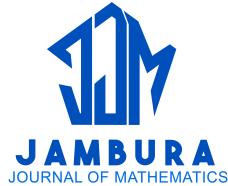


Optimalitas Rute pada Pengiriman Multiperjalanan dengan Armada Kendaraan Listrik Heterogen

Kamilia Salsabilla, Toni Bakhtiar, dan Farida Hanum



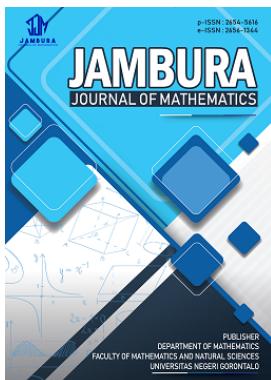
Volume 6, Issue 1, Pages 85–91, February 2024

Submit 7 Januari 2024, Direvisi 3 Februari 2024, Disetujui 5 Februari 2024

To Cite this Article : K. Salsabilla, T. Bakhtiar, dan F. Hanum, "Optimalitas Rute pada Pengiriman Multiperjalanan dengan Armada Kendaraan Listrik Heterogen", *Jambura J. Math*, vol. 6, no. 1, pp. 85–91, 2024, <https://doi.org/10.37905/jjom.v6i1.23993>

© 2024 by author(s)

JOURNAL INFO • JAMBURA JOURNAL OF MATHEMATICS

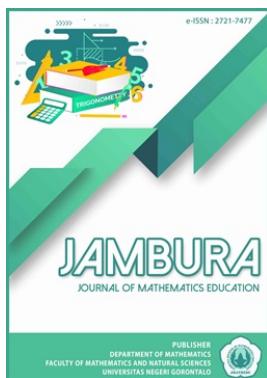


	Homepage	:	http://ejurnal.ung.ac.id/index.php/jjom/index
	Journal Abbreviation	:	Jambura J. Math.
	Frequency	:	Biannual (February and August)
	Publication Language	:	English (preferable), Indonesia
	DOI	:	https://doi.org/10.37905/jjom
	Online ISSN	:	2656-1344
	Editor-in-Chief	:	Hasan S. Panigoro
	Publisher	:	Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo
	Country	:	Indonesia
	OAI Address	:	http://ejurnal.ung.ac.id/index.php/jjom/oai
	Google Scholar ID	:	iWLjgaUAAAJ
	Email	:	info.jjom@ung.ac.id

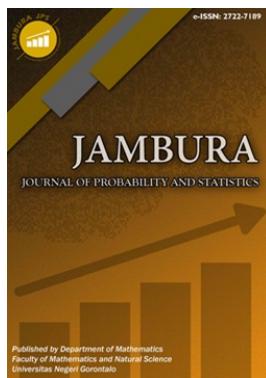
JAMBURA JOURNAL • FIND OUR OTHER JOURNALS



Jambura Journal of Biomathematics



Jambura Journal of Mathematics Education



Jambura Journal of Probability and Statistics



EULER : Jurnal Ilmiah Matematika, Sains, dan Teknologi

Optimalitas Rute pada Pengiriman Multiperjalanan dengan Armada Kendaraan Listrik Heterogen

Kamilia Salsabilla¹, Toni Bakhtiar^{1,*}, dan Farida Hanum¹

¹Divisi Riset Operasi, Departemen Matematika, IPB University, Indonesia

ARTICLE HISTORY

Submit 7 Januari 2024

Direvisi 3 Februari 2024

Disetujui 5 Februari 2024

KATA KUNCI

Kendaraan Listrik
Masalah Rute Kendaraan
Multiperjalanan
Rute Optimum

KEYWORDS

Electric Vehicles
Vehicle Routing Problems
Multiple Trips
Optimal Route

ABSTRAK. Kendaraan listrik menjadi tren utama dalam mobilitas berkelanjutan, mengurangi emisi dan ketergantungan pada bahan bakar fosil. Tantangan pemodelan optimasi rute terletak pada batasan daya jelajah baterai, waktu pengisian, dan keragaman jenis kendaraan listrik. Artikel ini mengeksplorasi optimalitas rute dalam sistem distribusi barang multiperjalanan menggunakan armada kendaraan listrik heterogen. Masalah perutean kendaraan listrik diformulasikan dalam bentuk pemrograman linear bilangan bulat campuran dengan tujuan mencari rute optimum berbiaya operasional terkecil. Fitur utama model ialah diperbolehkannya armada kendaraan listrik melakukan perjalanan tambahan untuk menyelesaikan tugas distribusi. Model diimplementasikan dalam dua contoh ilustratif sederhana, yaitu masalah pengiriman barang menggunakan armada kendaraan listrik homogen dan heterogen berdasarkan kapasitas muat dan kapasitas baterai. Setiap kasus memiliki 1 depot, 8 dan 10 pelanggan, serta 2 stasiun penggantian baterai, dan diselesaikan menggunakan metode branch-and-bound melalui Lingo 18.0. Hasil simulasi menunjukkan bahwa kapasitas baterai dan keberadaan stasiun penggantian baterai sangat menentukan rute yang terpilih.

ABSTRACT. Electric vehicles are emerging as a key trend in sustainable mobility, mitigating emissions, and reducing dependence on fossil fuels. The challenge in optimizing route modeling lies in some limitations such as battery range, charging time, and the diversity of electric vehicle types. This article explores the optimality of routes in a multiple trips distribution system using a heterogeneous fleet of electric vehicles. The electric vehicle routing problem is formulated as a mixed-integer linear programming aiming to find the most cost-efficient optimal route. A notable feature of the model allows electric vehicle fleets to undertake additional travel to complete distribution tasks, i.e., multiple trips. The model is implemented in two illustrative examples, involving the delivery of goods using homogeneous and heterogeneous electric vehicle fleets characterized by loading and battery capacities. Each case includes one depot, 8 and 10 customers, and 2 battery swapping stations, solved using the branch-and-bound method through Lingo 18.0. Simulation results indicate that battery capacity and the presence of battery swapping stations significantly influence the routes selection.



This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License. **Editorial of JJBM:** Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo, Jln. Prof. Dr. Ing. B.J. Habibie, Bone Bolango 96554, Indonesia.

