merupakan suatu analisis statistika yang digunakan untuk memprediksi atau menjelaskan hubungan suatu variabel dependen Y dengan menggunakan satu atau lebih variabel independen X_1, \dots, X_n . Jika $n > 1$, regresi yang terbentuk disebut regresi berganda dengan persamaan sebagai berikut :

$$Y_t = \delta_0 + \delta_1 X_{1t} + \delta_2 X_{2t} + \dots + \delta_n X_{nt} + \varepsilon_t ; \quad t = 1, 2, \dots, N$$

dengan ε_t merupakan galat pada waktu t . Model ditulis dalam bentuk matrik :

$$Y = X\delta + \varepsilon.$$

Asumsi yang mendasari model regresi menurut Pindyck dan Rubinfeld [1] adalah:

1. Peubah Y dan peubah X memiliki hubungan linear
2. Variabel X_1, \dots, X_n adalah variabel nonstokastik dan saling bebas.
3. Nilai harapan galat adalah nol : $E(\varepsilon_t) = 0$.
4. Varian galat konstan untuk semua pengamatan : $E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2$.
5. Galat bersifat saling bebas satu dengan lainnya.
6. Galat berdistribusi normal.

2.2. Ordinary Least Square (OLS)

Metode *Ordinary Least Square* (OLS) bertujuan untuk menemukan penduga parameter regresi dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat. Akan dicari vektor parameter $\hat{\delta}$ yang meminimumkan fungsi berikut :

$$Q = \sum_{t=1}^N \varepsilon_t^2 = \varepsilon' \varepsilon$$

dengan,

$$\varepsilon = Y - \hat{Y}$$

dan

$$\hat{Y} = X\hat{\delta}$$

ε merupakan vektor galat berukuran $N \times 1$ dengan \hat{Y} merupakan vektor penduga dari Y berukuran $N \times 1$ [1].

2.3. Copula

Menurut Nelsen [10], fungsi $C : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ adalah copula berdimensi dua, jika memenuhi sifat-sifat berikut :

1. $C(u_1, 1) = u_1$ dan $C(1, u_2) = u_2$,
2. C grounded artinya $C(u_1, 0) = C(0, u_2) = 0$,
3. C two-increasing artinya $\forall u_1, u_2, v_1, v_2 \in [0, 1], u_1 < u_2, v_1 < v_2$, maka berlaku $C(u_2, v_2) - C(u_1, v_2) - C(u_2, v_1) + C(u_1, v_1) \geq 0$.

Berikut ini akan diperlihatkan suatu teorema yang sangat penting yaitu Teorema Sklar, yang merupakan teori tentang copula dan merupakan dasar dari banyak aplikasi teori statistika. Teorema Sklar ini menjelaskan tentang peranan copula terhadap fungsi sebaran multivariat dengan sebaran-sebaran marjinal univariat [10].

2.3.1. Teorema Sklar

Misalkan F dan G adalah sebaran marginal berturut-turut bagi peubah acak X dan Y maka fungsi H adalah fungsi sebaran bersama bagi (X, Y) . Ada copula C sehingga untuk setiap $x, y \in \mathbb{R}$ berlaku,

$$H(x, y) = C(F(x), G(y)) = C(u, v).$$

2.3.2. Copula Elliptical

Ada dua keluarga copula yang sering digunakan yaitu copula Elliptical dan copula Archimedean. Copula yang paling penting pada keluarga copula Elliptical adalah copula Gaussian dan copula *Student's t*.

2.3.3. Copula Gaussian

Copula Gaussian 3 dimensi merupakan copula yang memenuhi persamaan berikut:

$$C_R^{Gauss}(u, v, w) = \Phi_R(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v), \Phi^{-1}(w))$$

dengan Φ adalah fungsi sebaran normal kumulatif dan Φ_R adalah fungsi sebaran bersama (*joint distribution function*) sebaran normal dengan mean $\mathbf{0}$ dan matriks korelasi R [11].

2.3.4. Copula Student's t

Copula *Student's t* 3 dimensi merupakan copula yang memenuhi persamaan berikut :

$$C_V^t(u, v, w) = t_{V,R}(t_V^{-1}(u), t_V^{-1}(v), t_V^{-1}(w))$$

dimana, $t_{V,R}$ adalah sebaran t multivariat, t_V adalah sebaran t dengan derajat kebebasan V dan R adalah matriks korelasi [11].

