

Estimasi Premi Bruto Asuransi Kendaraan Bermotor Menggunakan Metode Panjer Recursion dan Fast Fourier Transform

Sintya Putri Nugrahainy dan Azizah



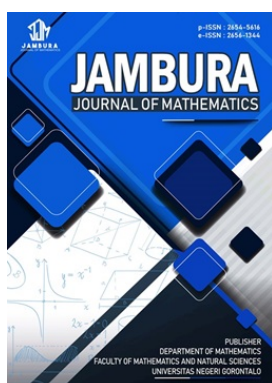
Volume 7, Issue 2, Pages 129–137, August 2025

Diterima 30 April 2025, Direvisi 15 June 2025, Disetujui 3 July 2025, Diterbitkan 7 July 2025

To Cite this Article : S. P. Nugrahainy dan A. Azizah, "Estimasi Premi Bruto Asuransi Kendaraan Bermotor Menggunakan Metode Panjer Recursion dan Fast Fourier Transform", *Jambura J. Math*, vol. 7, no. 2, pp. 129–137, 2025, <https://doi.org/10.37905/jjom.v7i2.32280>

© 2025 by author(s)

JOURNAL INFO • JAMBURA JOURNAL OF MATHEMATICS



Homepage	:	http://ejurnal.ung.ac.id/index.php/jjom/index
Journal Abbreviation	:	Jambura J. Math.
Frequency	:	Biannual (February and August)
Publication Language	:	English (preferable), Indonesia
DOI	:	https://doi.org/10.37905/jjom
Online ISSN	:	2656-1344
Editor-in-Chief	:	Hasan S. Panigoro
Publisher	:	Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo
Country	:	Indonesia
OAI Address	:	http://ejurnal.ung.ac.id/index.php/jjom/oai
Google Scholar ID	:	iWLjgaUAAAAJ
Email	:	info.jjom@ung.ac.id

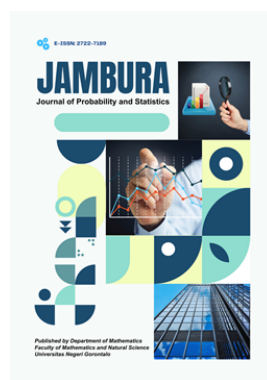
JAMBURA JOURNAL • FIND OUR OTHER JOURNALS



Jambura Journal of Biomathematics



Jambura Journal of Mathematics Education



Jambura Journal of Probability and Statistics



EULER : Jurnal Ilmiah Matematika, Sains, dan Teknologi

Estimasi Premi Bruto Asuransi Kendaraan Bermotor Menggunakan Metode Panjer Recursion dan Fast Fourier Transform

Sintya Putri Nugrahainy¹, Azizah^{1,*}

¹Departemen Matematika, Universitas Negeri Malang, Malang 65145, Indonesia

ARTICLE HISTORY

Diterima 30 April 2025
Direvisi 15 June 2025
Disetujui 3 July 2025
Diterbitkan 7 July 2025

KATA KUNCI

Asuransi
Panjer Recursion
Fast Fourier Transform
Premi Bruto
Faktor Loading

KEYWORDS

Insurance
Panjer Recursion
Fast Fourier Transform
Gross Premiums
Loading Factors

ABSTRAK. Asuransi adalah suatu perjanjian antara dua pihak, yaitu perusahaan asuransi dan nasabah, di mana perusahaan asuransi sebagai penanggung dan nasabah sebagai tertanggung. Pada penerapannya, suatu asuransi dapat memiliki ratusan bahkan ribuan kontrak polis, akibatnya distribusi aggregate loss memerlukan ribuan lipat konvolusi yang pastinya sulit untuk dilakukan, sehingga perusahaan asuransi perlu memodelkan distribusi compound dari total aggregate loss polis-polis tersebut. Salah satu cara untuk menentukan distribusi compound adalah melalui konvolusi, akan tetapi jumlah polis yang sangat banyak menimbulkan kesulitan dalam penerapan metode konvolusi itu sendiri. Oleh sebab itu, perlu metode lain untuk mengoptimalkan perhitungan. Metode tersebut adalah Panjer Recursion dan Fast Fourier Transform (FFT). Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa nilai dari Panjer Recursion dan Fast Fourier Transform (FFT) menunjukkan hasil yang sama sehingga distribusi peluang untuk semua nilai S juga sama. Hal ini menunjukkan bahwa keduanya dapat digunakan secara ekuivalen untuk memodelkan aggregate loss. Distribusi aggregate loss tersebut selanjutnya digunakan dalam estimasi premi bruto yang berdasarkan prinsip premi murni dan prinsip nilai ekspektasi. Nilai loading factors meningkat seiring bertambahnya tingkat kepercayaan, dengan $\theta = 3.51$ pada selang kepercayaan 95% dan $\theta = 5.47$ pada selang kepercayaan 99% yang menghasilkan premi bruto untuk seluruh polis sebesar Rp 109.510.000 dan Rp 520.835.000. Pemilihan tingkat kepercayaan menjadi hal penting bagi perusahaan asuransi dalam menyeimbangkan antara perlindungan risiko dengan keterjangkauan premi.

ABSTRACT. Insurance is an agreement between two parties, namely the insurance company as the insurer and the customer as the insured. In practice, an insurance product can have hundreds or even thousands of policy contracts. This condition requires the insurer to model the compound distribution of total aggregate loss, which involves repeated convolutions. However, applying convolution to a large number of policies becomes increasingly difficult and inefficient. Therefore, alternative methods are needed to optimize the calculation process. This study uses the Panjer Recursion and Fast Fourier Transform methods to approximate the aggregate loss distribution. The model applies the Zero-Truncated Negative Binomial distribution for claim frequency and the Burr distribution for claim severity. The results show that Panjer Recursion and Fast Fourier Transform yield the same values, resulting in identical probability distributions for all values of aggregate loss. The aggregate loss distribution is then used to estimate gross premium based on the pure premium principle and the expected value principle. The loading factors increase as the confidence level rises, with $\theta = 3.51$ at the 95% confidence level and $\theta = 5.47$ at the 99% confidence level, resulting in total gross premiums of IDR 109,510,000 and IDR 520,835,000, respectively. The choice of confidence level plays a strategic role for insurance companies in balancing risk protection with premium affordability.



This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License. Editorial of JJOM: Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo, Jln. Prof. Dr. Ing. B. J. Habibie, Bone Bolango 96554, Indonesia.

1. Pendahuluan

Asuransi adalah suatu perjanjian antara 2 pihak, yaitu perusahaan asuransi sebagai penanggung dan nasabah sebagai tertanggung. Dalam paktiknya, perusahaan asuransi membuat sebuah surat perjanjian yang disebut dengan polis. Polis berisi hak dan kewajiban perusahaan asuransi dan nasabah, yaitu nasabah akan membayar premi (*premium*) kepada perusahaan asuransi, yang kemudian pihak perusahaan asuransi akan memberikan suatu manfaat (*benefit*) kepada nasabah jika terjadi suatu hal yang sesuai dengan ketentuan pada polis [1]. Oleh karena itu, penentuan premi sangat penting bagi pihak asuransi. Salah satu risiko

yang dimiliki oleh pihak asuransi adalah kemungkinan pengelolaan premi yang tidak memadai untuk pembayaran manfaat bagi para pemegang polis di masa depan. Risiko ini terjadi pada perusahaan Asuransi Jiwa Bumiputera 1912 yang mengalami permasalahan dalam pembayaran klaim karena minimnya premi yang dihasilkan perusahaan [2]. Salah satu cara mengelola risiko perusahaan asuransi adalah dengan memperhatikan total pembayaran *benefit* dimasa depan yang muncul karena timbulnya klaim.

