

Kombinasi Metode *Bilqis Chastine Erma* dan *Sumathi Sathiya* dengan Metode *Stepping Stone* untuk Optimasi Masalah Transportasi

Rifki Mardiansah, Ni Ketut Tari Tastrawati, dan Kartika Sari



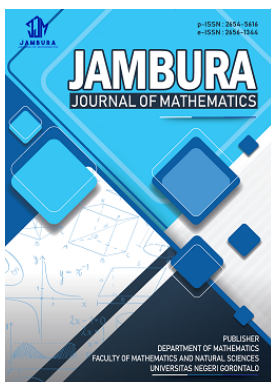
Volume 6, Issue 1, Pages 76–84, February 2024

Submit 30 Desember 2023, Direvisi 2 Februari 2024, Disetujui 5 Februari 2024

To Cite this Article : R. Mardiansah, N. K. T. Tastrawati, dan K. Sari, "Kombinasi Metode *Bilqis Chastine Erma* dan *Sumathi Sathiya* dengan Metode *Stepping Stone* untuk Optimasi Masalah Transportasi", *Jambura J. Math*, vol. 6, no. 1, pp. 76–84, 2024, <https://doi.org/10.37905/jjom.v6i1.23857>

© 2024 by author(s)

JOURNAL INFO • JAMBURA JOURNAL OF MATHEMATICS

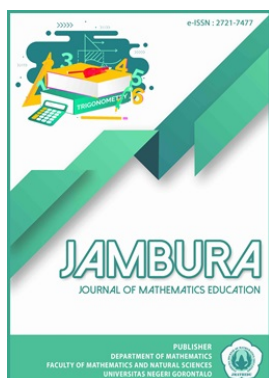


	Homepage	:	http://ejournal.ung.ac.id/index.php/jjom/index
	Journal Abbreviation	:	Jambura J. Math.
	Frequency	:	Biannual (February and August)
	Publication Language	:	English (preferable), Indonesia
	DOI	:	https://doi.org/10.37905/jjom
	Online ISSN	:	2656-1344
	Editor-in-Chief	:	Hasan S. Panigoro
	Publisher	:	Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo
	Country	:	Indonesia
	OAI Address	:	http://ejournal.ung.ac.id/index.php/jjom/oai
	Google Scholar ID	:	iWLjgaUAAAAJ
	Email	:	info.jjom@ung.ac.id

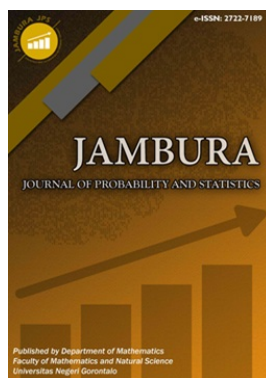
JAMBURA JOURNAL • FIND OUR OTHER JOURNALS



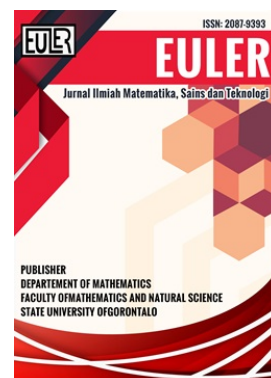
Jambura Journal of Biomathematics



Jambura Journal of Mathematics Education



Jambura Journal of Probability and Statistics



EULER : Jurnal Ilmiah Matematika, Sains, dan Teknologi

Kombinasi Metode *Bilqis Chastine Erma* dan *Sumathi Sathiya* dengan Metode *Stepping Stone* untuk Optimasi Masalah Transportasi

Rifki Mardiansah^{1,*}, Ni Ketut Tari Tastrawati¹, dan Kartika Sari¹

¹Jurusan Matematika, Universitas Udayana, Indonesia

ARTICLE HISTORY

Submit 30 Desember 2023

Direvisi 2 Februari 2024

Disetujui 5 Februari 2024

KATA KUNCI

Bilqis Chastine Erma
Distribusi
Sumathi Sathiya
Stepping Stone
Masalah Transportasi

KEYWORDS

Bilqis Chastine Erma
Distribution
Sumathi Sathiya
Stepping Stone
Transportation Problems

ABSTRAK. Permasalahan transportasi dialami oleh perusahaan UD. Raja Wangi dalam mendistribusikan dupa harum Maha Dewa. UD. Raja Wangi mengeluarkan biaya transportasi yang tinggi karena pola pendistribusian secara langsung yang tidak teratur dan belum memperhatikan rute yang akan dilewati. Salah satu cara untuk mengatasi masalah tersebut adalah menggunakan metode transportasi untuk mendapatkan rute distribusi optimal sehingga biaya transportasi yang dikeluarkan minimal. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menyelesaikan masalah transportasi menggunakan metode Bilqis Chastine Erma (BCE) dan metode Sumathi Sathiya dengan metode Stepping Stone untuk mendapatkan solusi optimal. Metode Bilqis Chastine Erma (BCE) dan metode Sumathi Sathiya merupakan metode tidak langsung dalam menyelesaikan masalah transportasi dengan mendapatkan solusi awal. Setelah diperoleh solusi awal, untuk mendapatkan solusi optimal digunakan metode Stepping Stone. Hasil penelitian menunjukkan bahwa solusi optimal menggunakan metode Stepping Stone berdasarkan solusi awal metode Bilqis Chastine Erma (BCE) mendapatkan total biaya transportasi sebesar Rp 42.937,00 sedangkan solusi optimal menggunakan metode Stepping Stone berdasarkan solusi awal metode Sumathi Sathiya mendapatkan total biaya transportasi sebesar Rp 38.727,00. Selain itu, Metode Sumathi Sathiya mendapatkan selisih total biaya transportasi sebesar Rp 11.790,00 atau 23% dari total biaya transportasi yang dikeluarkan oleh perusahaan UD. Raja Wangi. Oleh karena itu, metode Sumathi Sathiya merupakan solusi terbaik dalam meminimalkan total biaya transportasi.

ABSTRACT. Transportation problems experienced by UD. Raja Wangi in distributing Maha Dewa fragrant incense. UD. Raja Wangi incurs high transportation costs due to irregular direct distribution patterns and has not paid attention to the route to be passed. One way to solve the problem is to use transportation methods to get the optimal distribution route so that the transportation costs incurred are minimal. This study aims to solve transportation problems using the Bilqis Chastine Erma (BCE) method and the Sumathi Sathiya method with the Stepping Stone method to obtain the optimal solution. The Bilqis Chastine Erma (BCE) and the Sumathi Sathiya methods are indirect methods of solving transportation problems by obtaining an initial solution. After obtaining the initial solution, the Stepping Stone method is used to obtain the optimal solution. The results showed that the optimal solution using the Stepping Stone method based on the initial solution of the Bilqis Chastine Erma (BCE) method obtained a total transportation cost of Rp 42,937.00 while the optimal solution using the Stepping Stone method based on the initial solution of the Sumathi Sathiya method obtained a total transportation cost of Rp 38,727.00. In addition, the Sumathi Sathiya method gets a difference in total transportation costs of Rp 11,790.00 or 23% of the total transportation costs incurred by the UD. Raja Wangi. Therefore, the Sumathi Sathiya method is the best solution for minimizing transportation costs.