2.4. Regresi Copula

Pada penelitian ini dibatasi satu peubah respon dan dua peubah penjelas. Misalkan tiga peubah acak X_1, X_2 , dan Y memiliki fungsi sebaran berturut-turut F_1, F_2 , dan G serta H fungsi sebaran bersama antara X_1, X_2 , dan Y . Misalkan peubah acak baru $U = F_1(X_1)$, $V = F_2(X_2)$ dan $W = G(Y)$. Berdasarkan Teorema Sklar, fungsi sebarang tiga peubah X_1, X_2 , dan Y didefinisikan dengan,

$$\begin{aligned} H(x_1, x_2, y) &= P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, Y \leq y) \\ &= P(F_1(X_1) \leq F_1(x_1), F_2(X_2) \leq F_2(x_2), G(Y) \leq G(y)) \\ &= P(U \leq u, V \leq v, W \leq w) \\ &= C(u, v, w) \end{aligned}$$

Misalkan X_1, X_2 , dan Y peubah acak kontinu dengan fungsi sebaran berturut-turut F_1, F_2 , dan G , fungsi kepekatan marginal f_1, f_2 , dan g , fungsi sebaran bersama H dan fungsi kepekatan peluang bersama h . Dari transformasi $U = F_1(X_1)$, $V = F_2(X_2)$ dan $W = G(Y)$, didapat $X_1 = F_1^{-1}(U)$, $X_2 = F_2^{-1}(V)$ dan $Y = G^{-1}(W)$, maka dapat dinyatakan

$$c(u, v, w) = h(F_1^{-1}(u), F_2^{-1}(v), G^{-1}(w)) |J| \tag{1}$$

dengan

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial u} & \frac{\partial x_1}{\partial v} & \frac{\partial x_1}{\partial w} \\ \frac{\partial x_2}{\partial u} & \frac{\partial x_2}{\partial v} & \frac{\partial x_2}{\partial w} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial w} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{f_1(x_1)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{f_2(x_2)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{g(y)} \end{vmatrix}$$

dan

$$c(u, v, w) = \frac{\partial^3 C(u, v, w)}{\partial u \partial v \partial w} .$$

Sehingga persamaan (1) menjadi

$$c(u, v, w) = h(F_1^{-1}(u), F_2^{-1}(v), G^{-1}(w)) \frac{1}{f_1(x_1) f_2(x_2) g(y)}$$

atau, persamaan fungsi h dapat ditulis

$$(x_1, x_2, y) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), G(y)) f_1(x_1) f_2(x_2) g(y) . \tag{2}$$

Berikut ini, diperlihatkan kronologi penentuan regresi copula dengan memanfaatkan persamaan (2). Fungsi kepekatan peluang dari peubah acak Y bersyarat $X_1 = x_1, X_2 = x_2$ adalah

$$m(y | x_1, x_2) = \frac{h(x_1, x_2, y)}{f_{1,2}(x_1, x_2)}$$

dengan asumsi X_1 dan X_2 peubah acak yang saling bebas, artinya $f_{1,2}(x_1, x_2) = f_1(x_1) f_2(x_2)$ sehingga didapatkan

$$\begin{aligned} m(y|x_1, x_2) &= \frac{c(F_1(x_1), F_2(x_2), G(y)) f_1(x_1) f_2(x_2) g(y)}{f_1(x_1) f_2(x_2)} \\ &= c(F_1(x_1), F_2(x_2), G(y)) g(y) \end{aligned} \tag{3}$$

Berdasarkan persamaan (3), didapat nilai harapan peubah acak Y bersyarat $X_1 = x_1, X_2 = x_2$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(Y | X_1=x_1, X_2 = x_2) &= \int_{-\infty}^{\infty} y m(y | x_1, x_2) dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} y c(F_1(x_1), F_2(x_2), G(y)) g(y) dy \end{aligned} \tag{4}$$

Karena $w = G(y)$ maka $y = G^{-1}(w)$ dan $dw = g(y) dy$, Persamaan (4) dapat ditulis

$$E(Y | X_1=x_1, X_2 = x_2) = \int_0^1 G^{-1}(w) c(u, v, w) dw \tag{5}$$

Persamaan (5) dikenal sebagai regresi copula, seperti berikut :

$$\hat{y} = E(Y | X_1=x_1, X_2 = x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} yc(F_1(x_1), F_2(x_2), G(y)) g(y) dy$$