Munculnya klaim terjadi ketika seorang pemegang polis, seperti karyawan yang memiliki asuransi gigi, mengajukan penggantian atas biaya pemeriksaan medis. Kerugian tersebut disebut *loss*, dan jika terjadi lebih dari satu klaim, total kerugiannya dise-

*Penulis Korespondensi.

but sebagai *aggregate loss* yang menjadi tanggung jawab penuh perusahaan asuransi [3]. Pada penerapannya, suatu asuransi dapat memiliki ratusan bahkan ribuan kontrak polis, akibatnya distribusi *aggregate loss* diperlukan ribuan lipat konvolusi yang pastinya sulit untuk dilakukan, sehingga perusahaan asuransi perlu memodelkan distribusi *compound distribution* dari total *aggregate loss* polis-polis tersebut. Salah satu cara untuk menentukan *compound distribution* adalah melalui konvolusi, akan tetapi jumlah polis yang sangat banyak menimbulkan kesulitan dalam penerapan metode konvolusi itu sendiri [4]. Oleh sebab itu, perlu metode lain untuk mengoptimalkan perhitungan. Metode yang dapat digunakan untuk mengoptimalkan perhitungan distribusi *aggregate loss* yaitu *Panjer Recursion* dan *Fast Fourier Transform* (FFT) [5]. *Panjer Recursion* merupakan metode numerik yang digunakan untuk menghitung distribusi *aggregate loss* dalam *collective risk model* sedangkan FFT adalah algoritma yang dapat digunakan dengan memanfaatkan fungsi karakteristik untuk mendapatkan fungsi densitas dari suatu distribusi diskrit [6]. Dalam melakukan aproksimasi dengan metode FFT, distribusi severitas harus berdistribusi kontinu yang telah didiskritisasi sehingga menghasilkan fungsi karakteristik. Fungsi karakteristik merupakan fungsi yang didapat dari hasil komposisi dari frekuensi klaim dan severitas klaim, selanjutnya diterapkan metode inversi dengan menggunakan algoritma FFT.

Penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Saefullah dan Ibrahim [7] menunjukkan bahwa penentuan premi murni di perusahaan asuransi dapat menggunakan metode FFT melalui estimasi distribusi *aggregate loss*. Akan tetapi, pada penelitian tersebut belum memperhatikan prinsip nilai ekspektasi terhadap perhitungan premi murni padahal prinsip nilai ekspektasi merupakan hal yang penting bagi pihak asuransi untuk memperoleh profit yang optimal [8]. Lebih lanjut, penelitian yang dilakukan oleh Izbik dkk. [9] menjelaskan bahwa penentuan tarif premi murni pada Asuransi Kendaraan Bermotor dapat dimodelkan dengan severitas klaim yang berdistribusi Eksponensial dan Gamma. Penelitian tersebut telah menerapkan prinsip nilai ekspektasi, namun distribusi severitas yang diterapkan pada penelitian tersebut berada pada kelas $(a, b, 0)$ dimana frekuensi klaim mengandung 0 klaim yang mengakibatkan nilai ekspektasi terlalu kecil. Oleh karena itu, penelitian ini mengestimasi premi bruto menggunakan distribusi *aggregate loss* pada kelas $(a, b, 1)$ dengan menambahkan *loading factors* tertentu atas premi murni.

Penelitian ini menggunakan pendekatan numerik untuk mengestimasi distribusi *aggregate loss* secara efisien, dengan mempertimbangkan kompleksitas perhitungan konvolusi yang meningkat seiring bertambahnya jumlah polis. Berdasarkan [5] perhitungan konvolusi dapat menghasilkan solusi analitik tertentu, tetapi seringkali dalam bentuk *closed-form*, sehingga *Panjer Recursion* dan FFT dipilih sebagai metode numerik yang efisien untuk menghitung konvolusi. Kedua metode dinilai mampu mengatasi keterbatasan dalam proses perhitungan distribusi *aggregate loss*. Pendekatan ini bertujuan memperoleh distribusi *aggregate loss* sebagai dasar dalam perhitungan premi bruto.

2. Metode

2.1. Data Penelitian

Pada penelitian ini, data yang digunakan merupakan data sekunder perusahaan asuransi X pada tahun 2023 sebanyak 1987

polis. Data yang digunakan mencakup informasi mengenai frekuensi klaim (N) dan severitas klaim (X) kendaraan bermotor. Frekuensi klaim (N) merupakan ukuran dari frekuensi kerugian yang menunjukkan banyaknya klaim terjadi dalam periode tertentu, sedangkan severitas klaim (X) merupakan ukuran yang menghasilkan besarnya kerugian akibat dampak kerusakan [10]. Kedua data ini akan diestimasi mengikuti suatu distribusi terbaik yang mengikuti pola data. Oleh karena itu, uji kecocokan model menggunakan uji *chi-square* dan uji Kolmogorov-Smirnov digunakan untuk mengestimasi distribusi data yang diperoleh.

2.2. Statistika Deskriptif dan Uji Kecocokan Model

Analisis statistik deskriptif dilakukan terhadap data frekuensi klaim dan severitas klaim untuk menggambarkan pola dan karakteristik yang diamati. Pada data frekuensi klaim, rata-rata dan variansi akan ditentukan menggunakan pers. (1) dan pers. (2):

$$\bar{y} = \frac{\sum N_i}{n}, \quad (1)$$

$$\text{Var}(y) = \frac{\sum (N_i - \bar{y})^2}{n}, \quad (2)$$

dengan

n : banyak polis,

N_i : jumlah klaim polis ke- i .

Lebih lanjut, rata-rata dan variansi dari data severitas klaim akan ditentukan menggunakan pers. (3) dan pers. (4):

$$\bar{x} = \frac{\sum X_i}{m}, \quad (3)$$

$$\text{Var}(x) = \frac{\sum (X_i - \bar{x})^2}{m}, \quad (4)$$

dengan

m : frekuensi klaim,

X_i : severitas klaim ke- i .

Pada kedua data ini, uji kecocokan model dilakukan untuk mengestimasi fungsi distribusi model dengan fungsi distribusi empiris data, Uji yang dilakukan untuk data frekuensi klaim adalah uji *Chi-Square*, sedangkan untuk data severitas klaim menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Uji *Chi-Square* dinotasikan dengan χ^2 [11] dan dinyatakan pada pers. (5):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(E_i - O_i)^2}{E_i}, \quad (5)$$

dengan

O_i : kasus yang diamati dalam kategori ke- i ,

E_i : banyaknya kasus yang diharapkan.

Lebih lanjut, Uji Kolmogorov-Smirnov dinotasikan dengan D [6] dan dinyatakan pada pers. (6):

$$D = \text{Max} |F^*(x) - F(x)|, \quad (6)$$

dengan

$F^*(x)$: *Cumulative Distribution Function* (CDF) dari model,

$F(x)$: *Cumulative Distribution Function* (CDF) empiris data.