This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License. *Editorial of JJBM:* Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo, Jln. Prof. Dr. Ing. B. J. Habibie, Bone Bolango 96554, Indonesia.

1. Pendahuluan

Perkembangan transportasi memudahkan setiap manusia dalam berinteraksi dan mendistribusikan suatu barang sehingga meningkatkan perekonomian dan pembangunan suatu daerah [1]. Dalam mendistribusikan suatu barang, perbedaan jarak tempuh menjadi permasalahan transportasi yang mengakibatkan perbedaan biaya pengiriman. Agar proses distribusi berjalan dengan baik, maka perlu memperhatikan biaya transportasi, ketersediaan barang, kualitas barang, dan rute yang akan dilewati [2].

Masalah transportasi melibatkan distribusi barang dari berbagai sumber penawaran ke berbagai tempat tujuan permintaan sehingga keseluruhan biaya transportasi dapat diminimalkan [3]. Pendistribusian barang dengan biaya transportasi yang minimal sesuai permintaan merupakan faktor penting untuk meningkatkan kepuasan konsumen. Oleh karena itu, diperlukan metode transportasi agar dapat menyelesaikan masalah transportasi.

Permasalahan transportasi juga dialami oleh UD. Raja Wangi dalam mendistribusikan dupa harum Maha Dewa. UD. Raja

*Penulis Korespondensi.

Wangi mengeluarkan biaya transportasi yang tinggi karena pola pendistribusian secara langsung yang tidak teratur dan belum memperhatikan rute yang akan dilewati. Oleh karena itu, diperlukan perencanaan yang baik agar biaya transportasi minimal dengan menerapkan metode khusus sehingga meningkatkan keuntungan perusahaan.

Pada masalah transportasi terdapat dua metode yaitu metode langsung dan metode tidak langsung. Metode langsung merupakan metode penyelesaian masalah transportasi yang langsung mendapatkan solusi optimal masalah transportasi tanpa perlu mendapatkan solusi awal [4]. Beberapa metode tersebut di antaranya yaitu metode ASM (Abdul, Shaleh, Maliki) [5], revisi ASM [6], *Improved Exponential Approach* [7], *Modified Exponential Approach* [3] dan Sirisha-Viola [4]. Metode tidak langsung merupakan metode penyelesaian masalah transportasi dengan mendapatkan solusi awal [4] seperti metode *Russell's Approximation* [8], *Improved Vogel's Approximation* [8] dan *Lowest Supply Lowest Cost (LSLC)* [9].

Pengembangan metode baru terus dikaji agar menghasilkan solusi awal yang lebih baik, diantaranya adalah metode *Bilqis Chastine Erma* (BCE) dan metode *Sumathi Sathiya*. Metode BCE merupakan metode tidak langsung dari pengembangan *Juman and Hoque Method* (JHM) untuk mendapatkan solusi awal masalah transportasi yang diperkenalkan oleh Bilqis Amaliah, Chastine Fatichah dan Erma Suryani pada tahun 2020 [10]. Metode *Sumathi Sathiya* merupakan metode tidak langsung untuk mendapatkan solusi biaya pengiriman yang minimal oleh peneliti dari India pada tahun 2019 [11]. Setelah diperoleh solusi awal, untuk mendapatkan solusi optimal digunakan metode *Stepping Stone*. Metode *Stepping Stone* merupakan metode yang dapat digunakan untuk menentukan nilai optimal dengan menghasilkan suatu pemecahan yang layak terkait biaya operasional dalam transportasi [12].

Beberapa penelitian telah dilakukan sehubungan dengan penerapan metode *Sumathi Sathiya*, Muhtarullah, dkk [13] menggunakan metode *Sumathi Sathiya* dan *Karagul Sahin Approximation Method* (KSAM) untuk mendapatkan solusi awal dilanjutkan menggunakan metode MODI untuk mengoptimalkan biaya transportasi pada data simulasi. Sebagai hasil diperoleh bahwa metode *Sumathi Sathiya* memberikan biaya yang minimal. Selain itu, Fata [14] menggunakan metode *Row Column Weighted Minimum Cost Allocation Method* (RCWMCAM) dan *Sumathi Sathiya* untuk mendapatkan solusi awal dilanjutkan menggunakan metode *Stepping Stone* untuk mengoptimalkan biaya transportasi air minum pada Mata Air Sikumbang. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa metode *Sumathi Sathiya* mendapatkan nilai biaya transportasi optimal sebesar Rp2.401.540,00 sedangkan metode RCWMCAM sebesar Rp2.536.460,00. Kemudian, Alfian, dkk [15] menggunakan metode *Sumathi Sathiya*, pendekatan eksponensial, pendekatan vogel dan program solver excel dalam menyelesaikan masalah transportasi dan menggunakan metode MODI untuk mengoptimalkan biaya transportasi. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa metode *Sumathi Sathiya* mendapatkan hasil yang minimal dibandingkan metode lainnya. Hasil penelitian yang ditemukan pada [13–15] menunjukkan bahwa metode *Sumathi Sathiya* dapat meminimalkan biaya transportasi lebih baik daripada metode lainnya dalam menyelesaikan masalah transportasi.

Penelitian yang sehubungan dengan metode BCE juga banyak diterapkan dalam beberapa kasus optimasi transportasi. Setiawan [16] menggunakan metode *Bilqis Chastine Erma* (BCE), *Total Opportunity Cost Matrix-Minimal Total* (TOCM-MT) dan *North West Corner Method* (NWCM) untuk mendapatkan solusi awal dilanjutkan menggunakan metode *Stepping Stone* untuk mengoptimalkan biaya transportasi pada data simulasi. Setelah melakukan analisis dan percobaan pada 3 data sekunder dan 210 data random, diperoleh hasil analisis dari 3 data sekunder menunjukkan hasil metode BCE lebih optimal. Selain itu, Sari [17] menggunakan metode *Bilqis Chastine Erma* (BCE) dan *Abdul Shakee M.Khalid* (ASM) untuk mendapatkan solusi awal dilanjutkan menggunakan metode *Stepping Stone* untuk mengoptimalkan biaya transportasi pada permasalahan transportasi seimbang dan tidak seimbang. Hasil penelitian menyatakan bahwa metode BCE memberikan biaya minimal. Berdasarkan hasil penelitian yang dibahas pada [16, 17], ditunjukkan bahwa metode *Bilqis Chastine Erma* (BCE) dapat meminimalkan biaya transportasi lebih baik daripada metode lainnya dalam menyelesaikan masalah transportasi.

Penelitian sebelumnya mengevaluasi metode BCE dan metode *Sumathi Sathiya* dalam mencari solusi awal. Kedua metode tersebut terbukti menghasilkan biaya transportasi minimal, namun belum ada perbandingan langsung antara keduanya. Pada penelitian ini, dibandingkan metode BCE dan *Sumathi Sathiya* untuk menyelesaikan masalah transportasi dengan mendapatkan solusi awal yang berfokus pada pengurangan biaya pengiriman. Kombinasi ini didasarkan pada hubungan yang relevan dengan konteks masalah, saling melengkapi konsep dan teknik, potensi kerjasama yang menguntungkan, serta peluang untuk meningkatkan kinerja secara keseluruhan. Dengan membandingkan kelebihan metode BCE dan *Sumathi Sathiya*, penelitian ini bertujuan memberikan pendekatan yang komprehensif untuk mengatasi tantangan dalam masalah transportasi dan biaya pengiriman, dengan harapan mendapatkan solusi awal yang lebih baik dan efisien.