1. Pendahuluan

Vehicle Routing Problem (VRP) merupakan topik penting dan menarik dalam optimisasi dan logistik. Masalah ini mendapat perhatian besar karena relevansinya dalam efisiensi operasional dan penghematan biaya transportasi bagi perusahaan logistik. VRP merupakan masalah optimisasi *NP-hard* yang bertujuan untuk menentukan rangkaian rute pengiriman dengan biaya terendah dari sebuah depot ke sekelompok pelanggan yang tersebar secara geografis, dengan mempertimbangkan kendala-kendala tambahan [1]. Masalah ini pertama kali didefinisikan oleh Dantzig dan Ramser [2] sebagai Truck Dispatching Problem dan kemudian dikenal sebagai generalisasi *Traveling Salesman Problem* (TSP), yang bertujuan untuk mencari satu rute dengan biaya minimum untuk mengunjungi semua pelanggan.

Electric Vehicle Routing Problem (EVRP), di sisi lain, merupakan

kan variasi VRP yang mempromosikan penggunaan kendaraan listrik (*electric vehicle*) dalam proses distribusi. Kehadiran kendaraan listrik menimbulkan tantangan baru dalam perencanaan rute karena perlunya dipertimbangkan aspek teknis seperti keterbatasan jarak tempuh akibat keterbatasan kapasitas baterai dan ketersediaan infrastruktur stasiun pengisian daya kendaraan listrik umum (SPKLU). Karena kapasitas baterai yang terbatas, jangkauan maksimum yang dapat dicapai kendaraan listrik dengan baterai yang terisi penuh ialah 160–240 km, jauh lebih rendah dibandingkan jangkauan kendaraan konvensional 480–650 km [3–5]. Untuk mencapai jarak berkendara yang serupa dengan kendaraan konvensional, kendaraan listrik perlu mengunjungi SPKLU untuk mengisi daya ulang. Beberapa aspek teknis tentang baterai kendaraan listrik, seperti kurangnya kompatibilitas pengisi daya, perlunya manajemen energi yang sistematis, kurangnya prosedur yang dapat meminimumkan keputusan perutean dan penjadwalan kendaraan listrik, penggunaan pendingin atau pemanas, re-

*Penulis Korespondensi.

gulasi pemerintah, dan langkah-langkah penggunaan kendaraan listrik dalam layanan transportasi, telah dibahas oleh Margaritis *et al.* [6]. Meski masih memiliki keterbatasan, EVRP memiliki potensi dan urgensi yang signifikan dalam bidang *green logistics*, yaitu suatu konsep yang bertujuan untuk mengurangi dampak negatif lingkungan dari kegiatan logistik, seperti emisi gas rumah kaca, polusi udara, dan penggunaan bahan bakar fosil. Tinjauan mengenai tantangan lingkungan, strategi, dan operasional integrasi kendaraan listrik dalam aktivitas logistik dan transportasi dilakukan oleh Juan *et al.* [7]. Survei tentang hasil-hasil penelitian yang berkaitan dengan *green vehicle routing problem* (GVRP) diberikan oleh Macrina *et al.* [8].

EVRP menjadi semakin penting karena pertumbuhan eksponensial kendaraan listrik di sektor transportasi akhir-akhir ini secara global [9] maupun di Indonesia [10]. Efisiensi operasional, pengurangan emisi karbon, dan peningkatan keberlanjutan merupakan argumen utama untuk meneliti EVRP lebih progresif. Di beberapa negara, karena kebijakan dan peraturan baru terkait emisi gas rumah kaca di sektor transportasi, perusahaan logistik dihadapkan pada pembayaran denda yang lebih tinggi untuk setiap gram emisi CO₂/km [11]. Dengan penetrasi pasar kendaraan listrik yang semakin tinggi, banyak perusahaan yang mempertimbangkan integrasi kendaraan listrik ke dalam armada transportasi mengingat kendaraan listrik tidak menghasilkan emisi gas rumah kaca, menghasilkan sedikit kebisingan, dan tidak bergantung pada fluktuasi harga minyak. Li *et al.* [12] membahas masalah manajemen armada bus campuran yang terdiri atas bus dengan sumber daya listrik, diesel, gas alam terkompresi, dan diesel hibrida, di mana dimaksimumkan manfaat total penggantian kendaraan lama dengan yang baru di bawah kendala anggaran disertai pengoptimuman penetapan rute untuk setiap bus selama periode perencanaan. Sementara itu, Lu *et al.* [13] memodelkan penjadwalan armada taksi yang terdiri atas kendaraan listrik dan konvensional.

VRP telah digunakan untuk memodelkan masalah pencarian rute optimum distribusi barang dan telah memunculkan banyak varian model, seperti VRP dengan kapasitas muatan kendaraan terbatas (*capacitated VRP*, CVRP), VRP dengan jendela waktu pelanggan (*VRP with time-window*, VRPTW), VRP dengan banyak depot (*multidepot VRP*, MDVRP), VRP dengan penjemputan dan pengiriman (*VRP with pickup and delivery*, VRPPD), VRP dengan pengiriman terpisah (*VRP with split delivery*, VRPSD), VRP dengan armada heterogen (*mixed fleet VRP*, MFVRP), dan sebagainya [14, 15]. Selain metode eksak yang sifatnya terbatas hanya pada CVRP dengan 360 simpul [16] dan VRPTW dengan 50–100 simpul [17], banyak prosedur heuristik, metaheuristik, dan hibrid diusulkan untuk memecahkan masalah VRP dan berbagai variannya. Pada kasus EVRP, ulasan komprehensif tentang model dan varian yang telah dikembangkan dapat dilihat pada [18–20].

Ketika sebuah perusahaan distribusi menghadapi situasi di mana total permintaan pelanggan melebihi total kapasitas muatan armada kendaraan yang dimiliki, maka salah satu penyelesaian yang dapat dilakukan ialah dengan mengizinkan satu atau lebih kendaraan melakukan perjalanan (ritasi) tambahan untuk menyelesaikan pengiriman. Masalah ini dikenal sebagai VRP multiperjalanan (*VRP with multiple trips*, VRPMT) dan menjadi penting karena memiliki aplikasi yang luas dalam manajemen rantai pasok, misalnya *last-mile delivery* [21]. Dengan memecahkan VRP multiperjalanan secara efisien, perusahaan dapat mengoptimalkan penggunaan armada kendaraan sehingga mengurangi biaya operasional. Keharusan melakukan multiperjalanan dapat muncul bersama dengan kondisi lain, seperti *time window* [22–24], multiproduk dan kompartemen [25], dan pengiriman terpisah [26]. Pembahasan masalah distribusi multiperjalanan menggunakan kendaraan listrik (EVRPMT) masih jarang ditemukan. Zhang & Zhang [27] menerapkan model EVRPMT pada masalah evakuasi menggunakan bus listrik, Haryanto [28] membahas pemodelan *last-mile delivery* PT Pos Indonesia dalam bentuk EVRPMT dan penyelesaiannya menggunakan algoritme *variable neighborhood descent*, sedangkan Wang *et al.* [29] mengimplementasikan algoritme *hybrid variable neighborhood* untuk menyelesaikan EVRPMT. Selain penggunaan kendaraan tunggal, implementasi algoritme heuristik tentu saja hanya menghasilkan solusi yang bersifat suboptimum.

