RESEARCH ARTICLE • OPEN ACCESS

Graf Konjugasi dari Hasil Kali Langsung Grup *Alternating* A_4 dan Grup Simetri S_3

Muhammad Fikri Muammar, Ahmad Faisol, dan Fitriani

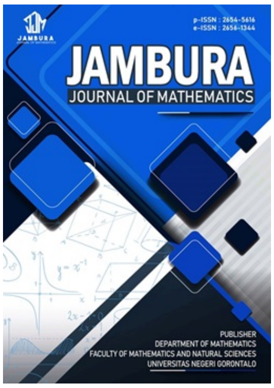
JAMBURA
JOURNAL OF MATHEMATICS

Volume 7, Issue 2, Pages 221–225, August 2025

Diterima 22 Juni 2025, Direvisi 28 Agustus 2025, Disetujui 30 Agustus 2025, Diterbitkan 31 Agustus 2025

To Cite this Article : M. F. Muammar, A. Faisol, dan F. Fitriani,“Graf Konjugasi dari Hasil Kali Langsung Grup *Alternating* A_4 dan Grup Simetri S_3 ”, *Jambura J. Math*, vol. 7, no. 2, pp. 221–225, 2025, *https://doi.org/10.37905/jjom.v7i2.32926*

JOURNAL INFO • JAMBURA JOURNAL OF MATHEMATICS



Homepage	:	http://ejurnal.ung.ac.id/index.php/jjom/index
Journal Abbreviation	:	Jambura J. Math.
Frequency	:	Biannual (February and August)
Publication Language	:	English (preferable), Indonesia
DOI	:	https://doi.org/10.37905/jjom
Online ISSN	:	2656-1344
Editor-in-Chief	:	Hasan S. Panigoro
Publisher	:	Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo
Country	:	Indonesia
OAI Address	:	http://ejurnal.ung.ac.id/index.php/jjom/oai
Google Scholar ID	:	iWLjgaUAAAAJ
Email	:	info.jjom@ung.ac.id

Jambura Journal of Mathematics, Volume 7, Issue 2, Pages 221–225, August 2025 https://doi.org/10.37905/jjom.v7i2.32926

Research Article

Check for updates

Graf Konjugasi dari Hasil Kali Langsung Grup *Alternating* A_4 dan Grup Simetri S_3

Muhammad Fikri Muammar[1], **Ahmad Faisol**[1,*], **Fitriani**[1]

[1]*Jurusan Matematika, Universitas Lampung, Bandar Lampung 35145, Indonesia*

ARTICLE HISTORY
Diterima 22 Juni 2025
Direvisi 28 Agustus 2025
Disetujui 30 Agustus 2025
Diterbitkan 31 Agustus 2025

KATA KUNCI
Kelas Konjugasi
Grup Simetri
Grup *Alternating*
Graf Konjugasi

KEYWORDS
Conjugacy Classes
Symmetric Groups
Alternating Groups
Conjugacy Graphs

ABSTRAK. *Penelitian ini mengkaji struktur graf konjugasi yang dibentuk dari kelas-kelas konjugasi dalam grup alternating A_4, grup simetri S_3, serta produk langsung $A_4 \times S_3$. Dengan menggunakan perangkat lunak Mathematica, ditentukan kelas-kelas konjugasi dari masing-masing grup, kemudian dibentuk graf konjugasi yang merepresentasikan relasi konjugasi antar kelas. Hasil menunjukkan bahwa graf dari $A_4 \times S_3$ membentuk graf lengkap $K_{i\times j}$, dengan i dan j adalah jumlah kelas konjugasi dalam A_4 dan S_3. Temuan ini menunjukkan bahwa struktur konjugasi pada produk langsung memuat kompleksitas kombinatorial yang khas dari kedua grup komponennya.*

ABSTRACT. *This study investigates the structure of conjugacy graphs formed from the conjugacy classes in the alternating group A_4, the symmetric group S_3, and their direct product $A_4 \times S_3$. Using Mathematica, the conjugacy classes of each group are determined, and the corresponding conjugacy graphs are constructed to represent the relationships between the classes. The results show that the conjugacy graphs of $A_4 \times S_3$ form a complete graph $K_{i\times j}$, where i and j are the number of conjugacy classes in A_4 and S_3, respectively. These findings indicate that the conjugacy structure of the direct product exhibits a distinctive combinatorial complexity derived from its component groups.*

1. Pendahuluan

Teori grup merupakan salah satu pilar utama dalam aljabar modern yang banyak digunakan untuk memahami struktur simetri, baik dalam konteks matematika murni maupun terapan. Melalui konsep kelas konjugasi, teori grup memberikan cara sistematis untuk mengelompokkan elemen-elemen yang memiliki sifat struktural serupa, sehingga berperan penting dalam teori representasi, karakter, serta berbagai aplikasi dalam fisika, kimia, teori kode, dan kriptografi [1–3].

