

Algoritma Ant Colony Optimization pada Quadratic Assignment Problem

Oni Soesanto ^{1*}, Pardi Affandi ², Nurul Dasima Astuti ³

^{1,2,3} Program Studi Matematika Fakultas MIPA, Universitas Lambung Mangkurat,
Jl. Ahmad Yani KM. 36, Banjarbaru, Kalimantan Selatan, Indonesia

* Penulis Korespondensi. Email: osoesanto@ulm.ac.id

ABSTRAK

Quadratic Assignment Problem (QAP) merupakan salah satu perluasan dari masalah penugasan dengan menetapkan n fasilitas ke n lokasi tertentu untuk meminimalkan total biaya penugasan. QAP juga merupakan masalah optimasi kombinatorial yaitu masalah yang mempunyai himpunan solusi terhingga. Pada dasarnya solusi dari masalah kombinatorial bisa didapatkan dengan hasil yang tepat namun untuk masalah kompleks dengan ukuran data yang lebih besar cukup sulit dalam perhitungan karena waktu yang digunakan cukup lama untuk proses penyelesaian. Salah satu algoritma yang diterapkan dalam penyelesaian QAP ini adalah algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO) yaitu algoritma yang meniru tingkah laku semut dalam mencari makanan dari sarang ke sumber makanan dengan bantuan komunikasi tak langsung yang disebut *pheromone*, sehingga *pheromone* ini digunakan untuk mencari solusi optimal dengan waktu yang cukup singkat. Penelitian ini menggunakan ACO untuk menyelesaikan masalah QAP dengan melibatkan rumus *random proportional rule*, mendapatkan solusi terkecil dan memperbaharui *pheromone* hingga penugasan stabil. Solusi yang didapatkan bernilai tetap sampai solusi maksimum penugasan. Memanfaatkan studi kasus pada kasus Nugent diperoleh solusi yang lebih minimal dan penempatan fasilitas kelokasi yang tepat melalui bantuan *pheromone* dan disimpan dalam *tabu list* sehingga semua fasilitas mendapatkan lokasi yang layak dengan waktu yang cukup singkat dalam penyelesaian.

Kata Kunci:

Quadratic Assignment Problem, Ant Colony Optimization, Tabu List, Pheromone

Diterima:
31-05-2019

Disetujui:
13-07-2019

Online:
30-07-2019

ABSTRACT

Quadratic Assignment Problem (QAP) is one extension of the assignment problem by setting n facilities to n certain locations to minimize the total assignment costs. QAP is also a combinatorial optimization problem that is a problem that has a finite set of solutions. Basically the solution of combinatorial problems can be obtained with the right results but for complex problems with larger data sizes it is quite difficult to calculate because the time used is long enough for the completion process. One of the algorithms implemented in the completion of QAP is the *Ant Colony Optimization* (ACO) algorithm is an algorithm that mimics the behavior of ants in finding food from the nest to a food source with the help of indirect communication called *pheromone*, so that *pheromone* is used to find optimal solutions with quite a short time. in this research ACO is used to solve the QAP problem by using a *random proportional of rule formula* then getting the smallest solution and renewing the *pheromone* until the assignment is stable and the solution obtained is fixed until the maximum assignment solution. The results obtained to complete the Quadratic Assignment Problem with the *Ant Colony Optimization* algorithm to get a solution to the QAP problems tested in the Nugent case resulted in a more minimal

solution and the placement of appropriate location facilities through pheromone assistance and stored in a taboo list so that all facilities get a decent location with a worth it short time in completion.

Keywords:

Quadratic Assignment Problem, Ant Colony Optimization, tabu list, pheromone

Received:
2019-05-31

Accepted:
2019-07-13

Online:
2019-07-30

DOI: <http://dx.doi.org/10.34312%2Fjjom.v1i2.2353>

1. Pendahuluan

Masalah penugasan adalah salah satu masalah optimasi pengalokasian dari satu sumber (pekerja atau mesin) yang ditugaskan ke suatu tugas (pekerjaan atau lokasi) dengan tujuan untuk mendapatkan biaya optimal [1]. Masalah penugasan diperluas menjadi *Quadratic Assignment Problem* (QAP) yang merupakan masalah penempatan fasilitas lokasi. QAP diperkenalkan oleh Koopmans dan Backman pada tahun 1957 dengan menetapkan n fasilitas (material) ke n lokasi tertentu untuk meminimalkan total biaya aktivitas kegiatan. Masalah QAP juga dikenal sebagai masalah optimasi kombinatorial yang mempunyai himpunan solusi yang terhingga. Secara prinsip solusi dari masalah optimasi kombinatorial bisa didapatkan hasil solusi dengan tepat namun waktu yang diperlukan cukup lama dalam proses perhitungan sehingga kurang optimal. Banyak penelitian mengembangkan beberapa metode yang efisien untuk penyelesaian QAP salah satunya adalah *metaheuristik*. *Metaheuristik* yang dikembangkan untuk masalah QAP adalah algoritma *Ant Colony Optimization* [2]. ACO merupakan algoritma dengan mengambil contoh perilaku semut yang bekerja sama untuk mencari makan. Semut diketahui mampu untuk menemukan jalur terpendek dari sarang mereka menuju ke sumber makanan, hal ini telah diamati bahwa pada saat semut berjalan mereka meninggalkan sejumlah informasi yang disebut *pheromone* sebagai komunikasi tidak langsung dan juga pertukaran informasi antar semut. Pada ACO, *pheromone* digunakan untuk mencari solusi optimal dari perjalanan semut tersebut sehingga proses perjalanan dari sarang ketujuan sumber makanan lebih cepat [3]. Penelitian ini fokus untuk membahas bagaimana penggunaan Algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO) pada penyelesaian *Quadratic Assignment Problem* dengan ukuran data masalah yang lebih besar atau kompleks.

2. Metode

Pada penelitian ini data yang digunakan berupa data fasilitas lokasi oleh [7] yang terdapat dalam referensi QAP-Library (QAPLIB), dimana data ini berupa ukuran matriks yang diujicoba dalam suatu metode untuk mendapatkan solusi, salah satunya algoritma ACO dalam permasalahan QAP [8]. Adapun prosedur-prosedur yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengalikan jumlahan matriks fasilitas dan jumlahan matriks lokasi untuk mendapatkan matriks biaya penugasan
2. Penetapan parameter awal dan pengisian *tabu list* untuk memilih fasilitas lokasi dengan rumus *Random Proportional Rule*.
3. Menghitung biaya fungsi tujuan setelah *tabu list* penuh dengan persamaan (1) dan dicari nilai terkecil sebagai solusi terbaik.
4. Memperbaharui matriks *pheromone* dengan rumus *Global Pheromone Updating Rule*, nilai matriks *pheromone* yang baru akan digunakan untuk penugasan selanjutnya.

5. Jika penugasan sama dengan maksimum penugasan maka penugasan telah berhenti dan mendapatkan solusi QAP. Apabila belum mendapatkan solusi maka kosongkan *tabu list* dan kembali lakukan langkah 2.
6. Membuat kesimpulan penelitian.

3. Hasil dan Pembahasan

Pengumpulan data membahas tentang tahapan kuesioner untuk mengetahui persepsi mahasiswa terhadap dosen. sedangkan pada bagian pengolahan data membahas tentang tahapan pengolahan data dari kuesioner dengan menggunakan SPSS 25.

3.1. Ant Colony Optimization (ACO) untuk solusi Quadratic Assignment Problem

Dalam penyelesaian QAP dengan algoritma ACO terdapat fasilitas-fasilitas yang akan ditempatkan ke lokasi-lokasi tertentu untuk suatu penugasan dimana penempatan awal fasilitas untuk lokasi akan dipilih secara acak kemudian untuk pemilihan fasilitas ke lokasi selanjutnya akan ditentukan berdasarkan *pheromone* yang dipengaruhi oleh tetapan intensitas *pheromone* dan tetapan visibilitas pada persamaan (5), sehingga dari pemilihan tersebut akan terbentuk urutan fasilitas-fasilitas ke lokasi-lokasi dalam penugasan, kemudian urutan fasilitas ke lokasi tersebut akan di hitung total biaya penugasan, selanjutnya akan dilakukan pembaruan *pheromone* dengan persamaan (6) untuk penugasan berikutnya.