Artikel ini membahas masalah pencarian rute optimum armada kendaraan listrik multiperjalanan dengan kapasitas muatan dan kapasitas baterai berbeda (*heterogeneous fleet EVRPMT*). Masalah dimodelkan dalam bentuk pemrograman linear bilangan bulat campuran (*mixed integer linear programming*, MILP) dan diselesaikan menggunakan metode eksak *branch-and-bound* sehingga diperoleh solusi optimum global. Secara khusus, dalam artikel ini dianalisis pengaruh kapasitas muatan dan kapasitas baterai serta kehadiran BSS terhadap pemilihan rute terbaik menggunakan armada kendaraan listrik homogen dan heterogen.

2. Model Distribusi Multiperjalanan

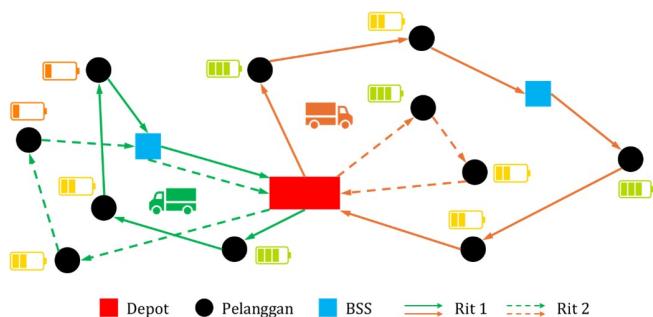
Bab ini membahas formulasi model EVRPMT dengan armada heterogen dalam bentuk MILP. Model Lin *et al.* [30] direlaksasi dengan membolehkan digunakannya lebih dari satu kendaraan listrik dan setiap kendaraan dapat melakukan lebih dari satu ritasi. Pembahasan diawali dengan penyampaian asumsi dan pengetahuan notasi yang digunakan dalam membangun model.

2.1. Asumsi dan Notasi

Berikut adalah asumsi-asumsi yang realistik dan relevan digunakan dalam pemodelan EVRP multiperjalanan:

1. Perusahaan memiliki satu depot dan sejumlah kendaraan listrik.
2. Rute bersifat tertutup: di setiap ritasi, kendaraan listrik memulai dan mengakhiri rute di depot.
3. Kendaraan listrik yang digunakan berjenis *battery electric vehicle* (BEV) yang ditenagai secara eksklusif dari baterai yang dipasang di dalam kendaraan.
4. Setiap kendaraan dapat memiliki kapasitas muatan dan kapasitas baterai berbeda dan terbatas. BEV harus mengisi daya ulang (*recharging*) ketika diperlukan.
5. Pengisian daya listrik ulang dilakukan pada SPKLU berjenis *battery swapping station* (BSS).
6. Konsumsi daya kendaraan listrik hanya dipengaruhi oleh jarak yang ditempuh dan tidak dipengaruhi oleh kecepatan atau berat kendaraan. Laju konsumsi daya per satuan jarak bersifat konstan.
7. Baterai dengan berbagai kapasitas yang terisi penuh selalu tersedia di BSS dan depot. Setiap kendaraan meninggalkan depot dan BSS dengan baterai terisi penuh.
8. Permintaan barang oleh pelanggan diketahui dan bersifat tetap.

Diagram ilustratif model EVRP multiperjalanan yang menjadi fokus dalam artikel ini diberikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Model VRP multiperjalanan dengan armada kendaraan listrik

Untuk memfasilitasi formulasi dan analisis model, diperkenalkan beberapa himpunan, indeks, parameter, dan variabel berikut: $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots, n\}$, $\mathbb{K} = \{1, 2, \dots, m\}$, $\mathbb{B} = \{1, 2, \dots, q\}$, dan $\mathbb{R} = \{1, 2, \dots, p\}$ berturut-turut adalah himpunan semua pelanggan, himpunan semua kendaraan listrik, himpunan semua BSS, dan himpunan ritasi. Indeks i atau j digunakan untuk menunjuk pelanggan tertentu, indeks k untuk menunjuk kendaraan, dan indeks r untuk menunjuk ritasi. Indeks $i = 0$ dan $i = n + 1$, dengan n adalah banyaknya pelanggan, berturut-turut menunjuk depot awal dan depot akhir yang terletak di lokasi yang sama. Didefinisikan juga beberapa gabungan himpunan berikut: \mathbb{A}_1 himpunan semua pelanggan, BSS, dan depot awal ($\mathbb{A}_1 = \mathbb{N} \cup \mathbb{B} \cup 0$), \mathbb{A}_{n+1} himpunan semua pelanggan, BSS, dan depot akhir ($\mathbb{A}_{n+1} = \mathbb{N} \cup \mathbb{B} \cup n + 1$), dan $\mathbb{A}_{1,n+1}$ himpunan semua pelanggan, BSS, depot awal, dan depot akhir ($\mathbb{A}_{1,n+1} = \mathbb{N} \cup \mathbb{B} \cup 0, n + 1$). Semua parameter yang terlibat di rangkum dalam Tabel 1.

Tabel 1. Parameter model

Parameter	Deskripsi	Satuan
n	Banyaknya pelanggan	orang
m	Banyaknya kendaraan listrik yang tersedia	unit
q	Banyaknya BSS yang tersedia	bahan
p	Banyaknya ritasi kendaraan	kali
d_{ij}	Jarak pelanggan i ke pelanggan j	kilometer
δ_i	Banyaknya permintaan barang pelanggan i	unit
Q_k	Kapasitas muatan kendaraan listrik k	kilogram
B_k	Kapasitas baterai kendaraan listrik k	kilowatt
c_k	Biaya perjalanan kendaraan listrik k	Rp/km
β_k	Biaya penggantian baterai kendaraan listrik k	Rp
h_k	Laju konsumsi baterai kendaraan listrik k	kw/km

Untuk mencatat aktivitas pada proses distribusi, didefinisikan variabel keputusan biner pada persamaan (1):

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 ; & \text{jika terdapat perjalanan dari } i \text{ ke } j \\ & \text{menggunakan kendaraan } k \text{ pada} \\ & \text{ritasi } r \\ 0 ; & \text{jika selainnya.} \end{cases} \quad (1)$$

Selain variabel keputusan pada persamaan (1), terdapat dua variabel lain yang terlibat dalam model yang akan diperkenalkan kemudian.