2.3. Distribusi Frekuensi Klaim

Pemodelan distribusi frekuensi klaim umumnya menggunakan distribusi kelas $(a, b, 0)$ yaitu poisson, binomial, geometrik, dan negatif binomial. Peubah acak pada keempat distribusi tersebut hanya mengambil nilai bilangan bulat *nonnegative*, sehingga dapat digunakan untuk memodelkan frekuensi klaim [10]. Pada penelitian ini, frekuensi klaim bersifat acak dan terjadi penghapusan kemungkinan nol klaim. Distribusi yang telah dimodifikasi tanpa mengandung nilai nol disebut sebagai distribusi terpotong-nol (*zero-truncated distribution*), sehingga penggunaan distribusi *Zero-Truncated Negative Binomial* (ZTNB) dipilih untuk memodelkan frekuensi klaim.

Peubah acak N^T dikatakan berdistribusi ZTNB yang dinotasikan $N \sim ZTNB(r, \beta)$ apabila $p_n^T = 0$ dan memenuhi pers. (7) [6]:

$$P_n^T = \frac{p_n}{1 - p_0}, \quad (7)$$

dengan

- p_n : PDF distribusi binomial negatif ke- n ,
 p_0 : PDF distribusi binomial ke-0.

Adapun nilai ekspektasi dan variansi dari distribusi ZTNB dituliskan pada pers. (8) dan pers. (9):

$$E(N) = \frac{r\beta}{1 - (1 + \beta)^{-r}}, \quad (8)$$

$$\text{Var}(N) = \frac{r\beta \left[(1 + \beta) - (1 + \beta + r\beta)(1 + \beta)^{-r} \right]}{\left[1 - (1 + \beta)^{-r} \right]^2}. \quad (9)$$

2.4. Distribusi Severitas Klaim

Severitas klaim (X) dapat dimodelkan melalui distribusi peubah acak kontinu [12]. Apabila suatu data menunjukkan terjadinya *skewness to the right* maka distribusi normal tidak dapat dipilih menggambarkan data tersebut karena distribusi normal bersifat simetris [13]. Lebih lanjut, distribusi burr memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan distribusi *skweness to the right* lainnya seperti distribusi weibull dan distribusi lognormal [14]. Oleh karena itu, distribusi Burr dipilih untuk memodelkan distribusi severitas klaim karena fleksibilitasnya dalam menangani distribusi yang tidak simetris dan memiliki ekor panjang. PDF dari distribusi burr dapat dituliskan pada pers. (10) [15]:

$$f(x) = \frac{\alpha\gamma}{\theta} \left(\frac{x}{\theta}\right)^{\gamma-1} \left(1 + \left(\frac{x}{\theta}\right)^\gamma\right)^{-(\alpha+1)}, \quad x > 0. \quad (10)$$

dengan

- α : parameter *shape* 1,
 γ : parameter *shape* 2,
 θ : parameter *scale*.

Bentuk PDF distribusi burr dipengaruhi oleh nilai parameter α dan γ . Jika nilai $\alpha > 0$ maka distribusi data memiliki kemiringan ke kanan atau *skewed to the right* dan jika nilai $\gamma > 0$ maka distribusi data bersifat *heavy-tailed* [16].

2.5. Aggregate Loss

Aggregate loss merupakan hasil dari proses timbulnya klaim yang bersifat acak dalam suatu periode masa pertanggungan. Dalam pemodelannya, *collective risk* dan *individual risk* merupakan cara yang dapat digunakan untuk memodelkan *aggregate loss*

[12]. Penelitian ini menggunakan pendekatan *collective risk model* dikarenakan pendekatan ini mampu menggambarkan struktur data yang bervariasi yang terdiri atas frekuensi klaim (N) dan severitas klaim (X). Dengan memperhatikan komponen frekuensi dan severitas klaim, *aggregate loss* yang dinotasikan sebagai S dan dituliskan pada pers. (11):

$$S = \sum_{i=1}^N X_i = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N, \quad (11)$$

dengan

- X_i : peubah acak kontinu severitas ke- i ,
 N : peubah acak diskrit frekuensi klaim.

N dan X berdistribusi identik (*iid*) dan saling bebas [12]. Ekspektasi dan variansi S ditulis pada pers. (12) dan pers. (13):

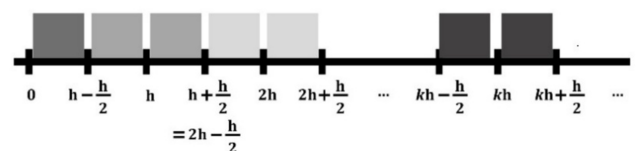
$$E(S) = E(N) \cdot E(X), \quad (12)$$

$$\text{Var}(S) = E(N) \text{Var}(X) + \text{Var}(N) (E(X))^2. \quad (13)$$

Nilai ekspektasi dan variansi *aggregate loss* memberikan gambaran mengenai besarnya kerugian rata-rata dan penyebarannya, namun belum cukup untuk merepresentasikan keseluruhan karakteristik distribusi *aggregate loss* seperti nilai estimasi PDF dan CDF untuk digunakan dalam perhitungan premi bruto. Oleh karena itu, dilakukan pendekatan numerik lebih lanjut yakni proses diskritisasi terhadap severitas klaim. Tahapan ini menjadi dasar dalam membangun distribusi *aggregate loss* secara numerik, yang akan dijelaskan pada subbab berikutnya.

2.6. Diskritisasi

Diskritisasi merupakan algoritma yang dilakukan apabila distribusi severitas klaim (X) menyebar kontinu, karena metode *Panjer Recursion* dan FFT didesain untuk distribusi severitas klaim menyebar diskrit. Pada penelitian ini metode yang dilakukan untuk proses diskritisasi adalah *method of rounding*. Metode ini dilakukan dengan memusatkan seluruh probabilitas dari variabel acak kontinu X ke titik diskrit kh , dengan mengambil nilai rata-rata dari interval setengah *span* dari kedua sisi titik tersebut [12]. Untuk memperoleh probabilitas dari f_k pada titik kh yakni dengan menjumlahkan probabilitas variabel X yang berada dalam rentang $[kh - \frac{h}{2}, kh + \frac{h}{2}]$, yaitu setengah lebar *span* di sekitar kh [6]. Ilustrasi penggunaan *method of rounding* disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Ilustrasi *method of rounding* diskritisasi

Pada Gambar 1 terlihat bahwa X kontinu, maka untuk mendapatkan probabilitas dari interval di atas adalah dengan memanfaatkan fungsi distribusi dari variabel acak X . Akibatnya, distribusi severitas klaim perlu didiskritisasi agar dapat digunakan dalam estimasi distribusi *aggregate loss* [12]. Diskritisasi dilakukan dengan menggunakan *method of rounding* (*mass dispersal*) dengan

pendekatan yang diperoleh pada pers. (14) dan pers. (15):

$$f_0 = F_X \left(\frac{h}{2} - 0 \right) \quad (14)$$

$$f_k = F_X \left(\left(k + \frac{1}{2} \right) h \right) - F_X \left(\left(k - \frac{1}{2} \right) h \right), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (15)$$

dengan

f_k : probabilitas pada kh ,
 h : span diskritisasi.