Dalam menyelesaikan *Quadratic Assignment Problem* dengan *Ant Colony Optimization* maka dilakukan langkah - langkah sebagai berikut :

Langkah 1. Pengisian Matriks Biaya pada QAP

Pengisian matriks biaya pada QAP dengan mengalikan jumlahan matriks fasilitas dan jumlahan matriks lokasi. Matriks biaya dapat dinyatakan sebagai matriks $n \times n$ berikut:

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

Matriks biaya dari fasilitas lokasi akan digunakan untuk memilih fasilitas ke lokasi yang layak dalam algoritma ACO.

Langkah 2. Penetapan Parameter Awal dan Pengisian *Tabu List*

Pada algoritma ACO dengan rumus *Ant System* akan digunakan nilai parameter-parameter sebagai berikut:

- a) Nilai α : Tetapan pengendali intensitas *pheromone* atau jejak semut ($\alpha > 0$)
- b) Nilai β : Tetapan pengendali visibilitas ($\beta > 0$)
- c) Visibilitas antar penugasan ($\eta_{ij} = \frac{1}{c_{ij}}$).
- d) Nilai ρ : Koefisien penguapan intensitas *pheromone*
- e) $\tau_{ij}(t)$: Intensitas *pheromone*. Nilai τ_{ij} akan diperbaharui pada setiap penugasan dari penugasan pertama sampai penugasan maksimum.
- f) Maksimum penugasan: Batas penugasan yang dilakukan.

Pengisian Tabu list

Masing-masing semut secara acak akan memilih fasilitas 'i' yang ditugaskan ke lokasi 'j' dengan rumus *Random Proportional Rule* pada persamaan (5) dimana probabilitas semut untuk menetapkan fasilitas 'i' ke lokasi 'j' pada penugasan 't.'

$$p_{ij}(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \left[\frac{1}{c_{ij}}\right]^\beta}{\sum_{j \in s_k} [\tau_{ij}(t)]^\alpha \left[\frac{1}{c_{ij}}\right]^\beta}$$

$$p_{ij} = \frac{[\tau_{11}]^\alpha \cdot \left[\frac{1}{c_{11}}\right]^\beta}{[\tau_{11}]^\alpha \cdot \left[\frac{1}{c_{11}}\right]^\beta + [\tau_{21}]^\alpha \cdot \left[\frac{1}{c_{21}}\right]^\beta + [\tau_{31}]^\alpha \cdot \left[\frac{1}{c_{31}}\right]^\beta + \dots + [\tau_{n1}]^\alpha \cdot \left[\frac{1}{c_{n1}}\right]^\beta}$$

$$\vdots$$

$$p_{ij} = \frac{[\tau_{n1}]^\alpha \cdot \left[\frac{1}{c_{n1}}\right]^\beta}{[\tau_{n1}]^\alpha \cdot \left[\frac{1}{c_{n1}}\right]^\beta + [\tau_{n2}]^\alpha \cdot \left[\frac{1}{c_{n2}}\right]^\beta + [\tau_{n3}]^\alpha \cdot \left[\frac{1}{c_{n3}}\right]^\beta + \dots + [\tau_{nn}]^\alpha \cdot \left[\frac{1}{c_{nn}}\right]^\beta}$$

Langkah 3. Menghitung Nilai Fungsi Tujuan

Selanjutnya menghitung nilai fungsi tujuan tiap semut yang didapatkan dengan menggunakan persamaan (1) pada formula QAP dimana *tabu list* yang sudah didapatkan merupakan nilai dari lokasi yang dipilih sebagai penempatan fasilitas ke lokasi. Setelah menghitung semua nilai pada *tabu list* maka akan dipilih nilai terkecil dan disimpan sebagai solusi terbaik.