2.2. Model EVRPMT

Pada model EVRPMT, rute optimum dicari sedemikian sehingga meminimumkan total biaya operasional kendaraan listrik z yang terdiri atas biaya perjalanan z_1 dan biaya penggantian baterai z_2 . Fungsi objektif dituliskan pada persamaan (2):

$$\min z := z_1 + z_2, \quad (2)$$

dengan

$$z_1 = \sum_{i \in \mathbb{A}_{1,n+1}} \sum_{j \in \mathbb{A}_{1,n+1}} \sum_{k \in \mathbb{K}} \sum_{r \in \mathbb{R}} c_k d_{ij} x_{ijk}, \quad (3)$$

$$z_2 = \sum_{i \in \mathbb{B}} \sum_{j \in \mathbb{A}_{1,n+1} \setminus \mathbb{B}} \sum_{k \in \mathbb{K}} \sum_{r \in \mathbb{R}} \beta_k x_{ijk}. \quad (4)$$

Dari persamaan (3) dapat dilihat bahwa biaya perjalanan bergantung pada jarak yang ditempuh dengan biaya satuan yang berbeda menurut kendaraan, sedangkan dari persamaan (4), diketahui bahwa biaya penggantian baterai bergantung pada kendaraan listrik yang digunakan.

Kendala-kendala yang terlibat dalam model EVRPMT meliputi batasan-batasan standar yang biasa ditemui dalam model VRP, kondisi yang membolehkan kendaraan melakukan perjalanan atau ritasi tambahan, dan syarat-syarat yang harus dipenuhi oleh kendaraan listrik, yaitu:

- Setiap pelanggan dikunjungi tepat satu kali oleh satu kendaraan listrik:

$$\sum_{j \in \mathbb{N}, i \neq j} \sum_{k \in \mathbb{K}} \sum_{r \in \mathbb{R}} x_{ijk} = 1, \quad \forall i \in \mathbb{A}_1, \quad (5)$$

$$\sum_{i \in \mathbb{N}, i \neq j} \sum_{k \in \mathbb{K}} \sum_{r \in \mathbb{R}} x_{ijk} = 1, \quad \forall j \in \mathbb{A}_{n+1}. \quad (6)$$

Kendala pada persamaan (5) memastikan bahwa pada ritasi r , pelanggan i dikunjungi satu kali oleh kendaraan k sebelum melanjutkan ke pelanggan berikutnya atau ke BSS. Kendala pada persamaan (6) menjamin bahwa pelanggan j atau BSS atau depot (akhir) dikunjungi satu kali setelah kendaraan mengunjungi pelanggan i .

- Kendaraan listrik boleh mengunjungi BSS beberapa kali jika diperlukan:

$$\sum_{i \in \mathbb{A}_1, i \neq j} x_{ijk} \geq 0, \quad \forall j \in \mathbb{B}, \forall k \in \mathbb{K}, \forall r \in \mathbb{R}, \quad (7)$$

$$\sum_{j \in \mathbb{A}_{n+1}, i \neq j} x_{ijk} \geq 0, \quad \forall i \in \mathbb{B}, \forall k \in \mathbb{K}, \forall r \in \mathbb{R}. \quad (8)$$

Kendala (7) dan (8) berturut-turut menyatakan perjalanan menuju dan meninggalkan BSS.

- Di setiap ritasi, setiap kendaraan listrik mengawali perjalanan dari depot dan kembali ke depot ketika perjalanan telah selesai:

$$\sum_{j \in \mathbb{A}_{n+1}} x_{0jkr} \geq 0, \quad \forall k \in \mathbb{K}, \forall r \in \mathbb{R}, \quad (9)$$

$$\sum_{i \in \mathbb{A}_1} x_{i,n+1,kr} \geq 0, \quad \forall k \in \mathbb{K}, \forall r \in \mathbb{R}. \quad (10)$$

Dua kendala (9) dan (10), memastikan terjadinya rute tertutup (*closed route*).

4. Kendala pada persamaan (11) menjamin rute yang dilalui kendaraan membentuk rangkaian simpul yang terhubung tanpa ada jeda atau segmen yang terputus:

$$\sum_{i \in \mathbb{A}_1} x_{ilk} = \sum_{j \in \mathbb{A}_{n+1}} x_{ljkr}, \quad \forall l \in \mathbb{N} \cup \mathbb{B}, \forall k \in \mathbb{K}, \forall r \in \mathbb{R}. \quad (11)$$

Kendala kontinuitas rute di atas merupakan kendala penting dalam model VRP untuk memastikan bahwa kendaraan mengunjungi pelanggan dengan cara yang logis dan berurutan. Kendala ini merupakan sifat konservasi aliran, yaitu jumlah kunjungan masuk sama dengan jumlah kunjungan keluar di setiap simpul.

5. Pada suatu ritasi, setiap kendaraan tidak boleh mengunjungi kembali pelanggan atau BSS yang sama:

$$x_{iikr} = 0, \quad \forall i \in \mathbb{A}_{1,n+1}, \forall k \in \mathbb{K}, \forall r \in \mathbb{R}. \quad (12)$$

6. Di setiap ritasi, banyaknya barang yang dibawa oleh suatu kendaraan tidak melebihi kapasitas muatan kendaraan tersebut:

$$\sum_{i \in \mathbb{A}_{1,n+1}} \sum_{j \in \mathbb{A}_{1,n+1}, i \neq j} \delta_i x_{ijk} \leq Q_k, \quad \forall k \in \mathbb{K}, \forall r \in \mathbb{R}. \quad (13)$$

Kendala (13) sekaligus menjamin bahwa permintaan barang setiap pelanggan terpenuhi.