Dalam beberapa dekade terakhir, hubungan antara teori grup dan teori graf berkembang menjadi sebuah bidang yang produktif. Representasi graf memungkinkan visualisasi relasi internal antar elemen grup, salah satunya melalui graf konjugasi (*conjugacy class graph*). Pada graf ini, simpul mewakili kelas konjugasi, sedangkan sisi menghubungkan dua simpul jika terdapat relasi konjugasi tertentu antar elemen [4, 5]. Pendekatan ini membuka jalan baru dalam menganalisis grup melalui metode kombinatorial, yang sekaligus menjembatani aljabar dengan teori graf.

Penelitian awal oleh Bianchi et al. [6] dan Alfandary [4] menyoroti sifat-sifat dasar graf konjugasi, seperti diameter dan keterhubungan. Kajian tersebut kemudian berkembang ke arah yang lebih khusus, misalnya pada graf konjugasi komutatif, *solvable conjugacy class graph*, dan struktur subgraf terlarang [7–9]. Selain itu, aspek spektral graf konjugasi juga mulai diteliti, yang memberikan informasi lebih dalam mengenai sifat energi dan eigenvalue dari graf yang terbentuk [10].

Perhatian besar juga diberikan pada kelas grup tertentu. Misalnya, graf konjugasi untuk grup simetri S_n dan grup dihedral D_n dikaji untuk mengidentifikasi pola strukturalnya [11], sementara penelitian lain meninjau sifat graf untuk grup p-hingga, grup nilpoten, serta grup hampir abelian [12, 13]. Bahkan, varian graf baru seperti graf kelas konjugasi siklik yang *triangle-free* telah diperkenalkan baru-baru ini [14], menegaskan bahwa bidang ini terus berkembang dengan arah penelitian yang beragam.

Di sisi lain, tinjauan menyeluruh mengenai graf aljabar yang terkait dengan grup telah dilakukan oleh beberapa peneliti [15, 16], yang menekankan pentingnya graf konjugasi dalam memahami keterkaitan antara ukuran kelas, derajat karakter, serta struktur internal grup. Model berbasis graf seperti *divisibility graph* juga diperluas ke berbagai kelas grup, termasuk grup linear khusus dan grup sederhana [17–19]. Hal ini memperlihatkan bahwa representasi graf bukan hanya alat bantu visual, melainkan juga sarana analitik yang kaya untuk mengeksplorasi sifat grup.

Meskipun demikian, terdapat celah penelitian yang cukup nyata. Sebagian besar kajian masih berfokus pada graf konjugasi dari grup tunggal, sementara analisis pada *produk langsung* dua grup non-Abelian relatif jarang ditemukan [20, 21]. Padahal, produk langsung dari dua grup semacam ini berpotensi memunculkan struktur konjugasi yang jauh lebih kompleks, karena menggabungkan karakteristik dari masing-masing grup kompo-

*Penulis Korespondensi.

Email : *ahmadfaisol@fmipa.unila.ac.id* (A. Faisol)
Homepage : http://ejurnal.ung.ac.id/index.php/jjom/index / E-ISSN : 2656-1344

nennya. Kasus khusus seperti $A_4 \times S_3$ menarik untuk diteliti karena keduanya merupakan grup non-Abelian terkecil dengan struktur kelas konjugasi yang kaya, sehingga dapat menjadi studi kasus yang representatif untuk memahami fenomena konjugasi pada produk langsung.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini bertujuan untuk mengkaji graf konjugasi dari grup alternating A_4, grup simetri S_3, serta produk langsungnya $A_4 \times S_3$. Analisis ini diharapkan tidak hanya memberikan pemahaman lebih mendalam tentang keterkaitan struktur grup dengan representasi grafisnya, tetapi juga membuka peluang aplikasi lebih lanjut dalam pemodelan jaringan kompleks, automata, dan sistem kriptografi berbasis teori grup.