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{r=1}^n \sum_{s=1}^n f_{ir} d_{js} x_{ij} x_{rs}$$

$$z = f_{11}d_{11}x_{11}x_{11} + f_{12}d_{12}x_{12}x_{12} + \dots + f_{1n}d_{1n}x_{1n}x_{1n} + f_{21}d_{21}x_{21}x_{21} + f_{22}d_{22}x_{22}x_{22} + \dots + f_{2n}d_{2n}x_{2n}x_{2n} + f_{n1}d_{n1}x_{n1}x_{n1} + f_{n2}d_{n2}x_{n2}x_{n2} + \dots + f_{nn}d_{nn}x_{nn}x_{nn}$$

Langkah 4. Memperbaharui Matriks *Pheromone*

Jika solusi terbaik sudah dipilih maka akan diperbaharui matriks *pheromone* baru untuk penugasan selanjutnya dengan rumus *Global Pheromone Updating* pada persamaan (6) dengan terlebih dahulu menentukan nilai delta $\Delta\tau_{ij}^k$ yaitu $\frac{Q}{z_k}$, dimana z_k merupakan nilai fungsi tujuan yang didapatkan oleh semut ke k dengan memperhatikan fasilitas lokasi yang sudah dipilih untuk mendapatkan nilai *pheromone* baru sebagai berikut :

$$\tau_{ij}^{(t+1)} = \rho \cdot \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k$$

$$\tau_{ij}^{(t+1)} = \rho \cdot \tau_{ij}(t) + \left\{ \frac{Q}{z_1} + \frac{Q}{z_2} + \dots + \frac{Q}{z_n} \right\}$$

Dengan $\tau_{ij}(t)$ adalah *pheromone* awal yang sudah ditetapkan sebelumnya.

Langkah 5. Pengosongan *tabu list* dan ulangi langkah 2 hingga maksimum penugasan mencapai batas tertentu

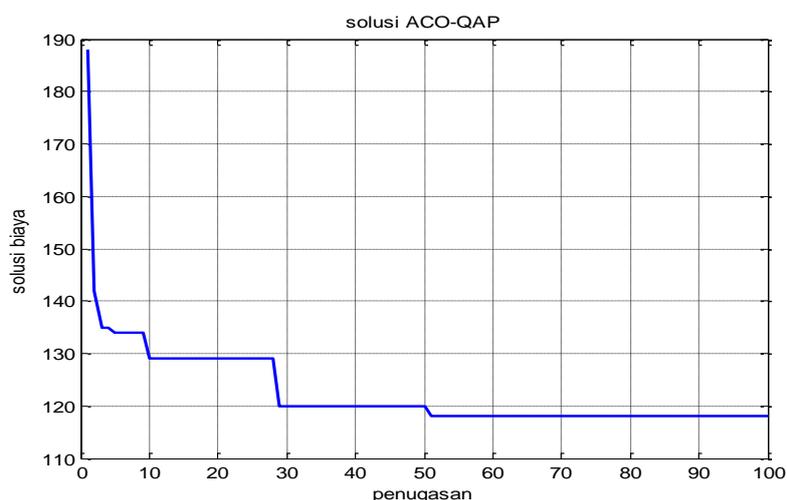
Tabu list dikosongkan dan akan diisi kembali setelah mendapatkan *pheromone* baru pada penugasan selanjutnya sampai nilai biaya tetap, jika maksimum penugasan belum mencapai nilai yang tetap atau stabil maka ulangi langkah berikut dengan mengulang Langkah 2 dengan menggunakan *pheromone* yang telah diperbahru.

3.2. Contoh Kasus dan Pembahasan

Penyelesaian QAP menggunakan algoritma ACO dengan contoh kasus QAP diambil dari data *Nugent* dalam referensi *QAP-Library* (QAPLIB) untuk data fasilitas lokasi [7]. Fasilitas lokasi yang digunakan berupa matriks berukuran 8×8 , dimana untuk pengujian kasus ini didapatkan matriks biaya yaitu

$$C = \begin{bmatrix} 288 & 216 & 216 & 288 & 288 & 216 & 216 & 288 \\ 224 & 168 & 168 & 224 & 224 & 168 & 168 & 224 \\ 160 & 120 & 120 & 160 & 160 & 120 & 120 & 160 \\ 368 & 276 & 276 & 368 & 368 & 276 & 276 & 368 \\ 288 & 216 & 216 & 288 & 288 & 216 & 216 & 288 \\ 320 & 240 & 240 & 320 & 320 & 240 & 240 & 320 \\ 304 & 228 & 228 & 304 & 304 & 228 & 228 & 304 \\ 512 & 384 & 384 & 512 & 512 & 384 & 384 & 512 \end{bmatrix}$$

Setelah didapatkan matriks biaya penugasan kemudian lakukan langkah selanjutnya dengan parameter tetapan yaitu dengan 5 semut, α dan $\beta = 1$, $\rho = 0,9$, $Q = 10$, dan maksimum penugasan = 100, sehingga untuk contoh kasus dalam penelitian ini didapatkan solusi biaya dan penempatan fasilitas lokasi pada Gambar 1.