7. Baterai terisi penuh setiap kendaraan meninggalkan depot atau BSS:

$$y_{1kr} = B_k, \quad \forall k \in \mathbb{K}, \forall r \in \mathbb{R}, \quad (14)$$

$$y_{ikr} = B_k, \quad \forall i \in \mathbb{B}, \forall k \in \mathbb{K}, \forall r \in \mathbb{R}. \quad (15)$$

Pada kendala (14) dan (15), y_{ikr} didefinisikan sebagai daya yang tersisa pada baterai kendaraan k saat mengunjungi simpul i pada ritasi r dan merupakan variabel yang harus ditentukan oleh model. Variabel ini harus memenuhi kendala berikutnya.

8. Daya yang tersisa pada baterai kendaraan k saat mengunjungi simpul i pada ritasi r bersifat taknegatif dan tidak mungkin melebihi kapasitas baterai:

$$0 \leq y_{ikr} \leq B_k, \quad \forall i \in \mathbb{A}_{1,n+1}, \forall k \in \mathbb{K}, \forall r \in \mathbb{R}. \quad (16)$$

9. Daya yang tersisa pada baterai kendaraan saat mengunjungi suatu simpul bergantung pada jarak yang ditempuh dari simpul sebelumnya:

$$0 \leq y_{jkr} \leq y_{ikr} - h_k d_{ij} x_{ijk} + B_k (1 - x_{ijk}), \\ \forall i \in \mathbb{N} \cup \mathbb{B}, \forall j \in \mathbb{A}_{n+1}, i \neq j, \\ \forall k \in \mathbb{K}, \forall r \in \mathbb{R}, \quad (17)$$

$$0 \leq y_{jkr} \leq B_k - h_k d_{lj} x_{ljk}, \\ \forall l \in \mathbb{B}, \forall j \in \mathbb{A}_{n+1}, i \neq j, \forall k \in \mathbb{K}, \\ \forall r \in \mathbb{R}. \quad (18)$$

Jika terjadi perjalanan dari pelanggan i ke pelanggan j , yaitu $x_{ijk} = 1$, maka kendala (17) berubah menjadi $0 \leq y_{jkr} \leq y_{ikr} - h_k d_{ij}$, yang menunjukkan pengurangan daya listrik akibat perjalanan tersebut. Jika tidak terjadi, yaitu $x_{ijk} = 0$, maka kendala tersebut menjadi $0 \leq y_{jkr} \leq y_{ikr} + B_k$ yang selalu terpenuhi. Situasi serupa ditunjukkan kendala (18) ketika kendaraan baru saja meninggalkan BSS.

10. Subtur (*subtour*) mengacu pada gelung (*loops*) atau sirkuit (*circuits*) yang lebih kecil yang terbentuk dalam rute yang lebih besar. Jika dibiarkan, subtur ini dapat menghasilkan solusi yang suboptimal di mana kendaraan akhirnya menciptakan rute yang tidak efisien atau takfisibel [14]. Kendala eliminasi subtur membantu mencegah terjadinya situasi ini:

$$u_{ikr} - u_{jkr} + nx_{ijk} \leq n - 1, \\ \forall i \in \mathbb{A}_1, \forall j \in \mathbb{A}_{1,n+1}, i \neq j, \forall k \in \mathbb{K}, \forall r \in \mathbb{R}. \quad (19)$$

dengan u_{ikr} merupakan variabel yang merepresentasikan peringkat simpul i pada rute akhir. Variabel ini ditentukan secara optimal oleh model. Kendala eliminasi subtur (19) mengikuti formulasi Miller-Tucker-Zemlin (MTZ) [31].

11. Kendala biner dan kendala ketaknegatifan:

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \forall i, j \in \mathbb{A}_{1,n+1}, \forall k \in \mathbb{K}, \forall r \in \mathbb{R}, \quad (20)$$

$$u_{ikr} \geq 0, \forall i \in \mathbb{A}_{1,n+1}, \forall k \in \mathbb{K}, \forall r \in \mathbb{R}. \quad (21)$$

3. Hasil dan Pembahasan

Model EVRPMT yang menjadi fokus pembahasan dalam artikel ini dapat dinyatakan sebagai meminimumkan biaya operasional (2) terhadap kendala-kendala (5)–(21). Pada bab ini, dibahas penerapan model pada masalah distribusi barang multiperjalanan. Dua contoh ilustratif ditinjau, yaitu model EVRPMT menggunakan armada kendaraan listrik heterogen dan homogen, untuk memvalidasi keandalan model.

3.1. Contoh Ilustratif

Terdapat dua kasus yang ditinjau dalam implementasi model EVRPMT dan dibedakan menurut banyaknya pelanggan, serta kapasitas muatan dan kapasitas baterai seperti disarikan pada Tabel 2. Contoh 1 mengoperasikan armada kendaraan listrik heterogen sedangkan Contoh 2 homogen. Contoh 1 melibatkan 8 pelanggan, Contoh 2 menggunakan 10 pelanggan, dan pada keduanya terdapat 1 Depot dan 2 BSS. Jarak antarsimpul (depot,

Tabel 2. Studi kasus implementasi model EVRPMT

Armada	Jumlah Pelanggan	Jumlah Kendaraan	Kapasitas Muatan	Kapasitas Baterai
Heterogen (Contoh 1)	8	2	220	130
			150	100
Homogen (Contoh 2)	10	2	200	130
			200	130

Tabel 3. Jarak antarsimpul dan tingkat permintaan barang Contoh 1

d_{ij}	D	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	BSS1	BSS2	δ_i
D	0	42	60	22	47	44	20	56	47	56	40	0
P1	0	21	25	75	60	52	74	56	30	65	90	
P2	0	63	110	116	38	29	41	75	25	105		
P3	0	35	54	26	62	33	62	25	105	26	55	
P4	0	62	35	33	62	21	46	47	55	85		
P5	0	29	44	21	45	33	46	47	55	85		
P6	0	24	37	19	38	27	32	70				
P7	0	27	38	21	50							
P8	0	25	41	94								
BSS1									0	39	0	
BSS2									0	0	0	

Tabel 4. Jarak antarsimpul dan tingkat permintaan barang Contoh 2

d_{ij}	D	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	BSS1	BSS2	δ_i
D	0	42	60	22	47	44	20	56	47	39	31	56	40	0
P1	0	21	25	75	60	52	74	56	67	60	30	65	90	
P2	0	63	110	116	38	29	41	22	116	75	25	85		
P3	0	35	54	26	62	39	53	54	105	26	55			
P4	0	62	35	33	62	28	62	25	55	115				
P5	0	29	44	21	45	33	46	47	55					
P6	0	24	37	89	36	19	32	80						
P7	0	27	47	73	38	21	50							
P8	0	42	40	25	41	64								
P9	0	43	35	20	75									
P10	0	46	47	60										
BSS1									0	39	0			
BSS2									0	0	0			

pelanggan, BSS) yang diasumsikan simetrik dan tingkat permintaan barang (δ_i) merupakan data hipotetik dan diberikan pada Tabel 3 dan Tabel 4. Depot dilambangkan dengan D sedangkan pelanggan dengan P1, P2, dan seterusnya.