2.5. Maximum Likelihood Estimation

Maximum Likelihood Estimation (MLE) adalah metode untuk mengestimasi parameter model. Metode *maximum likelihood* merupakan metode pendugaan parameter suatu distribusi peluang dengan cara memaksimalkan fungsi *likelihood*. Misalkan Z merupakan peubah acak dengan fungsi kepekatan peluang $f(z | \theta)$ dengan θ merupakan parameter yang belum diketahui. Jika z_1, \dots, z_N adalah nilai sampel acak, maka fungsi *likelihood* dapat didefinisikan sebagai:

$$L(\theta) = f(z_1, \dots, z_N | \theta) \cdots = \prod_{t=1}^N f(z_t | \theta)$$

MLE dari θ adalah nilai θ yang memaksimalkan $L(\theta)$. MLE dari θ adalah nilai penyelesaian dari persamaan,

$$\frac{\partial}{\partial \theta} L(\theta) = 0 \text{ [12].}$$

2.6. Akaike Information Criterion (AIC)

Metode *Akaike Information Criterion* (AIC) yang dikenalkan oleh **Hirotsugu Akaike (1974)** merupakan salah satu ukuran mengevaluasi model. Pemilihan model terbaik dengan nilai AIC terkecil, dengan persamaan :

$$AIC = -2\log L + 2k$$

dengan,

L adalah logaritma fungsi kemungkinan;
 k adalah banyaknya parameter [13].

2.7. Bayesian Information Criterion (BIC)

Metode *Bayesian Information Criterion* (BIC) yang dikenalkan oleh **Gideon E.Schwarz** merupakan salah satu ukuran untuk mengevaluasi model. Pemilihan model terbaik dengan nilai BIC terkecil, dengan persamaan :

$$BIC = -2\log L + k \log n$$

dengan,

L adalah logaritma fungsi kemungkinan;
 k adalah banyaknya parameter;
 n adalah banyaknya data [13].

2.8. Mean Absolute Percentage Error

Menurut Rinaldi [14], menentukan kesalahan prediksi dapat diukur menggunakan berbagai ukuran *error*, dimana diketahui bahwa \hat{y}_t adalah data prediksi dari

perhitungan model pada waktu t . Dalam penelitian ini ukuran *error* yang digunakan dalam menghitung nilai ketepatan prediksi yaitu MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*). MAPE merupakan ukuran ketepatan relatif yang digunakan untuk mengetahui persentase penyimpangan hasil peramalan [15], dengan persamaan sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |PE_i|$$

Galat persentase (*percentage error*) :

$$PE_i = \left(\frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right) \times 100\%.$$

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Analisis Regresi Linear

Model regresi linear yang akan digunakan untuk data keuangan harga saham BMRI sebagai berikut:

$$y_t = \delta_0 + \delta_1 IHS G_t + \delta_2 NT_t + \varepsilon_t$$

dengan:

- y_t : Harga saham BMRI pada waktu t
- $\delta_0, \delta_1, \delta_2$: Koefisien model
- $IHS G_t$: Harga saham IHSG pada waktu t
- NT_t : Nilai tukar pada waktu t
- ε_t : galat pada waktu t .

Langkah berikutnya, menentukan pendugaan parameter model menggunakan metode *Ordinary Least Square*. Hasil pendugaan disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Hasil metode *Ordinary Least Square*

Variabel	<i>Intercept</i>	IHSG	NT
Parameter	-1,126	1,101	0,053
<i>p-value</i>		0,000	0,001

Berdasarkan hasil estimasi model pada Tabel 1, persamaan regresi linear dinyatakan dengan,

$$\hat{y}_t = -1,126 + 1,101 IHS G + 0,053 NT.$$

Nilai *p-value* dari perubahan IHSG dan nilai tukar $< 5\%$ yang berarti perubahan IHSG dan nilai tukar dapat dianggap berpengaruh terhadap harga saham BMRI. Dari persamaan di atas menunjukkan bahwa koefisien IHSG sebesar 1,101. Hal ini berarti bahwa setiap kenaikan pada IHSG sebesar satu-satuan, maka akan menyebabkan harga saham BMRI naik sebesar 1,101 satuan dengan asumsi variabel lain bernilai tetap. Selain itu, koefisien nilai tukar adalah sebesar 0,053. Hal ini berarti bahwa setiap kenaikan nilai tukar sebesar satu satuan, maka akan menyebabkan harga penutupan saham BMRI naik sebesar 0,053 satuan dengan asumsi variabel lain bernilai tetap. Selanjutnya asumsi model regresi linear diuji dan hasilnya yang ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2 menunjukkan bahwa semua asumsi model regresi linear terpenuhi.