Pada penelitian ini, digunakan nilai span $h = 500$ dalam proses diskritisasi. Hal ini merujuk pada [17] yang menyatakan bahwa nilai h sebesar 500 sudah baik dalam proses diskritisasi, karena pada nilai h yang lebih besar cenderung muncul lompatan-lompatan kasar yang merupakan salah satu sifat distribusi diskrit. Dengan demikian, proses diskritisasi ini tidak hanya bertujuan untuk menyederhanakan bentuk data, tetapi juga berperan sebagai perantara data empirik dengan pendekatan numerik yang digunakan untuk membentuk distribusi *aggregate loss*.

2.7. Distribusi Aggregate Loss

Distribusi *aggregate loss* diperoleh melalui pendekatan *compound distribution*. Pada umumnya, *compound distribution* dapat dihitung menggunakan dua tipe solusi analitik, yaitu dengan konvolusi dan metode fungsi karakteristik. Akan tetapi, solusi analitik sering kali tidak memberikan bentuk tertutup, sehingga dibutuhkan pendekatan numerik untuk memperoleh hasilnya. Pendekatan numerik yang digunakan terbagi atas metode Monte Carlo, metode *Panjer Recursion*, FFT, dan *Direct Integration* [5]. Pada penelitian ini, perhitungan *compound distribution* dilakukan dengan pendekatan numerik menggunakan metode *Panjer Recursion* dan fungsi karakteristik melalui FFT.

Distribusi *aggregate loss* penting bagi perusahaan asuransi karena menjadi dasar dalam menentukan besaran premi yang sesuai dengan tingkat risiko kerugian yang ditanggung [18]. PDF dari distribusi *aggregate loss* ditunjukkan pada pers. (16):

$$f_s(x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n f_x^{*n}(x), \quad (16)$$

dengan

p_n : fungsi probabilitas N ,
 $f_x^{*n}(x)$: konvolusi n -fold dari PDF X .

Untuk penerapan metode FFT diperlukan fungsi karakteristik dari distribusi *aggregate loss*. Fungsi karakteristik dari distribusi *aggregate loss* dituliskan pada pers. (17):

$$\varphi_s(t) = P_N[\varphi_X(t)], \quad (17)$$

dengan

$\varphi_X(t)$: distribusi severitas klaim,
 P_N : distribusi frekuensi klaim.

2.8. Metode Panjer Recursion

Panjer Recursion merupakan metode yang digunakan pada frekuensi klaim dan severitas klaim diskrit. Apabila severitas klaim menyebar kontinu maka harus didiskritisasi. Metode ini dapat digunakan apabila frekuensi dari klaim termasuk ke dalam kelas

$(a, b, 0)$ atau kelas $(a, b, 1)$. Suatu distribusi peubah acak diskrit N termasuk ke dalam kelas $(a, b, 1)$ apabila terdapat a dan b sedemikian sehingga memenuhi pers. (18):

$$\frac{p_n}{p_{n-1}} = a + \frac{b}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (18)$$

dimana $p_n = \Pr(N = n)$ adalah *Probability Density Function* (PDF) dari distribusi tersebut. Jika *Probability Mass Function* (PMF) frekuensi klaim p_n , dengan $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Jika p_n memenuhi pers. (18), maka distribusi frekuensi klaim tersebut dikatakan kelas $(a, b, 1)$ dan memenuhi pers. (19):

$$f_s(x) = \frac{[p_1 - (a+b)p_0] f_X(x) \sum_{y=1}^x \left(a + \frac{by}{x} \right) f_X(y) f_s(x-y)}{1 - a f_X(0)}, \quad (19)$$

dengan $f_X(y)$ adalah PDF dari severitas klaim.

Lebih lanjut, algoritma *Panjer Recursion* [5] dinyatakan sebagai berikut:

1. Hitung f_0 dan $f_s(0)$ serta tetapkan $F_S(0) = f_s(0)$ yang merupakan *Probability Generating Function* (PGF).
2. Untuk $k = 1, 2, 3, \dots$

(a) Hitung

$$f_k = F_K \left(\left(k + \frac{1}{2} \right) h \right) - F_X \left(\left(k - \frac{1}{2} \right) h \right).$$

(b) Hitung

$$f_s(k) = \frac{[p_1 - (a+b)p_0] f_X(x) \sigma}{1 - a f_k(0)}$$

dengan

$$\sigma = \sum_{y=1}^x \left(a + \frac{by}{x} \right) f_X(y) f_s(x-y).$$

(c) Hitung $F_S(k) = F_S(k-1) + f_s(k)$.

(d) Hentikan iterasi jika $F_s(k)$ sudah lebih besar dari kuantil yang diperlukan, misal $\alpha = 0,999$.

2.9. Metode Fast Fourier Transform

Fast Fourier Transform (FFT) adalah algoritma yang dapat digunakan untuk menentukan invers dari fungsi karakteristik menjadi PDF peubah acak diskrit. Secara teori FFT adalah bentuk diskrit dari Transformasi Fourier atau fungsi karakteristik seperti pada pers. (5), yang dimana fungsi ini memiliki sifat yang unik. FFT mengurangi jumlah perhitungan dari $O(n^2)$ menjadi $O(n \log_2 n)$ yang dilakukan dengan membagi *Discrete Fourier Transform* (DFT) panjang n menjadi 2 transformasi masing-masing dengan panjang $\frac{n}{2}$, yang melibatkan titik bernomor ganjil dan genap [6]. Sehingga proses ini diulang hingga panjang transformasi menjadi 1, yang artinya diuraikan menjadi bagian yang lebih sederhana dan dikerjakan secara rekursif. Persamaan yang melibatkan titik bernomor ganjil dan genap secara berturut-turut dituliskan pada pers. (20) dan pers. (21):

$$\tilde{f}_k = \sum_{j=0}^{n-1} f_j \exp \left(\frac{2\pi i}{n} jk \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{j=0}^{\frac{n}{2}-1} f_{2j} \exp\left(\frac{2\pi i}{n} j k\right) + \sum_{j=0}^{\frac{n}{2}-1} f_{2j+1} \exp\left[\frac{2\pi i}{n} (2j+1) k\right] \\
&= \sum_{j=0}^{m-1} f_{2j} \exp\left(\frac{2\pi i}{m} j k\right) \\
&\quad + \exp\left(\frac{2\pi i}{n} k\right) \sum_{j=0}^{m-1} f_{2j+1} \exp\left(\frac{2\pi i}{n} j k\right), \quad (20)
\end{aligned}$$

dimana $m = n/2$. Oleh karena itu,

$$\tilde{f}_k = \tilde{f}_k^a + \exp\left(\frac{2\pi i}{n} k\right) \tilde{f}_k^b. \quad (21)$$

Dalam aplikasinya, FFT digunakan untuk membalikkan fungsi karakteristik ketika diskritisasi distribusi severitas klaim dilakukan [6]. Berikut adalah algoritma dari FFT:

1. Diskritisasi distribusi severitas klaim menggunakan *rounding method* yang menghasilkan:

$$f_X(0), f_X(1), \dots, f_X(n-1),$$

dimana $n = 2^r$ untuk bilangan bulat r dan n adalah jumlah titik yang diinginkan pada distribusi gabungan $f_S(x)$.