Pada Contoh 1, biaya perjalanan ialah 2000 rupiah/km untuk kendaraan pertama dan 1500 rupiah/km untuk kendaraan kedua, sedangkan biaya penggantian baterai berturut-turut ialah 1000 rupiah dan 900 rupiah setiap kali ganti. Pada Contoh 2 dengan kendaraan listrik homogen, biaya perjalanan ialah 2000 rupiah/km dan biaya ganti baterai 1000 rupiah untuk setiap kendaraan. Diasumsikan bahwa untuk menempuh jarak 1 km diperlukan daya baterai sebesar 1 kw.

Banyaknya ritasi p dapat ditentukan dengan membandingkan total permintaan barang oleh pelanggan dan total kapasitas muatan. Pada Contoh 1, total kapasitas muatan ialah $220 + 150 = 370$ kg dan total permintaan barang 634 kg, sehingga diperlukan 2 ritasi. Pada Contoh 2, total kapasitas muatan ialah 400 kg dan total permintaan barang 729 kg, sehingga dibutuhkan 2 ritasi juga. Rangkuman nilai-nilai parameter yang digunakan pada Contoh 1 dan Contoh 2 diberikan pada Tabel 5.

3.2. Rute Optimum

Contoh 1 merupakan masalah EVRPMT dengan armada heterogen karena dua kendaraan listrik yang digunakan memiliki kapasitas muatan dan kapasitas baterai berbeda. Implementasi model pada peranti lunak Lingo 18.0 menggunakan mesin standar (RAM 8 GB) memberikan biaya operasional minimum sebesar $z^* = 827900$ rupiah (optimum global) yang dicapai dalam waktu 7,85 detik (setara dengan 58613 iterasi metode branch-and-bound).

Pada Contoh 1, kedua kendaraan melakukan dua kali ritasi untuk menyelesaikan proses distribusi. Kendaraan pertama pada ritasi pertama memiliki rute D-P2-P1-D dengan jarak tempuh $60+21+42 = 123$ km, sehingga masih di bawah kapasitas baterai sebesar 130 kw. Akibatnya, kendaraan pertama tidak perlu mengganti baterai pada ritasi pertama. Pada ritasi kedua, rute yang dilalui ialah D-P5-P8-D dengan jarak tempuh $44 + 21 + 47 = 112$ km tanpa harus mengunjungi BSS. Sementara itu, kendaraan kedua dengan kapasitas baterai lebih kecil memulai rute dengan tidak biasa. Begitu meninggalkan depot D, kendaraan langsung menuju BSS1 yang berjarak 56 km untuk menukar baterai. Dengan daya terisi penuh, kendaraan meninggalkan BSS1 menuju

Tabel 5. Nilai parameter model

Parameter	Deskripsi	Contoh 1	Contoh 2	Satuan
n	Banyaknya pelanggan	8	10	orang
m	Banyaknya BEV	2	2	unit
q	Banyaknya BSS	2	2	buah
p	Banyaknya ritasi	2	2	kali
d_{ij}	Jarak antarsimpul	lihat Tabel 3	lihat Tabel 4	kilometer
δ_i	Banyaknya permintaan	lihat Tabel 3	lihat Tabel 4	unit
Q_k	Kapasitas muatan	220, 150	130, 100	kilogram
B_k	Kapasitas baterai	130, 100	130, 130	kilowatt
c_k	Biaya perjalanan	2000, 1500	2000, 2000	Rp/km
β_k	Biaya ganti baterai	1000, 900	1000, 1000	Rp
h_k	Laju konsumsi baterai	1	1	kW/km

P4, P3, dan kembali ke depot. Rute D-BSS1-P4-P3-D memiliki jarak tempuh 138 km. Pada saat kembali ke depot, daya baterai yang tersisa ialah 18 kw. Pada ritasi kedua, kendaraan melakukan distribusi barang melalui rute D-P6-P7-D dengan jarak tempuh 100 km, sama persis dengan kapasitas baterai. Rincian rute beserta status daya baterai dan muatan Contoh 1 dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Rute optimum Contoh 1

Kendaraan	Ritasi	Rute	Daya Baterai (kw)	Muatan (kg)
1		D	130	175
		P2	70	85
		P1	49	0
		D	7	0
2		D	130	179
		P5	86	94
		P8	65	0
		D	18	0
1		D	100	140
		BSS1	100	140
		P4	75	55
		P3	40	0
2		D	18	0
		D	100	120
		P6	80	50
		P7	56	0
		D	0	0

Contoh 2 membutuhkan waktu komputasi lebih lama dibandingkan Kasus 1, yaitu 163,1 detik. Metode *branch-and-bound* membutuhkan 845615 iterasi untuk mendapatkan solusi optimum 969000 rupiah (optimum global). Hal ini tentu saja wajar karena Contoh 2 memiliki jumlah pelanggan yang lebih besar.

Seperi dapat dilihat pada Tabel 7, kendaraan pertama menempuh rute D-P10-P5-P6-D pada ritasi pertama dan rute D-P9-P4-D pada ritasi kedua dengan jarak tempuh berturut-turut 113 km dan 114 km. Karena jarak tempuh masih di dalam jangkauan baterai 130 kw, maka kendaraan pertama tidak perlu mengganti baterai di BSS. Sementara itu kendaraan kedua harus mengunjungi BSS2 sesaat sebelum kembali ke depot pada ritasi pertama (D-P8-P7-P2-BSS2-D). Tindakan ini perlu dilakukan karena ketika sampai di P2 daya baterai tersisa 27 kw sementara jarak P2 ke depot ialah 60 km. Pada ritasi kedua, kendaraan kedua melalui rute D-P3-P1-D tanpa singgah ke BSS.