Tabel 2. Hasil uji asumsi regresi linear

Uji	Metode	Hasil	Kesimpulan
Kenormalan	Jarque Bera	Nilai $p = 0,835$	Normal
Homoskedastisitas	Breush Pagan	Nilai $p = 0,189$	Homoskedastisitas
Autokorelasi	Durbin Watson	Nilai $p = 0,8513$	Tidak ada Autokorelasi
Multikolinieritas	VIF	VIF $X_1=1,198404$ VIF $X_2=1,198404$	Tidak terjadi Multikolinieritas

3.2. Analisis Regresi Copula

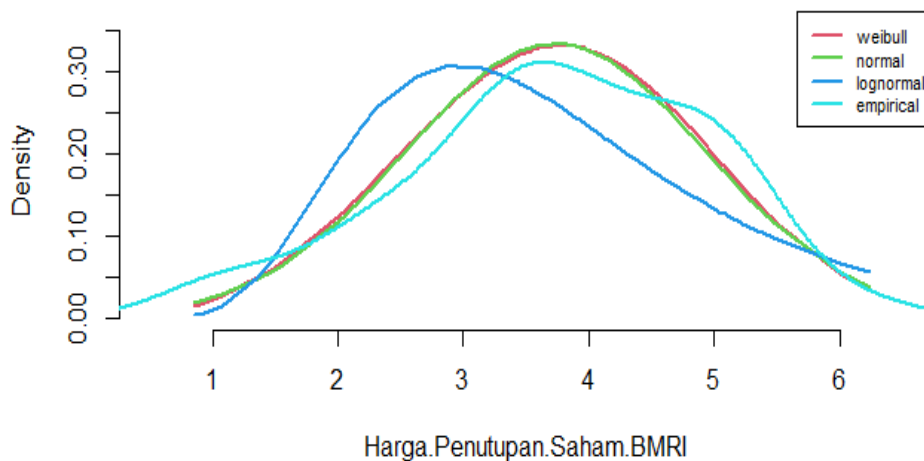
Regresi copula yang digunakan dalam penelitian ini adalah persamaan (5). Model regresi copula yang terbentuk bergantung pada fungsi sebaran copula. Nilai y dugaan didapatkan dengan mencari nilai harapan dari fungsi peluang bersyarat seperti persamaan berikut,

$$\hat{y} = E(Y | X_1, X_2) + (y - E(Y | X_1, X_2)) = E(Y | X_1, X_2) . \tag{6}$$

Dengan memanfaatkan persamaan (6) perhitungan $\hat{y} = E(Y | X_1, X_2)$ dengan pendekatan metode Monte Carlo, yaitu:

$$\hat{y} = \int_0^1 G^{-1}(w) c(u, v, w) dw \approx \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n G^{-1}(w_t) c(u_t, v_t, w_t) dw .$$

Langkah pertama dalam analisis regresi copula adalah melakukan identifikasi sebaran marginal dengan mencocokkan grafik sebaran empirik dengan beberapa sebaran khususnya [16], sebagaimana ditampilkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Grafik sebaran empiris dengan sebaran marginal peubah respon

Pada Gambar 1 sebaran empiris peubah respon diduga memiliki sebaran Weibull, normal, dan lognormal. Oleh karena itu, untuk memutuskan sebaran peubah respon yang paling sesuai ditentukan menggunakan nilai AIC dan BIC. Hal yang sama dilakukan untuk peubah penjelas dan hasilnya dirangkum pada Tabel 3.

Pada Tabel 3 menunjukkan hasil AIC dan BIC terkecil dari peubah harga saham BMRI

Tabel 3. Sebaran yang sesuai untuk peubah respon dan peubah penjelas

Peubah	Sebaran yang dipilih	Nilai AIC	Nilai BIC
BMRI	Weibull*	271.834	276.696
	Normal	272.678	277.539
	Lognormal	300.623	305.485
IHSG	Weibull*	1403.396	1408.258
	Normal	1409.036	1413.897
	Lognormal	1436.249	1441.110
Nilai Tukar	Weibull	1494.534	1499.396
	Normal	1483.685	1488.546
	Lognormal*	1475.321	1480.183

Keterangan: *) menunjukkan nilai AIC dan BIC terkecil

dan IHSG yaitu sebaran Weibull, sedangkan peubah nilai tukar yaitu sebaran lognormal. Hasil penduga parameter sebaran yang terpilih pada Tabel 3 ditunjukkan pada Tabel 4 dengan memilih hasil nilai AIC dan BIC terkecil dari tiga peubah yang mendekati sebaran empirisnya.