2. Menentukan fungsi karakteristik X terdiskritisasi menggunakan FFT. Dimana hasilnya juga berupa vektor dengan $n = 2^r$ nilai.
3. Menentukan fungsi karakteristik S menggunakan komposisi fungsi

$$\varphi_S(z) = E[e^{iSz}] = P_N[\varphi_X(z)].$$

4. Melakukan *invers Fast Fourier Transform* (IFFT) terhadap fungsi karakteristik S untuk memperoleh PDF dan CDF dari S . Dimana hasilnya berupa vektor dengan $n = 2^r$ nilai yang menyatakan distribusi *aggregate loss* dari model distribusi severitas klaim yang didiskritisasi.

2.10. Prinsip Premi Murni dan Nilai Ekspektasi

Premi murni adalah nilai ekspektasi biaya klaim tahunan yang dinyatakan oleh tertanggung dan diperoleh dengan mengalikan nilai ekspektasi frekuensi klaim dengan nilai ekspektasi severitas klaim [19]. Perhitungan besar premi π_s dituliskan pada pers. (22):

$$\pi_s = E(S) = E(N) \cdot E(X), \quad (22)$$

dengan severitas klaim $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ saling bebas terhadap frekuensi klaim (N) .

Berdasarkan prinsip nilai ekspektasi, perhitungan premi bruto adalah dengan menambahkan sejumlah presentase diatas premi murni π_s . Besarnya tambahan presentase disebut dengan *loading factors* (θ). Berdasarkan prinsip nilai ekspektasi, perhitungan premi π_s dituliskan pada pers. (23):

$$\pi_s = (1 + \theta) E(S). \quad (23)$$

Untuk menentukan nilai *loading factors* dari prinsip nilai ekspektasi, variansi, dan standar deviasi digunakan distribusi aproksimasi dari *aggregate loss* menggunakan teorema limit pusat. Hasil perhitungan pada pers. (23) dapat dijadikan sebagai premi

yang optimal karena dalam perhitungan tersebut sudah mencakup perhitungan risiko tambahan yang mungkin terjadi [20]. Nilai *premium loading factors* (θ) untuk prinsip ekspektasi dituliskan pada pers. (24):

$$\begin{aligned}
P(S < \pi_s) &= \alpha^* \\
P\left(\frac{S - E(S)}{\sqrt{Var(S)}} < \frac{\pi_s - E(S)}{\sqrt{Var(S)}}\right) &= \alpha^* \\
P\left(Z < \frac{\theta E(S)}{\sqrt{Var(S)}}\right) &= \alpha^*
\end{aligned} \quad (24)$$

dengan asumsi α^* sebesar 90% hingga 99%.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Distribusi Frekuensi Klaim

Berdasarkan tahap pengolahan data frekuensi klaim, statistik deskriptif dari data frekuensi klaim yang dihasilkan menggunakan pers. (1) dan pers. (3) memiliki rata-rata sebesar 1,513337 dan variansi sebesar 0,8038251. Dengan nilai rata-rata yang dihasilkan tersebut, dapat menunjukkan bahwa rata-rata jumlah klaim per polis kendaraan bermotor adalah sekitar 1 sampai dengan 2 klaim. Sementara itu, nilai variansi yang lebih kecil dari rata-rata menunjukkan penyebaran data klaim per polis relatif rendah, sehingga data cenderung lebih terpusat di sekitar nilai rata-rata.

Selain itu, karena data dimulai dari 1 atau mengalami pemotongan nol (*Zero-Truncated*), maka frekuensi klaim diestimasi mengikuti distribusi *Zero-Truncated Binomial Negative* (ZTNB) dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Hasil estimasi parameter distribusi ZTNB ditampilkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Estimasi parameter $N \sim ZTNB(r, \beta)$

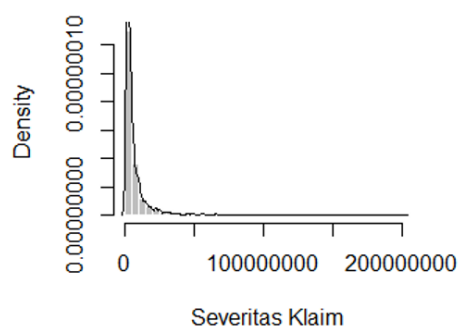
Parameter	Estimasi Parameter Distribusi ZTNB
r	0,8723351
β	0,5535105

Selanjutnya, dilakukan uji kecocokan model distribusi frekuensi klaim menggunakan Uji *Chi-Square* dengan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$. Hasil uji kecocokan model menggunakan Uji *Chi-Square* dengan pers. (5), menghasilkan nilai P-value sebesar 0,057883. Nilai ini melebihi taraf signifikansi $\alpha = 5\%$, sehingga dapat disimpulkan bahwa data yang dimiliki telah berdistribusi *Zero-Truncated Binomial Negative* (ZTNB).

3.2. Distribusi Severitas Klaim

Statistik deskriptif dari data severitas klaim yang dihasilkan menggunakan pers. (3) dan pers. (4) memiliki rata-rata sebesar 4.970.039 dan variansi sebesar $1,34634 \times 10^4$. Dengan rata-rata tersebut, dapat menunjukkan bahwa rata-rata besarnya klaim per kejadian adalah sekitar 4,97 juta. Sementara itu, variansi yang tinggi menunjukkan adanya penyebaran data yang luas, hal ini disebabkan oleh beberapa klaim dengan nilai yang jauh lebih tinggi dibandingkan klaim lainnya. Plot data severitas klaim disajikan pada Gambar 2.

Pada Gambar 2, terlihat bahwa data menunjukkan *right-skewed*, yang mengindikasikan bahwa sebagian besar data berada



Gambar 2. Plot data severitas klaim

di sisi kiri (lebih rendah) dari rata-rata. Dengan demikian, distribusi normal tidak sesuai untuk merepresentasikan data. Oleh karena itu, dengan mengikuti karakteristik data, distribusi Burr digunakan untuk mengestimasi severitas klaim dengan pendekatan MLE. Hasil estimasi parameter distribusi Burr ditampilkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Estimasi parameter distribusi Burr

Parameter	Estimasi Parameter Distribusi Burr
α	0,96295
γ	1,4184
θ	$1,9229 \times 10^6$

Berdasarkan Tabel 2 nilai parameter α sebesar 0,96295 ($\alpha > 0$), sehingga distribusi severitas klaim *skewed to the right*. Lebih lanjut, nilai γ sebesar 1,4184 atau $\gamma > 0$, maka distribusi memiliki *heavy-tailed*. Hal ini menunjukkan bahwa data severitas klaim sesuai dengan karakteristik klaim besar yang jarang terjadi namun berdampak signifikan. Selanjutnya, dilakukan uji kecocokan model distribusi severitas klaim menggunakan Uji Kolmogorov-Smirnov dengan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$. Hasil uji kecocokan model menggunakan Uji Kolmogorov-Smirnov dengan pers. (6) menghasilkan p-value sebesar 0,34702, yang menunjukkan nilai yang melebihi taraf signifikansi $\alpha = 5\%$, sehingga dapat disimpulkan bahwa data yang dimiliki berdistribusi Burr dengan parameter $\alpha = 0,96295$, $\gamma = 1,4184$, dan $\theta = 1,9229 \times 10^6$.