Selanjutnya, untuk memperoleh solusi optimal dari solusi awal metode BCE dan *Sumathi Sathiya*, digunakan metode *Stepping Stone*. Metode *Stepping Stone* diperlukan dalam analisis transportasi karena memberikan fleksibilitas lebih dalam menangani tabel distribusi yang tidak seimbang, dimana jumlah persediaan tidak selalu sama dengan jumlah permintaan. Metode ini memungkinkan eksplorasi yang mendalam terhadap kemungkinan perbaikan solusi dengan mengevaluasi jalur-jalur potensial di sel-sel tabel. Dengan demikian, penelitian ini mengombinasikan masing-masing metode *Bilqis Chastine Erma* dan *Sumathi Sathiya* dengan metode *Stepping Stone* untuk optimasi masalah transportasi pada kasus pendistribusian dupa harum Maha Dewa di UD. Raja Wangi.

2. Metode

2.1. Data Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari perusahaan UD. Raja Wangi. Perusahaan UD. Raja Wangi memiliki 3 agen dalam mendistribusikan dupa harum Maha Dewa, yaitu Gianyar, Denpasar dan Badung. Dari masing-masing agen mendistribusikan ke 10 tempat tujuan, yaitu Toko Sumber Rezeki, Toko Napura Dupa, Toko Mustika Agung, Aneka Dupa Bali, Toko Sesari, Toko Sari Rezeki,

Toko Dupa Massehi, Toko Dupa Wangi, A2 Grosir dan Grosir Dupa Harum. Data tersebut berupa data kuantitatif yang terdiri dari data persediaan di masing-masing agen, data permintaan di masing-masing tempat tujuan, data banyaknya yang dikirimkan dari agen ke tempat tujuan dan biaya transportasi dari agen ke tempat tujuan. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data dari bulan Agustus sampai Oktober 2022. Variabel yang digunakan pada penelitian ini adalah banyaknya dupa harum Maha Dewa kategori stik 22 hitam (bungkus) yang dikirimkan dari agen i ke tujuan j (x_{ij}) dan total biaya transportasi (Z). Dalam hal ini indeks i & j secara berturut-turut merupakan agen dan tujuan pengiriman barang. Agen dan tujuan tersebut dalam penelitian ini secara langsung disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Pengiriman barang

i	Agen	j	Tujuan
1	Gianyar	1	Toko Sumber Rezeki
		2	Toko Napura Dupa
		3	Toko Mustika Agung
		4	Aneka Dupa Bali
2	Denpasar	5	Toko Sesari
		6	Toko Sari Rezeki
		7	Toko Dupa Massehi
		8	Toko Dupa Wangi
3	Badung	5	Toko Sesari
		6	Toko Sari Rezeki
		7	Toko Dupa Massehi
		9	A2 Grosir
		10	Grosir Dupa Harum

Adapun rata-rata persediaan dan permintaan distribusi dupa harum Maha Dewa kategori stik 22 hitam per bulan di masing-masing agen diberikan pada Tabel 2 dan Tabel 3, sementara rata-rata biaya distribusi setiap bungkus disajikan pada Tabel 4.

Tabel 2. Rata-rata persediaan dupa stik 22 hitam (bungkus) per bulan

Agen	Rata-rata
Gianyar	2400
Denpasar	1307
Badung	1493
Total persediaan	5200

Adapun skema rute pendistribusian dupa harum Maha Dewa kategori stik 22 hitam dari agen ke tempat tujuan diberikan pada Gambar 1.

2.2. Langkah-langkah Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode *Bilqis Chastine Erma* (BCE) dan metode *Sumathi Sathiya* untuk mendapatkan solusi awal. Setelah solusi awal didapatkan, maka dilanjutkan dengan mencari solusi optimal menggunakan metode *Stepping Stone*. Untuk mendapatkan solusi awal dan solusi optimal digunakan *software* program *python*. Langkah-langkah penelitian ini sebagai berikut:

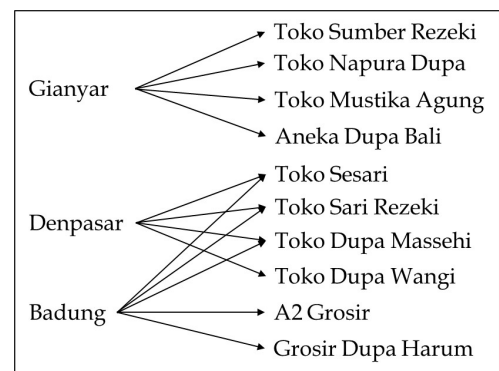
1. Mengumpulkan data persediaan, data permintaan, biaya transportasi, dan banyaknya dupa harum Maha Dewa kategori stik 22 hitam (bungkus) yang di distribusikan dari

Tabel 3. Rata-rata permintaan distribusi per bulan

Agen	Tempat Tujuan	Rata-rata
Gianyar	Toko Sumber Rezeki	987
	Toko Napura Dupa	160
	Toko Mustika Agung	1093
	Aneka Dupa Bali	133
Denpasar	Toko Sesari	80
	Toko Sari Rezeki	400
	Toko Dupa Massehi	480
Badung	Toko Dupa Wangi	133
	Toko Sesari	720
	Toko Sari Rezeki	133
	Toko Dupa Massehi	427
	A2 Grosir	107
Grosir Dupa Harum		320
Total Permintaan		5173

Tabel 4. Rata-rata biaya transportasi per bungkus

Agen	Tempat Tujuan	Rata-rata (Rp)
Gianyar	Toko Sumber Rezeki	11,11
	Toko Napura Dupa	2,96
	Toko Mustika Agung	9,78
	Aneka Dupa Bali	4,44
Denpasar	Toko Sesari	4
	Toko Sari Rezeki	3,41
	Toko Dupa Massehi	11,11
Badung	Toko Dupa Wangi	11,11
	Toko Sesari	15,56
	Toko Sari Rezeki	4,44
	Toko Dupa Massehi	14,22
	A2 Grosir	3,70
Grosir Dupa Harum		3,26