Tabel 4. Penduga parameter sebaran yang terpilih

Peubah	Sebaran	Parameter	
BMRI	Weibull	$\hat{\mu} = 3,570478$	$\hat{\sigma} = 4,146079$
IHSG	Weibull	$\hat{\mu} = 4,666251$	$\hat{\sigma} = 4290,993$
Nilai Tukar	Lognormal	$\hat{\mu} = 9,246011$	$\hat{\sigma} = 0,148512$

3.3. Pendugaan Parameter Copula

Parameter copula Gaussian dan *Student's t* berturut-turut adalah matriks korelasi R_1 dan R_2 yang diestimasi menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* [17, 18]. Adapun nilai estimasi dari matriks R_1 dan R_2 adalah sebagai berikut:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9888 & 0.4755 \\ 0.9888 & 1 & 0.4828 \\ 0.4755 & 0.4828 & 1 \end{bmatrix} \quad R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9890 & 0.4752 \\ 0.9890 & 1 & 0.4829 \\ 0.4752 & 0.4829 & 1 \end{bmatrix}.$$

3.4. Evaluasi Model Linear dan Copula

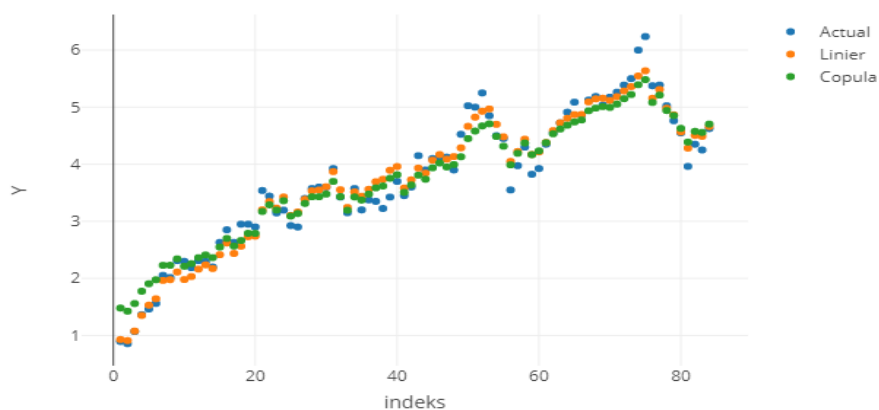
Setelah dilakukan pendugaan peubah respon kedua model regresi linear dan regresi copula, selanjutnya dilakukan pengukuran keakuratan model menggunakan MAPE. Evaluasi model tersebut diukur ketepatan nilai dugaan menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), dengan nilai MAPE disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Nilai MAPE model linear dan copula

Kode Saham	MAPE model linear	MAPE model copula
BMRI	0,046	0,077

Untuk memperjelaskan hasil pengukuran keakuratan kedua model, dilakukan plot antara harga saham BMRI aktual dengan harga saham BMRI dugaan berdasarkan regresi linear dan regresi copula pada Gambar 2.

Gambar 2 mendukung nilai MAPE yang kecil pada kedua model yaitu 4,6% untuk model



Gambar 2. Plot Y aktual dengan \hat{Y} regresi linear dan \hat{Y} regresi copula

linear dan 7,7% untuk model copula, yaitu harga saham BMRI hasil dugaan kedua model terlihat mendekati harga saham BMRI aktual.

4. Kesimpulan

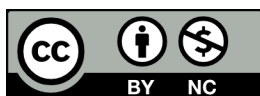
Berdasarkan hasil analisis regresi linear dan analisis regresi copula, penelitian ini telah mengaplikasikan harga saham BMRI dengan faktor makroekonominya pada data yang digunakan adalah periode bulanan dari Januari 2009 – Desember 2015, dapat disimpulkan bahwa: (1) Pada analisis regresi linear dengan membandingkan Y aktual dan Y dugaan diperoleh nilai MAPE sebesar 4,6%; (2) Pada analisis regresi copula dengan membandingkan Y aktual dan Y dugaan diperoleh nilai MAPE sebesar 7,7%; (3) Dengan membandingkan nilai MAPE kedua model, dikatakan bahwa kedua regresi cukup baik dalam memodelkan data keuangan ini. Hal tersebut ditunjukkan dengan nilai MAPE kedua model kurang dari 10%. Pada penelitian ini, hanya dibatasi penggunaan peubah penjelasnya saling bebas, sehingga disarankan untuk penelitian selanjutnya mengkaji dan mengaplikasikan pemodelan dengan menggunakan peubah penjelas yang tidak saling bebas. Kemudian disarankan dalam penggunaan copula selanjutnya menggunakan keluarga copula yang lebih kompleks.