3.3. Aggregate Loss

Berdasarkan hasil estimasi distribusi frekuensi klaim dan severitas klaim, dilakukan pemodelan distribusi *aggregate loss* menggunakan *compound distribution*. Pada penelitian ini, digunakan kombinasi distribusi ZTNB untuk frekuensi klaim (N) dan distribusi Burr (X). Kombinasi ini menghasilkan distribusi *aggregate loss* ZTNB-Burr yang diharapkan mampu merepresentasikan karakteristik data dengan melakukan perbandingan antara rata-rata dan variansi dari distribusi. Hasil perbandingan tersebut disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Perbandingan rata-rata dan variansi *aggregate loss* ZTNB-Burr dan empirik

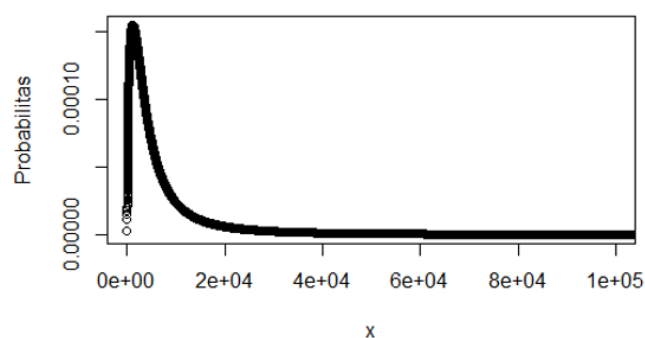
Distribusi	E(S)	Var(S)
ZTNB-Burr	7.518.981	$3,1 \times 10^{14}$
Empirik	7.521.342	$2,1 \times 10^{14}$

Berdasarkan Tabel 3, rata-rata distribusi ZTNB-Burr telah

mendekati nilai empiris. Akan tetapi, variansi dari keduanya memiliki perbedaan yang cukup signifikan. Hasil ini berbeda dengan penelitian Izbik dkk. [9], yang menggunakan distribusi kelas $(a, b, 0)$. Penelitian tersebut menghasilkan nilai ekspektasi yang cenderung lebih kecil, sedangkan dalam penelitian ini menggunakan distribusi kelas $(a, b, 1)$ menghasilkan nilai ekspektasi dan variansi yang lebih besar. Hal ini berarti distribusi ZTNB-Burr melakukan estimasi kerugian yang lebih bervariasi sehingga mengindikasikan kerugian yang lebih besar.

3.4. Diskritisasi Distribusi Severitas Klaim

Dalam menggunakan metode *Panjer Recursion* dan FFT, perlu dilakukan proses diskritisasi terhadap distribusi severitas klaim. Diskritisasi ini bertujuan untuk mengubah data kontinu menjadi diskrit agar memudahkan perhitungan numerik distribusi *aggregate loss*. Selain itu, diskritisasi juga diperlukan dalam proses perhitungan fungsi karakteristik dari peubah acak X menggunakan FFT. Hasil diskritisasi dengan span $h = 500$ disajikan pada Gambar 3.



Gambar 3. Diskritisasi span $h = 500$

Gambar 3 menunjukkan bahwa bentuk distribusi masih mempertahankan karakteristik dasar dari distribusi Burr yang bersifat *heavy-tailed*, dimana probabilitas severitas klaim yang besar tetap memiliki peluang meskipun kecil. Hal ini menunjukkan bahwa nilai $h = 500$ mampu menangkap distribusi data dengan baik tanpa menghilangkan data penting pada ekor distribusi. Hasil ini menjadi dasar yang kuat untuk tahap perhitungan selanjutnya menggunakan metode *Panjer Recursion* maupun FFT.

3.5. Distribusi Aggregate Loss

Berdasarkan hasil diskritisasi, penerapan metode *Panjer Recursion* dilakukan untuk mengaproksimasi distribusi peubah acak *aggregate loss* dengan asumsi berdistribusi ZTNB-Burr. Pada penerapannya, kelas $(a, b, 1)$ menghasilkan parameter a dan b dengan menggunakan pers. (18) yang disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Parameter kelas $(a, b, 1)$

Parameter kelas $(a, b, 1)$	Nilai
a	0,3562966
b	-0,04548657

Selanjutnya, berdasarkan Tabel 4, PDF p_0 dan p_1 yang diperoleh dari pers. (18) disajikan pada Tabel 5.

Selanjutnya, fungsi karakteristik pada distribusi S yang di-

Tabel 5. PDF p_0 dan p_1

PDF	Hasil
p_0	0
p_1	0,0663338

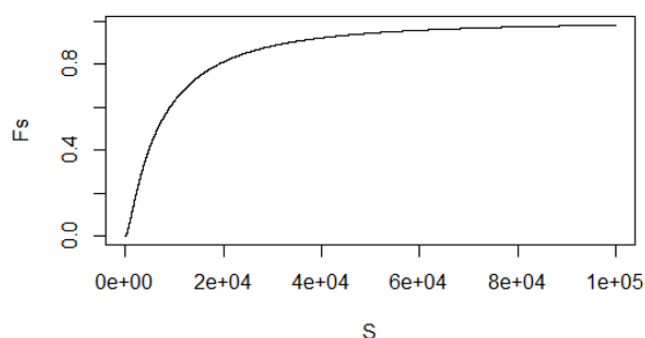
peroleh dari pers. (17) yaitu,

$$\varphi_S(t) = \frac{[\Psi]^{-r} - (1 + \beta)^{-r}}{1 - (1 + \beta)^{-r}}, \quad (25)$$

dengan

$$\Psi = 1 - \beta \left(\frac{\alpha\gamma}{\theta} \left(\frac{x}{\theta} \right)^{y-1} \left(1 + \left(\frac{x}{\theta} \right)^y \right)^{-(\alpha+1)} - 1 \right).$$

Lebih lanjut, fungsi karakteristik $\varphi_S(t)$ akan diolah sesuai algoritma FFT untuk menghasilkan PDF dan CDF dari S . Berdasarkan Tabel 5, dan hasil fungsi karakteristik, selanjutnya dilakukan perhitungan CDF *aggregate loss* menggunakan algoritma *Panjer Recursion* dan FFT dengan span $h = 500$. Hasil CDF disajikan pada Gambar 4.

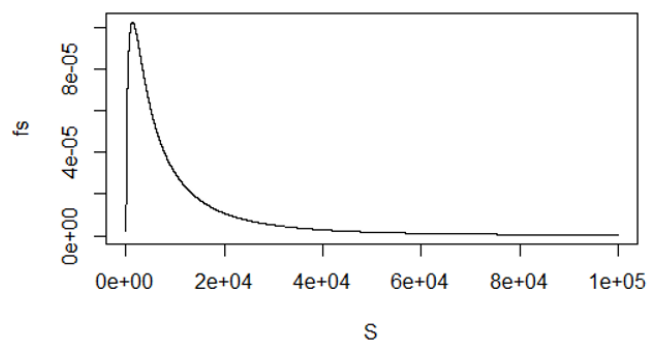
Gambar 4. CDF *aggregate loss* dengan span $h = 500$

Gambar 4 menunjukkan bahwa kurva menunjukkan bentuk yang kontinu dan tidak samar. Hal ini mengindikasikan bahwa fungsi CDF tersebut mampu menangkap severitas klaim yang sangat rendah. Dengan adanya hasil tersebut, perusahaan asuransi dapat mengestimasi peluang terjadinya *aggregate loss* yang tidak melebihi batas tertentu, sehingga mampu menetapkan premi bruto sesuai tingkat risiko yang ditoleransi.