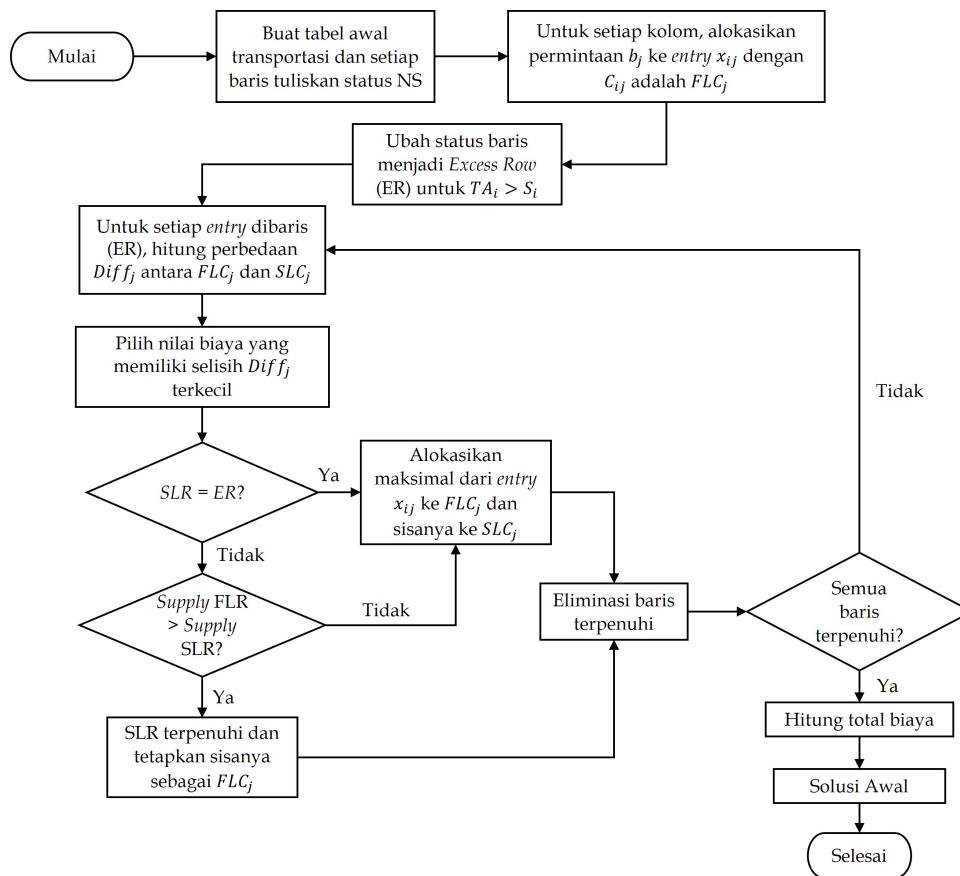


Gambar 1. Skema pendistribusian dupa

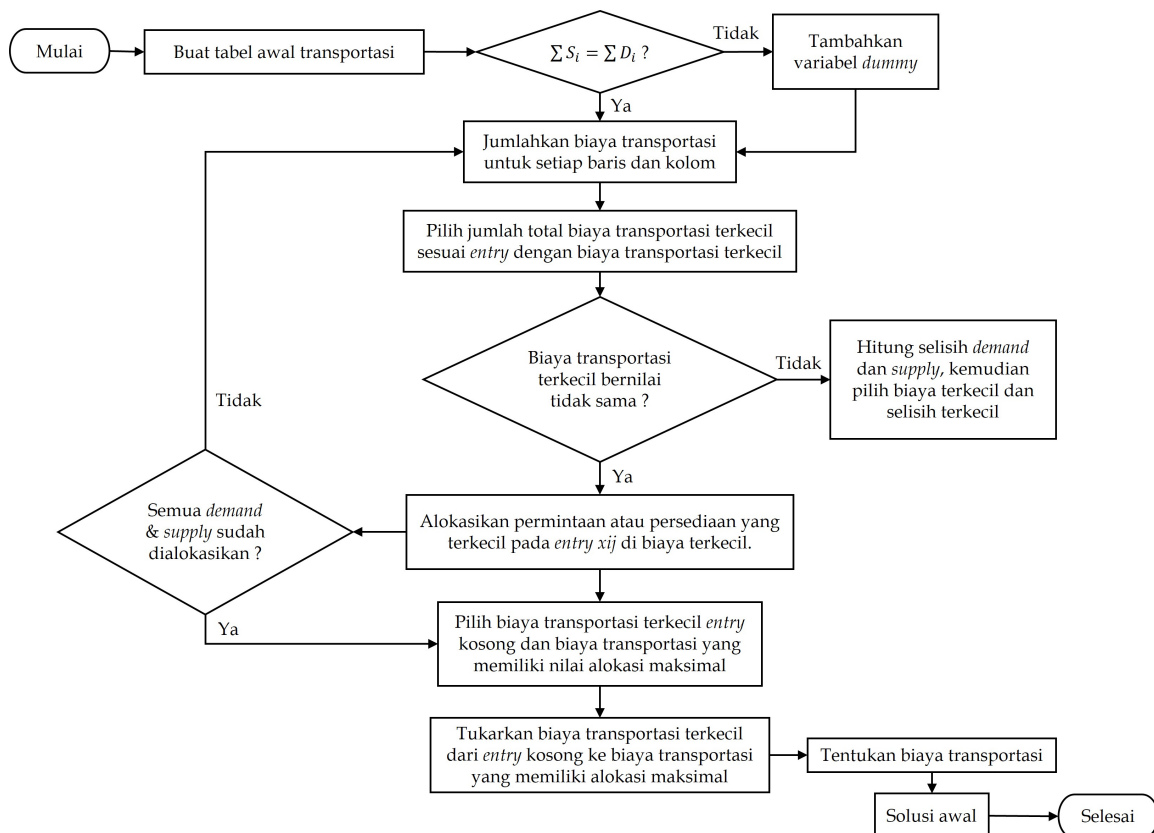
masing-masing agen ke tempat tujuan dari bulan Agustus, September dan Oktober 2022.

2. Membentuk fungsi tujuan dan batasan-batasannya
3. Menghitung solusi awal menggunakan metode BCE.
4. Menghitung solusi awal menggunakan metode *Sumathi Sathiya*.
5. Menghitung solusi optimal menggunakan metode *Stepping Stone*.
6. Interpretasi hasil.

Langkah-langkah menghitung solusi awal dengan metode BCE dan metode *Sumathi Sathiya* secara berturut-turut dapat dilihat pada *flowchart* Gambar 2 dan Gambar 3.

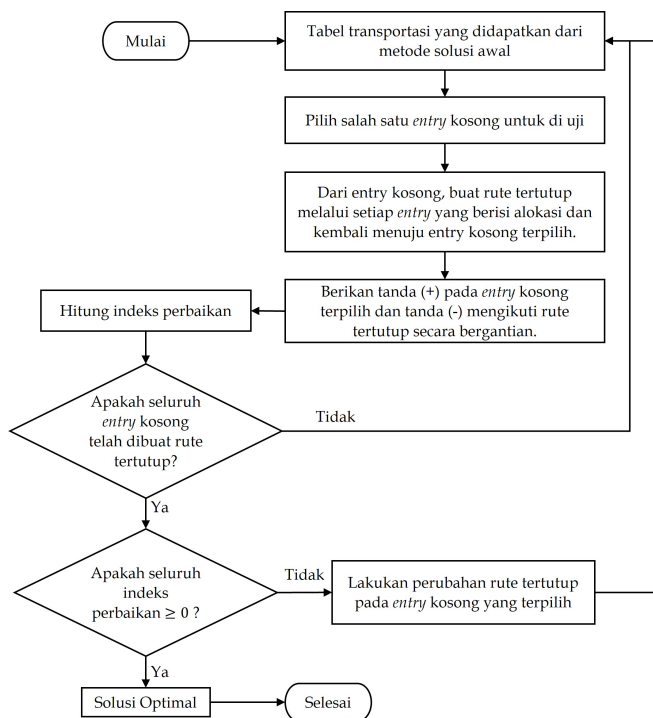


Gambar 2. Tahapan metode BCE



Gambar 3. Tahapan metode Sumathi Sathiya

Selanjutnya, untuk menghitung solusi optimal menggunakan metode *Stepping Stone* dapat dilakukan dengan tahapan pada *flowchart* Gambar 4.