Referensi

- [1] R. S. Pindyck and D. L. Rubinfeld, *Econometrics Models and Economic Forecast*. Singapore: MC Graw Hill, 1998.
- [2] S. T. Nurriszqi, *Analisis Pengaruh Faktor Makroekonomi terhadap Imbal Hasil Saham Sektor Keuangan*. Bogor: IPB University, 2020.
- [3] L. Hakim, *Studi Simulasi Perbandingan Regresi Generalized Linear Model dan Regresi Berbasis Copula*. Bogor: IPB University, 2021.
- [4] D. Darwis, *Analisis Hubungan dan Prediksi Indeks Harga Saham Gabungan dengan Faktor Makroekonomi melalui Pendekatan Copula*. Bogor: IPB University, 2016.
- [5] G. Masarotto and C. Varin, "Gaussian copula marginal regression," *Electronic Journal of Statistics*, vol. 6, no. none, jan 2012, doi: <http://dx.doi.org/10.1214/12-EJS721>.
- [6] A. R. Parsa and S. A. Klugman, "Copula Regression," *Casualty Actuarial Society*, vol. 5, no. 1, pp. 46–50, 2011.
- [7] I. R. Hikmah, *Identifikasi Struktur Dependensi dan Prediksi Indeks Harga Saham Gabungan dengan Pendekatan C-V Vine Copula*. Bogor: IPB University, 2017.
- [8] I. S. Bramantya, R. Budiarti, and I. G. P. Purnaba, "Pemodelan Indeks Harga Saham Gabungan dan Penentuan Rank Correlation dengan Menggunakan Copula," in *Prosiding*

Seminar Nasional Matematika, Statistika, Pendidikan Matematika, dan Komputasi, 2014, pp. 502–512.

- [9] N. Metropolis and S. Ulam, “The Monte Carlo Method,” *Journal of the American Statistical Association*, vol. 44, no. 247, pp. 335–341, sep 1949, doi: <http://dx.doi.org/10.1080/01621459.1949.10483310>.
- [10] R. B. Nelsen, *An Introduction to Copulas*, ser. Springer Series in Statistics. New York, NY: Springer New York, 2006, doi: <http://dx.doi.org/10.1007/0-387-28678-0>.
- [11] J. Rank, “Copulas: From theory to application in Finance,” 2006.
- [12] H. Joe, *Multivariate Models and Multivariate Dependence Concepts*. London: Crc Press, 1997.
- [13] K. P. Burnham and D. R. Anderson, “Multimodel Inference,” *Sociological Methods & Research*, vol. 33, no. 2, pp. 261–304, nov 2004, doi: <http://dx.doi.org/10.1177/0049124104268644>.
- [14] G. A. Rinadi, L. R. Sasongko, and B. Susanto, “Regresi Median Pada Copula Bivariat,” *JTAM — Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika*, vol. 3, no. 1, pp. 07–14, apr 2019, doi: <http://dx.doi.org/10.31764/jtam.v3i1.728>.
- [15] W. Wei, *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. New York: Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1990.
- [16] S. A. Klugman, H. H. Panjer, and G. E. Willmot, *Loss Models: Further Topics*. Canada: John Wiley & Sons, Inc, 2013.
- [17] L. Zhang and V. P. Singh, “Non-Archimedean Copulas,” in *Copulas and their Applications in Water Resources Engineering*. Cambridge University Press, jan 2019, pp. 261–303, doi: <http://dx.doi.org/10.1017/9781108565103.008>.
- [18] Q. Zhang, V. P. Singh, J. Li, F. Jiang, and Y. Bai, “Spatio-temporal variations of precipitation extremes in Xinjiang, China,” *Journal of Hydrology*, vol. 434–435, no. 7, pp. 7–18, apr 2012, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2012.02.038>.



This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). Editorial of JJoM: Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo, Jln. Prof. Dr. Ing. B.J. Habiebie, Moutong, Tilongkabila, Kabupaten Bone Bolango, Provinsi Gorontalo 96119, Indonesia.