3.6. Perbandingan Metode Panjer Recursion dan Fast Fourier Transform

Estimasi PDF *aggregate loss* menggunakan metode *Panjer Recursion* dan FFT menunjukkan hasil yang sama sehingga distribusi peluang untuk semua nilai S juga sama. Distribusi dari S ini dapat dilihat pada Gambar 5.

Gambar 5 bahwa PDF distribusi *aggregate loss* memiliki puncak tajam pada bagian awal. Hal ini mengindikasikan adanya kemungkinan yang cukup tinggi pada nilai kerugian yang kecil. Selain itu, pada bagian ekor terlihat bahwa PDF memiliki ekor yang panjang ke kanan dan mengindikasikan terjadinya kerugian yang cukup besar. Pada bisnis asuransi, hasil estimasi PDF yang diperoleh dapat membantu memperkirakan nilai *aggregate loss* serta menghitung kemungkinan terjadinya nilai ekstrem berdasarkan data klaim yang kemudian menjadi dasar dalam penetapan premi sesuai tingkat risiko kerugian yang ditanggung. Jika dilihat pa-

Gambar 5. PDF *aggregate loss* ZTNB-Burr

da proses estimasi PDF, metode *Panjer Recursion* menggunakan pendekatan secara rekursif yang dimulai dengan menghitung nilai distribusi secara iteratif dari $p_0 = 0$. Proses ini membutuhkan waktu 191,15 detik jika menggunakan *software* R-Studio dengan menggunakan beberapa packages pendukung seperti *actuar* dan *ggplot2*. Hasil yang berbeda diperoleh jika menggunakan FFT yakni waktu yang dibutuhkan jauh lebih singkat sebesar 0,315 detik menggunakan *software* yang sama. FFT menggunakan transformasi cepat melalui domain frekuensi sehingga menghasilkan estimasi PDF dengan waktu yang lebih singkat. Hal ini sejalan dengan teori panjer yang menyatakan bahwa FFT mengurangi jumlah perhitungan dari $O(n^2)$ menjadi $O(n \log_2 n)$, sehingga dapat disimpulkan bahwa metode FFT lebih efisien dalam melakukan konvolusi distribusi, terutama pada jumlah iterasi yang besar.

3.7. Perhitungan Premi

Dalam penelitian ini, perhitungan premi yang digunakan adalah premi bruto. Perhitungan premi dilakukan berdasarkan dua prinsip yaitu prinsip premi murni dan prinsip nilai ekspektasi. Perhitungan berdasarkan prinsip premi murni diperoleh menggunakan pers. (22) dan disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6. Premi murni

α	Premi Murni (π_s)
90%	Rp 16.000.000
91%	Rp 17.500.000
92%	Rp 19.000.000
93%	Rp 21.000.000
94%	Rp 23.500.000
95%	Rp 26.500.000
96%	Rp 31.000.000
97%	Rp 37.500.000
98%	Rp 50.000.000
99%	Rp 80.500.000

Pada Tabel 6 terlihat bahwa nilai premi murni mengalami peningkatan seiring dengan meningkatnya tingkat kepercayaan (α) dari 90% hingga 99%. Hal ini menunjukkan keterkaitan yang erat dengan konsep dasar dalam perhitungan premi asuransi yaitu seiring dengan meningkatnya tingkat kepercayaan, maka nilai kerugian yang diasuransikan semakin besar, sehingga premi yang dibutuhkan juga meningkat. Selanjutnya, untuk menghitung premi bruto, digunakan prinsip nilai ekspektasi yang melibatkan penambahan *loading factors* (θ) terhadap premi murni.

Nilai θ diperoleh melalui pendekatan terhadap distribusi *aggregate loss* menggunakan [pers. \(24\)](#), dengan nilai standar deviasi atas S sebesar Rp 1.760.681.686 yang mencerminkan penyebaran *aggregate loss*. Meskipun nilai ekspektasi kerugian sebesar Rp 7.518.981, potensi kerugian dapat lebih tinggi sehingga diperlukan tambahan premi berupa *loading factors* (θ) untuk menutupi risiko tersebut dan menjaga kecukupan finansial perusahaan. Selanjutnya, premi bruto diperoleh menggunakan [pers. \(23\)](#) dan disajikan pada [Tabel 7](#).

Tabel 7. *Loading factors* dan premi bruto

θ	Premi Bruto (Rp)	Premi Bruto per polis (Rp)
3,01	Rp 64.160.000	Rp 32.289,88
3,15	Rp 72.625.000	Rp 36.550,08
3,30	Rp 81.700.000	Rp 41.117,26
3,47	Rp 93.870.000	Rp 47.242,07
3,66	Rp 109.510.000	Rp 55.113,24
3,87	Rp 129.055.000	Rp 64.949,67
4,12	Rp 158.720.000	Rp 79.879,21
4,42	Rp 203.250.000	Rp 102.289,9
4,83	Rp 291.500.000	Rp 146.703,6
5,47	Rp 520.835.000	Rp 262.121,3

Berdasarkan [Tabel 7](#), nilai *loading factors* yang diperoleh cukup besar, yaitu berada pada kisaran 3,01 hingga 5,47 atau setara dengan 301% hingga 547% dari premi murni. Hal ini menunjukkan bahwa distribusi *aggregate loss* yang digunakan dalam penelitian ini memiliki tingkat variasi yang tinggi. Penelitian ini juga konsisten dengan hasil pada bagian *aggregate loss* sebelumnya, dimana model distribusi ZTNB-Burr menghasilkan nilai variansi yang besar, sehingga berdampak pada premi bruto yang lebih tinggi untuk menjaga kestabilan keuangan perusahaan asuransi. Selain itu, premi bruto per polis juga mengalami peningkatan seiring naiknya tingkat kepercayaan (α). Pola ini selaras dengan kenaikan premi bruto total karena seluruh premi bruto dibagi ke jumlah polis yang diasumsikan tetap yaitu sebanyak 1987 polis.

4. Kesimpulan

Penelitian ini membahas estimasi distribusi *aggregate loss* menggunakan dua pendekatan numerik, yaitu metode *Panjer Recursion* dan FFT. Berdasarkan analisis data yang dilakukan, kedua metode menghasilkan PDF yang sama dengan proses simulasi membutuhkan waktu 191,15 detik untuk *Panjer Recursion* dan 0,315 detik untuk FFT. Hasil distribusi *aggregate loss* tersebut kemudian diterapkan dalam perhitungan premi asuransi dengan pendekatan premi bruto, yang dihitung berdasarkan prinsip nilai ekspektasi. Seiring meningkatnya tingkat kepercayaan (α), nilai *loading factors* (θ) juga meningkat, sehingga menyebabkan nilai premi bruto dan premi bruto per polis meningkat. Oleh karena itu, pemilihan tingkat kepercayaan (α) untuk menentukan *loading factors* (θ) dan premi bruto perlu disesuaikan dengan kebijakan masing-masing perusahaan asuransi terhadap produk yang dikembangkan. Dengan demikian, penentuan premi harus mempertimbangkan keseimbangan antara perlindungan risiko dan keterjangkauan produk oleh calon tertanggung.