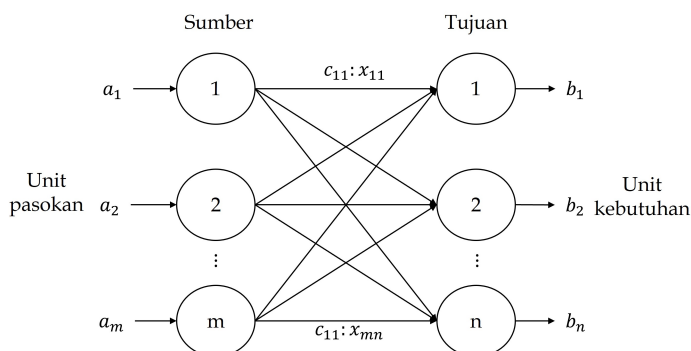


Gambar 4. Tahapan metode *stepping stone*

2.3. Teori Pendukung

Pemrograman linear (*linear programming*) merupakan teknik perencanaan suatu kegiatan dengan melakukan analisis menggunakan model matematis yang berupa fungsi linear sehingga didapatkan beberapa kombinasi alternatif yang digunakan untuk mendapatkan solusi optimal permasalahan [18]. Terdapat dua permasalahan untuk memodelkan pemrograman linear yaitu maksimalkan dan minimalkan fungsi tujuan [19].

Metode transportasi merupakan bagian dari model khusus permasalahan pemrograman linear yang membahas metode untuk mengalokasikan atau mendistribusikan barang dari tempat asal pengiriman ke tempat tujuan penerimaan. Metode transportasi dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan model transportasi [20]. Model transportasi dapat digambarkan melalui sebuah jaringan yang dihubungkan oleh node dan busur panah seperti disajikan pada Gambar 5.



Gambar 5. Jaringan model transportasi

Gambar 5 memperlihatkan model transportasi sebuah jaringan yang terdiri dari m sumber dan n tujuan dengan node mewakili sumber atau tujuan dan busur panah mewakili rute pengiriman suatu barang. Jumlah persediaan barang yang tersedia pada sumber i adalah a_i dan jumlah permintaan barang pada tujuan j adalah b_j . Biaya transportasi per unit barang dari sumber i ke tujuan j adalah c_{ij} dan x_{ij} adalah jumlah barang yang dikirimkan dari sumber i ke tujuan j dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

Model transportasi dapat diformulasikan sebagai fungsi meminimalkan pada persamaan (1):

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} \tag{1}$$

dengan batasan persediaan pada persamaan (2):

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \tag{2}$$

dan batasan permintaan pada persamaan (3):

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq b_j, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \tag{3}$$

dengan

$$x_{ij} \geq 0 \text{ untuk semua } i \text{ dan } j.$$

3. Hasil dan Pembahasan

Berdasarkan hasil olah data penelitian pada Tabel 3 dan Tabel 4, dapat dihitung total biaya pendistribusian dupa harum Maha Dewa kategori stik 22 hitam menggunakan persamaan (1) dengan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} \\ &= (11,11 \times 987) + (2,96 \times 160) + (9,78 \times 1093) \\ &\quad + (4,44 \times 133) + (4 \times 80) + (3,41 \times 400) \\ &\quad + (11,11 \times 480) + (11,11 \times 133) + (15,56 \times 720) \\ &\quad + (4,44 \times 133) + (14,22 \times 427) + (3,70 \times 107) \\ &\quad + (3,26 \times 320) \\ &= \text{Rp } 50.517,00. \end{aligned}$$

3.1. Formulasi Model Transportasi Pendistribusian Dupa

Berdasarkan hasil olah data pada Tabel 2 dan Tabel 3 tampak bahwa total persediaan melebihi total permintaan sehingga masalah ini adalah masalah transportasi tidak seimbang. Pada Gambar 1, diketahui bahwa ada agen yang tidak mengirimkan dupa ke tempat tujuan sehingga diasumsikan biaya pengiriman sebesar M . Notasi M adalah bilangan positif yang sangat besar dan alokasi barang sebanyak 0 bungkus. Model transportasi dapat diformulasikan dengan metode *Bilqis Chastine Erma* (BCE) dan metode *Sumathi Sathiya*.

Pada metode *Bilqis Chastine Erma* (BCE), untuk menyelesaikan masalah transportasi tidak seimbang, tidak perlu menambahkan variabel *dummy*. Misal x_{ij} adalah jumlah barang yang dikirim dari sumber i ke tujuan j dengan makna indeks i dan j

dapat dilihat pada Tabel 1. Berdasarkan Tabel 2, Tabel 3 dan Tabel 4, dibentuk model masalah transportasi meminimalkan pada persamaan (4):

$$\begin{aligned}
 Z = & 11,11x_{11} + 2,96x_{12} + 9,78x_{13} + 4,44x_{14} + Mx_{15} \\
 & + Mx_{16} + Mx_{17} + Mx_{18} + Mx_{19} + Mx_{1(10)} \\
 & + Mx_{21} + Mx_{22} + Mx_{23} + Mx_{24} + 4x_{25} \\
 & + 3,41x_{26} + 11,11x_{27} + 11,11x_{28} + Mx_{29} \\
 & + Mx_{2(10)} + Mx_{31} + Mx_{32} + Mx_{33} + Mx_{34} \\
 & + 15,56x_{35} + 4,44x_{36} + 14,22x_{37} + Mx_{38} \\
 & + 3,70x_{39} + 3,26x_{3(10)}
 \end{aligned} \tag{4}$$

dengan batasan persediaan pada persamaan (5):

$$\begin{aligned}
 x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} &= 2400 \\
 x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} &= 1307 \\
 x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{39} + x_{3(10)} &= 1493
 \end{aligned} \tag{5}$$

dan batasan permintaan pada persamaan (6):

$$\begin{aligned}
 x_{11} &= 987 \\
 x_{12} &= 160 \\
 x_{13} &= 1093 \\
 x_{14} &= 133 \\
 x_{25} + x_{35} &= 800 \\
 x_{26} + x_{36} &= 533 \\
 x_{27} + x_{37} &= 907 \\
 x_{28} &= 133 \\
 x_{39} &= 107 \\
 x_{3(10)} &= 320 \\
 x_{ij} &\geq 0, i = 1, 2, 3 \text{ dan } j = 1, 2, \dots, 10.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Selanjutnya pada metode *Sumathi Sathiya*, untuk menyelesaikan masalah transportasi tidak seimbang, perlu menambahkan variabel *dummy* dengan asumsi bahwa *dummy* memiliki biaya transportasi 0. Oleh karena itu, formulasi model metode *Sumathi Sathiya* pada dasarnya sama dengan formulasi model pada metode BCE dengan penambahan variabel *dummy* yaitu $x_{i(11)}$. Formulasi model meminimalkan pada metode ini diberikan pada persamaan (7):