2. Metode

Penelitian ini dilakukan secara kualitatif dengan pendekatan eksploratif dan analitik terhadap struktur grup dan graf konjugasi. Tahapan dimulai dengan studi literatur terkait grup simetri S_3 dan grup *alternating* A_4, kelas-kelas konjugasi, serta produk langsung grup. Selanjutnya, ditentukan elemen-elemen dan kelas-kelas konjugasi dari grup S_3, A_4 dan $A_4 \times S_3$ secara eksplisit menggunakan perangkat lunak *Mathematica*. Berdasarkan data kelas konjugasi yang diperoleh, graf konjugasi dibentuk dengan merepresentasikan setiap kelas sebagai simpul dan menghubungkannya jika terdapat elemen dari masing-masing kelas yang saling berkonjugasi.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. *Grup $A_4 \times S_3$*

Grup *alternating* A_4 merupakan suatu grup yang anggotanya adalah himpunan semua permutasi genap pada grup simetri S_4, yaitu:

$$\begin{aligned} A_4 = \{&(1), (2\,3\,4), (2\,4\,3), (1\,2)(3\,4), (1\,2\,3), (1\,2\,4), (1\,3\,2), \\ &(1\,3\,4), (1\,3)(2\,4), (1\,4\,2), (1\,4\,3), (1\,4)(2\,3)\}. \end{aligned}$$

Grup simetri S_3 merupakan suatu grup yang anggotanya adalah himpunan semua permutasi dari $R = \{1, 2, 3\}$. Anggota dari grup simetri S_3 adalah:

$$S_3 = \{(1), (2\,3), (1\,2), (1\,2\,3), (1\,3\,2), (1\,3)\}.$$

Grup $A_4 \times S_3$ merupakan suatu grup yang anggotanya adalah himpunan pasangan berurutan dari elemen-elemen grup *alternating* A_4 dan grup simetri S_3 dengan notasi:

$$A_4 \times S_3 = \{(p, q) \mid p \in A_4 \text{ dan } q \in S_3\}.$$

Anggota-anggota dari grup $A_4 \times S_3$ adalah:

$$\begin{aligned} A_4 \times S_3 = \{&((1), (1)), ((1), (2\,3)), ((1), (1\,2)), ((1), (1\,2\,3)), \\ &((1), (1\,3\,2)), ((1), (1\,3)), ((2\,3\,4), (1)), ((2\,3\,4), (2\,3)), \\ &((2\,3\,4), (1\,2)), ((2\,3\,4), (1\,2\,3)), ((2\,3\,4), (1\,3\,2)), \\ &((2\,3\,4), (1\,3)), ((2\,4\,3), (1)), ((2\,4\,3), (2\,3)), ((2\,4\,3), \\ &(1\,2)), ((2\,4\,3), (1\,2\,3)), ((2\,4\,3), (1\,3\,2)), ((2\,4\,3), \\ &(1\,3)), ((1\,2)(3\,4), (1)), ((1\,2)(3\,4), (2\,3)), ((1\,2)(3\,4), \\ &(1\,2)), ((1\,2)(3\,4), (1\,2\,3)), ((1\,2)(3\,4), (1\,3\,2)), ((1\,2) \\ &(3\,4), (1\,3)), ((1\,2\,3), (1)), ((1\,2\,3), (2\,3)), ((1\,2\,3), \\ &(1\,2)), ((1\,2\,3), (1\,2\,3)), ((1\,2\,3), (1\,3\,2)), ((1\,2\,3), \\ &(1\,3)), ((1\,2\,4), (1)), ((1\,2\,4), (2\,3)), ((1\,2\,4), (1\,2)), \\ &((1\,2\,4), (1\,2\,3)), ((1\,2\,4), (1\,3\,2)), ((1\,2\,4), (1\,3)), \\ &((1\,3\,2), (1)), ((1\,3\,2), (2\,3)), ((1\,3\,2), (1\,2)), ((1\,3\,2), \\ &(1\,2\,3)), ((1\,3\,2), (1\,3\,2)), ((1\,3\,2), (1\,3)), ((1\,3\,4), (1)), \\ &((1\,3\,4), (2\,3)), ((1\,3\,4), (1\,2)), ((1\,3\,4), (1\,2\,3)), \\ &((1\,3\,4), (1\,3\,2)), ((1\,3\,4), (1\,3)), ((1\,3)(2\,4), (1)), \\ &((1\,3)(2\,4), (2\,3)), ((1\,3)(2\,4), (1\,2)), ((1\,3)(2\,4), \\ &(1\,2\,3)), ((1\,3)(2\,4), (1\,3\,2)), ((1\,3)(2\,4), (1\,3)), \\ &((1\,4\,2), (1)), ((1\,4\,2), (2\,3)), ((1\,4\,2), (1\,2)), ((1\,4\,2), \\ &(1\,2\,3)), ((1\,4\,2), (1\,3\,2)), ((1\,4\,2), (1\,3)), ((1\,4\,3), (1)), \\ &((1\,4\,3), (2\,3)), ((1\,4\,3), (1\,2)), ((1\,4\,3), (1\,2\,3)), \\ &((1\,4\,3), (1\,3\,2)), ((1\,4\,3), (1\,3)), ((1\,4)(2\,3), (1)), \\ &((1\,4)(2\,3), (2\,3)), ((1\,4)(2\,3), (1\,2)), ((1\,4)(2\,3), \\ &(1\,2\,3)), ((1\,4)(2\,3), (1\,3\,2)), ((1\,4)(2\,3), (1\,3))\}. \end{aligned}$$