Gambar 1. Solusi biaya penugasan ukuran 8 fasilitas dan 8 lokasi

Berdasarkan proses penugasan pada Gambar 1 menunjukkan hasil solusi yang didapatkan pada penugasan adalah stabil dengan solusi nilai terakhir pada penugasan ke 51 sampai maksimum penugasan ke 100 yaitu 118 dengan menempatkan fasilitas ke lokasi yang ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Fasilitas dan lokasi matriks C

(fasilitas, lokasi)	(5,1)	(6,2)	(1,3)	(3,4)	(4,5)	(8,6)	(7,7)	(2,8)
---------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Label pada Tabel 1 diatas menunjukkan penempatan fasilitas lokasi yaitu fasilitas 5 berada pada lokasi 1, fasilitas 6 pada lokasi 2, fasilitas 1 ke lokasi 3, fasilitas 3 ke lokasi 4, fasilitas 4 ke lokasi 5, fasilitas 8 ke lokasi 6, fasilitas 7 ke lokasi 7 dan fasilitas 2 ke lokasi 8.

3.3. Perbandingan Solusi QAPLIB dan Algoritma ACO

Pada pengujian data berdasarkan matriks ukuran yang terdapat pada QAPLIB yang diuji cobakan dengan algoritma ACO untuk data Nugent selain matriks ukuran 8 maka diperoleh hasil yang ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil perbandingan solusi biaya QAPLIB dan ACO-QAP

	n x n	QAPLIB	ACO-QAP
Percobaan Nugent	12 x 12	578	345
	16 x 16	1610	1035
	30 x 30	6124	3950

Perbandingan yang ditunjukkan pada Tabel 2 memberikan informasi bahwa solusi menggunakan algoritma ACO bisa mendapatkan solusi minimal dari hasil solusi pada QAPLIB melalui data *Nugent*. Hal ini menunjukkan bahwa algoritma ACO dengan rumus *Ant System* dapat diterapkan untuk menyelesaikan permasalahan *Quadratic Assignment Problem (QAP)*.

4. Kesimpulan

Algoritma *Ant Colony Optimization* menjadi salah satu algoritma alternatif yang dapat diterapkan pada penyelesaian *Quadratic Assignment Problem* dengan ukuran data masalah yang lebih besar atau kompleks. Algoritma *Ant Colony Optimization* menghasilkan solusi terbaik dengan waktu yang cukup singkat.

Referensi

- [1] Hillier, S.F., & Lieberman, 2004, *Introduction to Operations Research*, Eighth Edition, New York: Mc Graw-Hil
- [2] Erlanda, C., 1998, *The Quadratic Assignment Problem*, Springer Science and Business Media Dordrecht
- [3] Dorigo, M. & Stutzle, T., 2004, *Ant Colony Optimization*, Massachusetts Institute of Technology
- [4] Hahn, P. & Grant, T., 1998, *Lower Bounds for the Quadratic Assignment Problem Based Upon a Dual Formulation*, *Operation Research*, Vol. 46, No. 6
- [5] Bidyarthi, S.A. & Vivek, G., 2013, *Ant Colony Optimization for Quadratic Assignment Problem and School Bus Routing Problem*. Departement of Mathematics Indian Institute of Technology Guwahati

- [6] Davendra, D. & Zelinka, I., 2009, Optimization of Quadratic Assignment Problem Using Self Organising Migrating Algorithm, *Computing and Informatics*, Vol. 28: 1001-1012
- [7] Christopher, N.E, 1967, An Experimental Comparison of Tech-Niques for the Assignment of Facilities to Locations *INFORMS*
- [8] Axel, N., 2014, Some Reformulations for the Quadratic Assignment Problem, Department of Chemical Engineering Åbo Akademi University <http://www.qaplib/inst.html>