$$\begin{aligned}
 Z = & 11,11x_{11} + 2,96x_{12} + 9,78x_{13} + 4,44x_{14} + Mx_{15} \\
 & + Mx_{16} + Mx_{17} + Mx_{18} + Mx_{19} + Mx_{1(10)} \\
 & + 0x_{1(11)} + Mx_{21} + Mx_{22} + Mx_{23} + Mx_{24} \\
 & + 4x_{25} + 3,41x_{26} + 11,11x_{27} + 11,11x_{28} \\
 & + Mx_{29} + Mx_{2(10)} + 0x_{2(11)} + Mx_{31} + Mx_{32} \\
 & + Mx_{33} + Mx_{34} + 15,56x_{35} + 4,44x_{36} + 14,22x_{37} \\
 & + Mx_{38} + 3,70x_{39} + 3,26x_{3(10)} + 0x_{3(11)}
 \end{aligned} \tag{7}$$

dengan batasan persediaan pada persamaan (8):

$$\begin{aligned}
 x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{1(11)} &= 2400 \\
 x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{2(11)} &= 1307 \\
 x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{39} + x_{3(10)} + x_{3(11)} &= 1493
 \end{aligned} \tag{8}$$

dan batasan permintaan pada persamaan (9):

$$\begin{aligned}
 x_{11} &= 987 \\
 x_{12} &= 160 \\
 x_{13} &= 1093 \\
 x_{14} &= 133 \\
 x_{25} + x_{35} &= 800 \\
 x_{26} + x_{36} &= 533 \\
 x_{27} + x_{37} &= 907 \\
 x_{28} &= 133 \\
 x_{39} &= 107 \\
 x_{3(10)} &= 320 \\
 x_{1(11)} + x_{2(11)} + x_{3(11)} &= 27 \\
 x_{ij} &\geq 0, i = 1, 2, 3 \text{ dan } j = 1, 2, \dots, 11.
 \end{aligned} \tag{9}$$

3.2. Perhitungan Solusi Awal

Perhitungan solusi awal dilakukan dengan menggunakan metode *Bilqis Chastine Erma* (BCE) dan metode *Sumathi Sathiya*. Untuk membuat tabel awal transportasi digunakan simbol yang mewakili agen dan tujuan permintaan sesuai Tabel 1. Perhitungan total biaya transportasi dinyatakan pada persamaan (10):

$$TC = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij}. \tag{10}$$

Pada metode BCE, dihasilkan 4 iterasi dengan total biaya transportasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 TC &= 11,11(987) + 2,96(160) + 9,78(1093) + 4,44(133) \\
 &+ 4(800) + 11,11(374) + 11,11(133) + 4,44(533) \\
 &+ 14,22(533) + 3,70(107) + 3,26(320) \\
 &= \text{Rp } 42.937,00.
 \end{aligned}$$

Selanjutnya, pada perhitungan solusi awal metode BCE menggunakan program *python*, diinisialisasikan M dengan nilai sebesar 1000000. Kemudian didapatkan output perhitungan solusi awal metode BCE sebesar Rp 42.936,88 pada Gambar 6.

```

Hasil Bilqis Chastine Erma (BCE)
=====
[11.11, 2.96, 9.78, 4.44, 'M', 'M', 'M', 'M', 'M', 'M']
['M', 'M', 'M', 'M', 4, 3.41, 11.11, 11.11, 'M', 'M']
['M', 'M', 'M', 'M', 15.56, 4.44, 14.22, 'M', 3.7, 3.26]
=====
[987, 160, 1093, 133, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
[0, 0, 0, 0, 800, 0, 374, 133, 0, 0]
[0, 0, 0, 0, 0, 533, 533, 0, 107, 320]
=====
Total Biaya Transportasi
Rp 42936.88
    
```

Gambar 6. Output perhitungan solusi awal metode BCE dengan *python*

Adapun perhitungan solusi awal metode *Sumathi Sathiya* menghasilkan 13 iterasi dengan total biaya transportasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 TC &= 11,11(987) + 2,96(160) + 4,44(1093) + 4,44(133) \\
 &\quad + M(27) + 4(747) + 3,41(533) + 0(27) + 15,56(53) \\
 &\quad + 14,22(907) + M(106) + 3,70(107) + 3,26(320) \\
 &= \text{Rp } 36.849,46 + 133M.
 \end{aligned}$$

Selanjutnya, pada perhitungan solusi awal metode *Sumathi Sathiya* menggunakan program *python*, diinisialisasikan M dengan nilai sebesar 1000000. Kemudian didapatkan output perhitungan solusi awal metode *Sumathi Sathiya* sebesar Rp 36.849,46 + 133M pada Gambar 7.

```

Hasil Sumathi Sathiya
=====
[11.11, 2.96, 4.44, 4.44, 'M', 'M', 'M', 'M', 'M', 'M']
['M', 'M', 'M', 'M', 4, 3.41, 11.11, 11.11, 'M', 'M']
['M', 'M', 'M', 'M', 15.56, 9.78, 14.22, 'M', 3.7, 3.26]
=====
[987, 160, 1093, 133, 0, 0, 0, 27, 0, 0]
[0, 0, 0, 0, 747, 533, 0, 0, 0, 0]
[0, 0, 0, 0, 53, 0, 907, 106, 107, 320]
=====
Total Biaya Transportasi
Rp 36849.46 + 133 M
    
```

Gambar 7. Output perhitungan solusi awal metode *sumathi sathiya* dengan *python*

3.3. Perhitungan Solusi Optimal dengan Metode Stepping Stone

Setelah solusi awal di dapatkan, maka dilakukan perhitungan untuk mendapatkan solusi optimal dengan metode *Stepping Stone*. Metode *Stepping Stone* merupakan metode yang dapat digunakan untuk menentukan nilai optimal dengan menghasilkan suatu pemecahan yang layak terkait biaya operasional dalam transportasi [12]. Prinsip dasar metode *Stepping Stone* adalah menentukan apakah suatu rute transportasi yang tidak digunakan menghasilkan total biaya yang lebih kecil apabila digunakan pada saat ini dimana rute yang tidak digunakan diasumsikan sebuah *entry* yang kosong [21]. Terdapat syarat yang perlu diperhatikan dalam metode *Stepping Stone*, yaitu jumlah alokasi harus sama dengan jumlah baris ditambah jumlah kolom dikurangi satu ($m + n - 1$).