Tabel 7. Rute optimum Contoh 2

Kendaraan	Ritasi	Rute	Daya Baterai (kw)	Muatan (kg)
			D	130
1		P10	99	135
		P5	66	80
		P6	37	0
		D	17	0
2		D	130	190
		P9	91	115
		P4	63	0
		D	16	0
1		D	130	195
		P8	83	135
		P7	56	85
		P2	27	0
2		BSS2	130	0
		D	90	0
		D	130	145
		P3	108	90
2		P1	83	0
		D	41	0

4. Kesimpulan

Pada artikel ini sudah diajukan model pencarian rute optimum masalah distribusi barang menggunakan kendaraan listrik. Fitur utama yang ditawarkan model ialah penggunaan armada kendaraan listrik dengan setiap kendaraan listrik dimungkinkan melakukan perjalanan tambahan (*multiple trips*) untuk menyelesaikan proses distribusi. Fitur lain yang juga dimiliki oleh model ialah penggunaan armada kendaraan listrik dengan karakteristik yang berbeda, meliputi kapasitas muatan, kapasitas baterai, dan laju konsumsi baterai. Model EVRPMT sudah diimplementasikan pada dua contoh sederhana, yaitu armada homogen dan heterogen, yang keduanya melibatkan 1 depot, 2 BSS, dan 2 kendaraan listrik, serta 8 dan 10 pelanggan, berturut-turut. Kedua masalah perutean dapat diselesaikan dalam waktu relatif cepat (kurang dari tiga menit) menggunakan metode eksak *branch-and-bound*. Pada kasus armada heterogen, rute optimum ialah D-P2-P1-D dan D-P5-P8-D untuk BEV 1 serta D-BSS1-P4-P3-D dan D-P6-P7-D untuk BEV 2. Pada kasus armada homogen, rute optimum diberikan oleh D-P10-P5-P6-D dan D-P9-P4-D untuk BEV 1 serta D-P8-P7-P2-BSS2-D dan D-P3-P1-D untuk BEV 2. Terlihat bahwa keberagaman kapasitas baterai dan keberadaan BSS sangat mempengaruhi penentuan rute optimum.

Model EVRPMT tentu saja dapat dikembangkan dengan menambahkan fitur baru, seperti adanya jendela waktu pelanggan (*time window*) dan/atau pengiriman terpisah (*split delivery*). Penggunaan kombinasi kendaraan konvensional dan kendaraan listrik (*hybrid*) juga merupakan topik penelitian yang menarik. Jika jumlah simpul yang terlibat dalam distribusi cukup besar, maka perlu dirancang metode-metode penyelesaian berbasis heuristik atau metaheuristik yang lebih efisien dalam hal waktu proses.

Kontribusi Penulis. Kamilia Salsabilla: Konseptualisasi, pengumpulan data, metodologi, analisis formal, investigasi, penulisan draft, dan visualisasi. Toni Bakhtiar: Konseptualisasi, validasi, penulisan pembahasan dan pengeditan, supervisi. Farida Hanum: Konseptualisasi, validasi, penulisan pembahasan dan pengeditan, supervisi. Semua penulis telah membaca dan menyetujui versi manuskrip yang diterbitkan.

Ucapan Terima Kasih. Para penulis menyampaikan terima kasih kepada editor dan reviewer atas pembacaan yang cermat, kritik yang mendalam, dan rekomendasi yang praktis untuk meningkatkan kualitas tulisan ini.

Pembiayaan. Penelitian ini tidak menerima pembiayaan eksternal.

Konflik Kepentingan. Para penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan yang terkait dengan artikel ini.