Penelitian ini memberikan pendekatan dalam pemodelan kerugian asuransi dengan mengestimasi premi bruto menggunakan distribusi *aggregate loss* pada kelas $(a, b, 1)$. Selain itu, ditambahkan nilai *loading factors* [θ] terhadap premi murni sehingga

memberikan landasan kuantitatif yang lebih luas bagi perusahaan asuransi dalam menetapkan premi secara proporsional. Hasil dalam penelitian ini memberikan dasar bagi peneliti selanjutnya untuk mempertimbangkan penelitian lainnya guna memperluas cakupan penelitian. Penelitian lebih lanjut dapat dilakukan dengan menghitung distribusi *aggregate loss* menggunakan *tilting* FFT untuk mengurangi kesalahan akibat keterbatasan dalam proses diskritisasi data yang menyebabkan kesalahan dalam perhitungan *aggregate loss*.

Kontribusi Penulis. Sintya Putri Nugrahainy: Konseptualisasi, metodologi, perangkat lunak, analisis formal, investigasi, penulisan—persiapan draf asli, visualisasi. Azizah: Konseptualisasi, metodologi, validasi, kurasi data, penulisan—tinjauan dan penyuntingan, supervisi. Semua penulis telah membaca dan menyetujui versi manuskrip yang diterbitkan.

Ucapan Terima Kasih. Penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah berkontribusi dalam penelitian serta dalam penyusunan artikel ini. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada editor dan reviewer atas pembacaan yang teliti, masukan yang membangun, dan saran-saran yang membantu dalam menyempurnakan tulisan ini.

Pembiayaan. Penelitian ini tidak menerima pembiayaan eksternal.

Konflik Kepentingan. Para penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan yang terkait dengan artikel ini.

Referensi

- [1] Z. A. Pangestu and L. Islamiyah, "Perlindungan Hukum Pemegang Polis Asuransi Berdasarkan Sistem Hukum Indonesia," *J. Laboratorium Syariah dan Hukum*, vol. 4, no. 6, 2023, doi: [10.15642/mal.v4i6.302](#).
- [2] R. K. Hastuti, "Kacau! Gagal Bayar 5 Asuransi Ini Bikin Nasabah Teriak," *CNBN Indonesia*, accessed Feb. 4, 2025. [Online]. Available: [link](#).
- [3] N. Sakinah and H. Ridhah, "Analisis Penyebab Penolakan Klaim Asuransi Kerugian Syariah oleh Perusahaan Asuransi," *J. Ilm. Manajemen, Bisnis dan Kewirausahaan*, vol. 3, no. 2, pp. 295–306, Jun. 2023, doi: [10.55606/jurimbik.v3i2.524](#).
- [4] A. K. Mutaqin, K. Sa'diah, and A. History, "The determination of the aggregate loss distribution through the numerical inverse of the characteristic function using the trapezoidal quadrature rule," *Desimal: J. Mat.*, vol. 4, pp. 339–348, 2021, doi: [10.24042/djm.v4i3.9434](#).
- [5] P. Shevchenko, "Calculation of aggregate loss distributions," *J. Operational Risk*, vol. 5, no. 2, pp. 3–40, Jun. 2010, doi: [10.21314/jop.2010.077](#).
- [6] H. H. Panjer, "Operational Risk Modeling Analytics," 2006.
- [7] R. Saefullah and R. A. Ibrahim, "Determining the Pure Premium at Jasa Raharja Insurance Company Purwakarta Branch using Fast Fourier Transform (FFT) through Estimated Aggregate Loss Distribution," *Int. J. Quant. Res. Model.*, vol. 5, no. 4, pp. 354–359, 2024, doi: [10.46336/ijqrm.v5i4.815](#).
- [8] I. R. Hikmah and Y. Hikmah, "Analisis Tarif Premi dan Asumsi Loading pada Produk Asuransi Dwiguna Beasiswa," *J. Fundam. Math. Appl.*, vol. 3, no. 1, pp. 56–64, Jun. 2020, doi: [10.14710/jfma.v3i1.7414](#).
- [9] S. Izbik et al., "Penentuan Tarif Premi pada Asuransi Kendaraan dengan Besar Klaim Berdistribusi Eksponensial dan Gamma," *Premium Insurance Business J.*, vol. 10, no. 1, 2023, doi: [10.35904/premium.v10i1.46](#).
- [10] Y.-K. Tse, *Nonlife Actuarial Models Theory, Methods and Evolution*. New York: Cambridge Univ. Press, 2009.
- [11] M. Aslam, "Chi-square test under indeterminacy: an application using pulse count data," *BMC Med. Res. Methodol.*, vol. 21, no. 1, Dec. 2021, doi: [10.1186/s12874-021-01400-z](#).
- [12] S. A. Klugman, H. H. Panjer, and G. E. Willmot, *Loss Models*, 4th ed. 2012.
- [13] G. G. Hamedani et al., "A new right-skewed one-parameter distribution with mathematical characterizations, distributional validation, and actuarial risk analysis, with applications," *Symmetry*, vol. 15, no. 7, Jul. 2023, doi: [10.3390/sym15071297](#).
- [14] J. Li and J. Liu, "Claims modelling with three-component composite models," *Risks*, vol. 11, no. 11, Nov. 2023, doi: [10.3390/risks11110196](#).
- [15] A. Ade Ogunde and O. E. Adeniji, "Type II Topp-Leone Bur XII distribution:

- Properties and applications to failure time data,” *Sci. Afr.*, Jul. 2022, doi: [10.1016/j.sciaf.2022.e01200](https://doi.org/10.1016/j.sciaf.2022.e01200).
- [16] A. R. Hakim, I. Fithriani, and M. Novita, “Properties of Burr distribution and its application to heavy-tailed survival time data,” in *J. Phys.: Conf. Ser.*, IOP Publishing, Jan. 2021, doi: [10.1088/1742-6596/1725/1/012016](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1725/1/012016).
- [17] N. Z. Nabila, “Analisis Ukuran Risiko dari Kerugian Agregat Asuransi Kendaraan Bermotor Menggunakan Metode Rekursif Panjer,” Undergraduate Thesis, Universitas Negeri Malang, 2024.
- [18] S. Chen, Z. Wang, and M. Kelly, “Aggregate loss model with Poisson-Tweedie frequency,” *Big Data Inf. Anal.*, vol. 6, no. 0, pp. 56–73, 2021, doi: [10.3934/bdia.2021005](https://doi.org/10.3934/bdia.2021005).
- [19] T. A. J. Putra, D. C. Lesmana, and I. G. P. Purnaba, “Penghitungan Premi Asuransi Kendaraan Bermotor Menggunakan Generalized Linear Models dengan Distribusi Tweedie,” *Jambura J. Math.*, vol. 3, no. 2, pp. 115–127, May 2021, doi: [10.34312/jjom.v3i2.10136](https://doi.org/10.34312/jjom.v3i2.10136).
- [20] M. Mauliddin, “Menghitung Premi Asuransi Kecelakaan Lalu Lintas yang Optimal Berdasarkan Besar Klaim dan Frekuensi Klaim,” *LAMBDA: J. Ilm. Pendidik. MIPA Apl.*, vol. 4, no. 1, pp. 23–35, Apr. 2024, doi: [10.58218/lambda.v4i1.843](https://doi.org/10.58218/lambda.v4i1.843).