Perhitungan solusi optimal berdasarkan solusi awal metode BCE menggunakan metode *Stepping Stone*, menunjukkan bahwa metode BCE sudah optimal tanpa melakukan iterasi dengan total biaya transportasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 TC &= 11,11(987) + 2,96(160) + 9,78(1093) + 4,44(133) \\
 &\quad + 4(800) + 11,11(374) + 11,11(133) + 4,44(533) \\
 &\quad + 14,22(533) + 3,70(107) + 3,26(320) \\
 &= \text{Rp } 42.937,00.
 \end{aligned}$$

Selanjutnya, untuk perhitungan solusi optimal dari solusi awal metode BCE menggunakan metode *Stepping Stone* dengan program *python*, diinisialisasikan M dengan nilai sebesar 1000000. Kemudian didapatkan output perhitungan solusi optimal sebesar Rp 42.936,88 seperti pada Gambar 8.

```

Biaya:
[11.11, 2.96, 9.78, 4.44, 'M', 'M', 'M', 'M', 'M', 'M', 0]
['M', 'M', 'M', 'M', 4, 3.41, 11.11, 11.11, 'M', 'M', 0]
['M', 'M', 'M', 'M', 15.56, 4.44, 14.22, 'M', 3.7, 3.26, 0]
=====
Alokasi:
[987, 160, 1093, 133, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 27]
[0, 0, 0, 0, 800, 0, 374, 133, 0, 0, 0]
[0, 0, 0, 0, 0, 533, 533, 0, 107, 320, 0]
=====
Total Cost: 42936.88
    
```

Gambar 8. Output perhitungan solusi optimal dari kombinasi metode BCE dengan metode *Stepping Stone*

Adapun perhitungan solusi optimal berdasarkan solusi awal metode *Sumathi Sathiya* menggunakan metode *Stepping Stone* menunjukkan bahwa metode *Sumathi Sathiya* menghasilkan 4 iterasi dengan total biaya transportasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 TC &= 11,11(987) + 2,96(160) + 4,44(1093) + 4,44(133) \\
 &\quad + 0(27) + 4(800) + 3,41(374) + 11,11(133) \\
 &\quad + 9,78(159) + 14,22(907) + 3,70(107) + 3,26(320) \\
 &= \text{Rp } 38.727,00.
 \end{aligned}$$

Selanjutnya, untuk perhitungan solusi optimal dari solusi awal metode *Sumathi Sathiya* menggunakan metode *Stepping Stone* dengan program *python*, diinisialisasikan M dengan nilai sebesar 1000000. Kemudian didapatkan output perhitungan solusi optimal sebesar Rp 38.727,24 seperti pada Gambar 9.

```

Biaya:
[11.11, 2.96, 4.44, 4.44, 'M', 'M', 'M', 'M', 'M', 'M', 0]
['M', 'M', 'M', 'M', 4, 3.41, 11.11, 11.11, 'M', 'M', 0]
['M', 'M', 'M', 'M', 15.56, 9.78, 14.22, 'M', 3.7, 3.26, 0]
=====
Alokasi:
[987, 160, 1093, 133, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 27]
[0, 0, 0, 0, 800, 374, 0, 133, 0, 0, 0]
[0, 0, 0, 0, 0, 159, 907, 0, 107, 320, 0]
=====
Total Cost: 38727.24
    
```

Gambar 9. Output perhitungan solusi optimal dari kombinasi metode *Sumathi Sathiya* dengan metode *Stepping Stone*

3.4. Perbandingan Hasil Perhitungan Metode BCE, Metode *Sumathi Sathiya* dan Perhitungan Manual Perusahaan

Perbandingan total biaya transportasi hasil perhitungan metode BCE, metode *Sumathi Sathiya* dan perhitungan dari perusahaan dapat dilihat pada Tabel 5. Berdasarkan Tabel 5, diketahui bahwa total biaya transportasi optimal menggunakan metode *Stepping Stone* berdasarkan solusi awal metode BCE dan metode *Sumathi Sathiya* menunjukkan bahwa total biaya transportasi metode *Sumathi Sathiya* lebih rendah daripada metode BCE. Selanjutnya, dipilih metode *Sumathi Sathiya* sebagai solusi terbaik dalam meminimalkan total biaya transportasi dengan mendapatkan selisih total biaya transportasi sebesar Rp 11.790,00 atau 23% dari total biaya transportasi yang dikeluarkan oleh perusahaan UD. Raja Wangi.

Tabel 5. Perbandingan hasil perhitungan total biaya transportasi

Metode Solusi Awal	Jumlah Iterasi	Biaya Transportasi (Per Bulan)	Metode Solusi Optimal	Jumlah Iterasi	Biaya Transportasi Optimal
<i>Bilqis Chastine Erma</i> (BCE)	4	Rp 42.937,00	<i>Stepping Stone</i>	-	Rp 42.937,00
<i>Sumathi Sathiya</i>	13	Rp 36.849,46 + 133M		4	Rp 38.727,00
Perusahaan	-	-	-	-	Rp 50.517,00

4. Kesimpulan

Dari hasil pembahasan dapat disimpulkan bahwa solusi awal masalah transportasi dupa harum Maha Dewa di UD. Raja Wangi dengan menggunakan metode *Bilqis Chastine Erma* (BCE) menghasilkan 11 rute distribusi dan total biaya transportasi sebesar Rp 42.937,00. Adapun solusi awal dengan menggunakan metode *Sumathi Sathiya* menghasilkan 12 rute distribusi dan total biaya transportasi sebesar Rp 36.849,46 + 133M dengan M adalah bilangan positif yang sangat besar. Solusi optimal masalah transportasi dupa harum Maha Dewa di UD. Raja Wangi dengan menggunakan metode *Stepping Stone* berdasarkan solusi awal metode BCE menghasilkan 11 rute distribusi dan total biaya transportasi sebesar Rp 42.937,00. Sementara itu, solusi optimal dengan menggunakan metode *Stepping Stone* berdasarkan solusi awal metode *Sumathi Sathiya* menghasilkan 11 rute distribusi dan total biaya transportasi sebesar Rp 38.727,00. Hal ini menunjukkan bahwa metode *Sumathi Sathiya* dilanjutkan dengan metode *Stepping Stone* dapat memberikan solusi terbaik dalam meminimalkan total biaya transportasi pada pendistribusian barang.

Penelitian selanjutnya diharapkan menggunakan metode BCE dalam kasus model transportasi seimbang. Pada metode BCE untuk kasus model transportasi seimbang, langkah-langkah metode banyak yang digunakan, sedangkan untuk kasus model transportasi tidak seimbang, langkah-langkah metode banyak yang tidak digunakan. Selain itu, dapat membandingkan metode *Sumathi Sathiya* dengan metode transportasi lainnya, seperti metode *Improved SOFTMIN* (ISOFT), *Total Opportunity Cost Matrix-Modified Extemum Difference Method* (TOCM-MEDM) atau *Maximum Range Column Method* (MRCM).

Kontribusi Penulis. Rifki Mardiansah: Konseptualisasi, pengumpulan data, metodologi, analisis formal, investigasi, penulisan draft, dan visualisasi. Ni Ketut Tari Tastrawati: Konseptualisasi, validasi, penulisan pembahasan dan pengeditan, supervisi. Kartika Sari: Konseptualisasi, validasi, penulisan pembahasan dan pengeditan, supervisi. Semua penulis telah membaca dan menyetujui versi manuskrip yang diterbitkan.

Ucapan Terima Kasih. Ucapan terima kasih kepada perusahaan UD. Raja Wangi yang telah mendukung penelitian ini melalui penyediaan data penelitian.

Pembiayaan. Penelitian ini tidak menerima pembiayaan eksternal.

Konflik Kepentingan. Para penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan yang terkait dengan artikel ini.