Referensi

- [1] G. Laporte, "Fifty years of vehicle routing," *Transp. Sci.*, vol. 43, no. 4, pp. 408–416, 2009, doi: [10.1287/trsc.1090.0301](https://doi.org/10.1287/trsc.1090.0301).
- [2] G. B. Dantzig and J. H. Ramser, "The truck dispatching problem," *Manag. Sci.*, vol. 6, no. 1, pp. 80–91, 1959, doi: [10.1287/mnsc.6.1.80](https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80).
- [3] K. Young, C. Wang, L. Y. Wang, and K. Strunz, "Electric vehicle battery technologies," in R. Garcia-Valle and J. Pecas-Lopes (eds), *Electric Vehicle Integration into Modern Power Networks. Power Electronics and Power Systems*, New York, NY: Springer, 2013, doi: [10.1007/978-1-4614-0134-6_2](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-0134-6_2).
- [4] J. van Duin, L. Tavasszy, and H. Quak, "Towards electric-urban freight: First promising steps in the electronic vehicle revolution," *Eur. Transp. Trasp. Eur.*, no. 54, pp. 1–19, 2013.
- [5] C. Liao, S. Lu, and Z. M. Shen, "The electric vehicle touring problem," *Transp. Res. B Methodol.*, vol. 86, pp. 163–180, 2016, doi: [10.1016/j.trb.2016.02.002](https://doi.org/10.1016/j.trb.2016.02.002).
- [6] D. Margaritis, A. Anagnostopoulou, A. Tromaras, and M. Boile, "Electric commercial vehicles: practical perspectives and future research directions," *Res. Transp. Bus. Manag.*, vol. 18, pp. 4–10, 2016, doi: [10.1016/j.rtbm.2016.01.005](https://doi.org/10.1016/j.rtbm.2016.01.005).
- [7] A. Juan, C. Mendez, J. Faulin, J. de Armas, and S. Grasman, "Electric vehicles in logistics and transportation: a survey on emerging environmental, strategic, and operational challenges," *Energies*, vol. 9, no. 2, pp. 86, 2016, doi: [10.3390/en9020086](https://doi.org/10.3390/en9020086).
- [8] G. Macrina, L. D. P. Pugliese, and F. Guerriero, "The green-vehicle routing problem: a survey." In H. Derbel, B. Jarboui, and P. Siarry (eds), *Modelling and optimization in green logistics*, pp. 1–26, 2020, Springer, Cham, doi: [10.1007/978-3-030-45308-4_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-45308-4_1).
- [9] I. E. A., "Global EV outlook 2023: catching up with climate ambitions," International Energy Agency, 2023.
- [10] F. A. Padhilah, P. Aji, and I. R. F. Surya, "Indonesia Electric Vehicle Outlook (IEVO) 2023," Institute for Essential Services Reform (IESR), 2023.
- [11] P. Martin, "Weak emission standards and Australia's slow uptake of electric vehicles," *Econ. Papers*, vol. 41, no. 4, pp. 390–395, 2022, doi: [10.1111/1759-3441.12371](https://doi.org/10.1111/1759-3441.12371).
- [12] L. Li, H. K. Lo, F. Xiao, and X. Cen, "Mixed bus fleet management strategy for minimizing overall and emissions external costs," *Transp. Res. D Transp. Environ.*, vol. 60, pp. 104–118, 2018, doi: [10.1016/j.trd.2016.10.001](https://doi.org/10.1016/j.trd.2016.10.001).
- [13] C. C. Lu, S. Yan, and Y. W. Huang, "Optimal scheduling of a taxi fleet with mixed electric and gasoline vehicles to service advance reservations," *Transp. Res. C Emerg. Technol.*, vol. 93, pp. 479–500, 2018, doi: [10.1016/j.trc.2018.06.015](https://doi.org/10.1016/j.trc.2018.06.015).
- [14] P. Toth and D. Vigo, *The vehicle routing problem*, Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002, doi: [10.1137/1.9780898718515](https://doi.org/10.1137/1.9780898718515).
- [15] T. Vidal, T. G. Crainic, M. Gendreau, and C. Prins, "Heuristics for multi-attribute vehicle routing problems: a survey and synthesis," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 231, no. 1, pp. 1–21, 2013, doi: [10.1016/j.ejor.2013.02.053](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.02.053).
- [16] D. Pecin, A. Pessoa, M. Poggi, and E. Uchoa, "Improved branch-cut-and-price for capacitated vehicle routing," *Math. Prog. Comput.*, vol. 9, no. 1, pp. 61–100, 2017, doi: [10.1007/s12532-016-0108-8](https://doi.org/10.1007/s12532-016-0108-8).
- [17] R. Baldacci, A. Mingozzi, and R. Roberti, "Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 218, no. 1, pp. 1–6, 2012, doi: [10.1016/j.ejor.2011.07.037](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.07.037).
- [18] Y. Xiao, Y. Zhang, I. Kaku, R. Kang, and X. Pan, "Electric vehicle routing problem: A systematic review and a new comprehensive model with nonlinear energy recharging and consumption," *Renew. Sust. Energ. Rev.*, vol. 151, pp. 111567, 2021, doi: [10.1016/j.rser.2021.111567](https://doi.org/10.1016/j.rser.2021.111567).
- [19] H. Qin, X. Su, T. Ren, and Z. Luo, "A review on the electric vehicle routing problems: variants and algorithms," *Front. Eng. Manag.*, vol. 8, pp. 370–389, 2021, doi: [10.1007/s42524-021-0157-1](https://doi.org/10.1007/s42524-021-0157-1).
- [20] Y. Huang, "A review on the electric vehicle routing problem and its variations," *Front. Soc. Sci. Technol.*, vol. 5, no. 5, pp. 85–90, 2023, doi: [10.25236/FSST.2023.050514](https://doi.org/10.25236/FSST.2023.050514).
- [21] K. V. Tiwari and S. K. Sharma, "An optimization model for vehicle routing problem in last-mile delivery," *Expert Syst. Appl.*, vol. 222, pp. 119789, 2023, doi: [10.1016/j.eswa.2023.119789](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.119789).
- [22] N. Huang, J. Li, W. Zhu, and H. Qin, "The multi-trip vehicle routing problem with time windows and unloading queue at depot," *Transp. Res. E: Logist. Transp. Rev.*, vol. 152, pp. 102370, 2021, doi: [10.1016/j.tre.2021.102370](https://doi.org/10.1016/j.tre.2021.102370).
- [23] L. Zhen, C. Ma, K. Wang, L. Xiao, and W. Zhang, "Multi-depot multi-trip vehicle routing problem with time windows and release dates," *Transp. Res. E: Logist. Transp. Rev.*, vol. 135, pp. 101866, 2020, doi: [10.1016/j.tre.2020.101866](https://doi.org/10.1016/j.tre.2020.101866).
- [24] R. Xu, S. Li, and J. Wu, "Multi-trip vehicle routing problem with time windows and resource synchronization on heterogeneous facilities," *Systems*, vol. 11, no. 8, pp. 412, 2023, doi: [10.3390/systems11080412](https://doi.org/10.3390/systems11080412).
- [25] P. Kabome and T. Mouktonglang, "Vehicle routing problem for multiple product types, compartments, and trips with soft time windows," *Int. J. Math. Math. Sci.*, vol. 2015, article ID 126754, 2015, doi: [10.1155/2015/126754](https://doi.org/10.1155/2015/126754).
- [26] F. Hanum, M. R. N. Hadi, A. Aman, and T. Bakhtiar, "Vehicle routing problems in rice-for-the-poor distribution," *Decis. Sci. Lett.*, vol. 8, no. 3, pp. 323–338, 2019, doi: [10.5267/j.dsl.2018.11.001](https://doi.org/10.5267/j.dsl.2018.11.001).
- [27] J. Zhang and X. Zhang, "A multi-trip electric bus routing model considering equity during short-notice evacuations," *Transp. Res. D: Transp. Environ.*, vol. 110, pp. 103397, 2022, doi: [10.1016/j.trd.2022.103397](https://doi.org/10.1016/j.trd.2022.103397).
- [28] Z. I. Haryanto, "Multi trip electric vehicle routing problem backhaul with time window dalam pengadopsian kendaraan listrik pada jasa layanan last mile," Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2023.
- [29] W. Wang, D. Ding, and S. Cao, "Hybrid variable neighborhood search algorithm for the multi-trip and heterogeneous-fleet electric vehicle routing problem," *J. Syst. Simul.*, vol. 34, no. 4, pp. 910–919, 2022, doi: [10.16182/j.issn1004731x.joss.21-1133](https://doi.org/10.16182/j.issn1004731x.joss.21-1133).
- [30] J. Lin, W. Zhou, and O. Wolfson, "Electric vehicle routing problem," *Transp. Res. Proc.*, vol. 12, pp. 508–521, 2016, doi: [10.1016/j.trpro.2016.02.007](https://doi.org/10.1016/j.trpro.2016.02.007).
- [31] C. E. Miller, A. W. Tucker, and R. A. Zemlin, "Integer programming formulation of traveling salesman problem," *J. ACM*, vol. 7, no. 4, pp. 326–329, 1960, doi: [10.1145/321043.321046](https://doi.org/10.1145/321043.321046).