Referensi

- [1] S. Fatimah, *Pengantar Transportasi*, 1st ed. Ponorogo: Myria Publisher, 2019.
- [2] T. N. Karundeng, S. L. Mandey, and J. S. B. Sumarauw, "Analisis Saluran Distribusi Kayu (Studi Kasus di CV. Karya Abadi, Manado)," *Jurnal EMBA: Jurnal Riset Ekonomi, Manajemen, Bisnis dan Akuntansi*, vol. 6, no. 3, pp. 1748–1757, 2018, doi: [10.35794/emba.v6i3.20444](https://doi.org/10.35794/emba.v6i3.20444).
- [3] W. Nurazian and M. P. Helmi, "Metode Modified Exponential Approach Dalam Menyelesaikan Masalah Transportasi Tidak Seimbang," *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya*, vol. 11, no. 02, pp. 347–354, 2022, doi: [10.26418/bbimst.v11i02.53509](https://doi.org/10.26418/bbimst.v11i02.53509).
- [4] F. Muhtarulloh and A. Maulidina, "Metode Sirisha-Viola Untuk Menemukan Solusi Optimal Masalah Transportasi," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 8, no. 1, pp. 19–26, 2022, doi: [10.24014/jsms.v8i1.15499](https://doi.org/10.24014/jsms.v8i1.15499).
- [5] N. Iftitah, P. Affandi, and A. Yusuf, "Penyelesaian Model Transportasi Menggunakan Metode Asm," *Epsilon: Jurnal Matematika Murni dan Terapan* vol. 14, no. 1, pp. 40–52, 2020, doi: [10.20527/epsilon.v14i1.3197](https://doi.org/10.20527/epsilon.v14i1.3197)
- [6] M. N. Fawa'idil, M. S. Pradana, and D. Rahmalia, "Optimasi Biaya Pendistribusian Bibit Padi Menggunakan Metode ASM Modifikasi," *UJMC (Unisda Journal of Mathematics and Computer Science)*, vol. 8, no. 1, pp. 55–65, 2022. [Online]. Available at: <https://e-jurnal.unisda.ac.id/index.php/ujmc/article/view/3149>.
- [7] I. Istiqomah, N. K. T. Tastrawati, and L. P. I. Harini, "Improved Exponential Approach Method Dan Zero Suffix Method Dalam Menentukan Solusi Optimal Pada Masalah Transportasi," *E-Jurnal Matematika*, vol. 11, no. 1, p. 23, Jan. 2022, doi: [10.24843/mtk.2022.v11.i01.p356](https://doi.org/10.24843/mtk.2022.v11.i01.p356).
- [8] N. P. I. P. Dewi, N. K. T. Tastrawati, and K. Sari, "Russell's Approximation Method Dan Improved Vogel's Approximation Method Dalam Penyelesaian Masalah Transportasi," *E-Jurnal Matematika*, vol. 8, no. 3, p. 184, Aug. 2019, doi: [10.24843/mtk.2019.v08.i03.p251](https://doi.org/10.24843/mtk.2019.v08.i03.p251).
- [9] A. N. Aini, G. Sari, A. Shodiqin, F. Fpmipati, and J. P. Matematika, "Aplikasi Metode Lowest Supply Lowest Cost (Lslc) Pada Masalah Transportasi Tidak Seimbang (Studi Kasus Pada Distribusi Garam Ud. Aditya Mandiri)," *Jurnal Ilmiah Teknosaains*, vol. 5, no. 1, pp. 28–34, 2019, doi: [10.26877/jitek.v5i1.3763](https://doi.org/10.26877/jitek.v5i1.3763).
- [10] B. Amaliah, C. Fatchah, and E. Suryani, "A New Heuristic Method of Finding the Initial Basic Feasible Solution to Solve the Transportation Problem," *Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences*, vol. 34, no. 5, pp. 2298–2307, 2022, doi: [10.1016/j.jksuci.2020.07.007](https://doi.org/10.1016/j.jksuci.2020.07.007).
- [11] P. Sumathi and C. V. Sathiya Bama, "An innovative route to acquire least cost in transportation problems," *Int J Eng Adv Technol*, vol. 9, no. 1, pp. 5368–5369, Oct. 2019, doi: [10.35940/ijeat.A3070.109119](https://doi.org/10.35940/ijeat.A3070.109119).
- [12] Y. A. Kanthi and B. K. Kristanto, "Implementasi Metode North-West Corner dan Stepping Stone Pengiriman Barang Galeri Bimasakti," *Jurnal Teknologi Informasi dan Ilmu Komputer*, vol. 7, no. 4, pp. 845–852, 2020, doi: [10.25126/jtiik.2020701625](https://doi.org/10.25126/jtiik.2020701625).
- [13] F. Muhtarulloh, M. Meirista, and R. Cahyandari, "Penyelesaian Masalah Transportasi Menggunakan Metode Sumathi-Sathiya dan Metode Pendekatan Karagul-Sahin (KSAM)," *Jurnal Eureka Matika*, vol. 10, no. 1, pp. 51–62, 2022, doi: [10.17509/jem.v10i1.45390](https://doi.org/10.17509/jem.v10i1.45390).
- [14] L. A. Fata, "Implementasi Metode RCWMCAM dan Sumathi-Sathiya Untuk Meminimumkan Biaya Distribusi (Studi Kasus: Mata Air Sikumbang Kampar)," Skripsi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, Riau, 2023.
- [15] R. U. Alfian et al., "Penerapan Metode Sumathi-Sathiya Dalam Penyelesaian Masalah Transportasi," *Jurnal Siger Matematika*, vol. 4, no. 1, pp. 29–36, 2023, doi: [10.23960%2Fjism.v4i1.8706](https://doi.org/10.23960%2Fjism.v4i1.8706).
- [16] E. Setiawan, "Analisis Penyelesaian Masalah Transportasi Menggunakan Metode Bilqis Chastine Erma (BCE) dan Metode Total Opportunity Cost Matrix - Minimal Total (TOCM-MT) Dengan Metode Stepping Stone Untuk Menentukan Solusi Optimal," Skripsi, UIN Sunan Gunung Djati Bandung, Bandung, 2021.
- [17] A. R. Sari, "Optimalisasi Biaya Transportasi Menggunakan Metode BCE dan ASM," Skripsi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, Riau, 2023.
- [18] E. T. Susdarwono, "Pemrograman Linier Permasalahan Ekonomi Pertahanan: Metode Grafik Dan Metode Simpleks," *Teorema: Teori dan Riset Matematika*, vol. 5, no. 1, pp. 89–104, 2020, doi: [10.25157/teorema.v5i1.3246](https://doi.org/10.25157/teorema.v5i1.3246).
- [19] R. J. Vanderbei, *Linear programming: Foundations and Extensions*. New York: Springer, 2020.
- [20] A. Fadjri, "Metode Lowest Supply Lowest Cost (LSLC) Pada Masalah Trans-

portasi Tidak Seimbang (Studi Kasus Pada Distribusi Air Minum PT. Anugerah Berkah Bersaudara)," *Journal of Mathematics UNP*, vol. 7, no. 2, pp. 28–37, 2022, doi: [10.24036/unpjomath.v7i2.12618](https://doi.org/10.24036/unpjomath.v7i2.12618).

[21] S. T. Darmawan Yudhanegara, *Riset Operasi Manajemen Transportasi*. Malang: Ahlimedia Book, 2021.