3.2. *Kelas-Kelas Konjugasi Grup A_4, S_3, dan $A_4 \times S_3$*

Pada grup *alternating* A_4, untuk $h, g \in A_4$ terdapat $x \in A_4$ yang memenuhi definisi $g = xhx^{-1}$ sedemikian sehingga membuat h dan g saling berkonjugasi.

Diberikan $(1\ 2)(3\ 4) \in A_4$, terdapat $(1) \in A_4$ sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} (1) \circ (1\,2)(3\,4) \circ (1)^{-1} &= (1) \circ (1\,2)(3\,4) \circ (1) \\ &= (1) \circ (1\,2)(3\,4) \\ &= (1\,2)(3\,4). \end{aligned}$$

Didapatkan $(1\,2)(3\,4)$ berkonjugasi dengan $(1\,2)(3\,4)$.

Dengan menggunakan perangkat lunak *Mathematica*, diperoleh elemen-elemen yang saling berkonjugasi pada grup *alternating* A_4.

```
n = 4;
B = AlternatingGroup[n]//GroupElements
F = PermutationReplace[{1,2,3,4},B]
orderr:= n!/2
Do[{r = InversePermutation[B[[i]]], Write[aw,r]}, {i,1,orderr}]
Do[{v = PermutationProduct[B[[i]],B[[1]],R[[i]]], Write[af,v]}, {i,1,orderr}]
```

Gambar 1. Input grup A_4 pada *Mathematica*

Menggunakan *script* input seperti pada Gambar 1, diperoleh sebelas kelas konjugasi lain pada grup A_4, sehingga diperoleh bahwa terdapat dua belas kelas konjugasi pada grup A_4, yaitu:

$$\begin{aligned} C[(1)] &= \{(1)\}; \\ C[(1\,2)(3\,4)] &= \{(1\,2)(3\,4), (1\,3)(2\,4), (1\,4)(2\,3)\}; \\ C[(1\,3)(2\,4)] &= \{(1\,3)(2\,4), (1\,2)(3\,4), (1\,4)(2\,3)\}; \\ C[(1\,4)(2\,3)] &= \{(1\,4)(2\,3), (1\,2)(3\,4), (1\,3)(2\,4)\}; \\ C[(1\,2\,3)] &= \{(1\,2\,3), (1\,3\,4), (2\,4\,3), (1\,4\,2)\}; \\ C[(1\,3\,4)] &= \{(1\,3\,4), (1\,2\,3), (2\,4\,3), (1\,4\,2)\}; \\ C[(2\,4\,3)] &= \{(2\,4\,3), (1\,2\,3), (1\,3\,4), (1\,4\,2)\}; \\ C[(1\,4\,2)] &= \{(1\,4\,2), (1\,2\,3), (1\,3\,4), (2\,4\,3)\}; \\ C[(1\,3\,2)] &= \{(1\,3\,2), (1\,4\,3), (2\,3\,4), (1\,2\,4)\}; \\ C[(1\,4\,3)] &= \{(1\,4\,3), (1\,3\,2), (2\,3\,4), (1\,2\,4)\}; \end{aligned}$$

$$C[(2\ 3\ 4)] = \{(2\ 3\ 4), (1\ 3\ 2), (1\ 4\ 3), (1\ 2\ 4)\};$$
$$C[(1\ 2\ 4)] = \{(1\ 2\ 4), (1\ 3\ 2), (1\ 4\ 3), (2\ 3\ 4)\}.$$

Pada grup simetri S_3, untuk $h, g \in S_3$ terdapat $x \in S_3$ yang memenuhi definisi $g = xhx^{-1}$ sedemikian sehingga membuat h dan g saling berkonjugasi.

Diberikan $(1\ 2\ 3) \in S_3$, terdapat $(1) \in S_3$ sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}(1) \circ (1\ 2\ 3) \circ (1)^{-1} &= (1) \circ (1\ 2\ 3) \circ (1)\\ &= (1) \circ (1\ 2\ 3)\\ &= (1\ 2\ 3).\end{aligned}$$

Didapatkan $(1\ 2\ 3)$ berkonjugasi dengan $(1\ 2\ 3)$.

Menggunakan perangkat lunak *Mathematica*, dilakukan langkah yang serupa untuk memperoleh elemen-elemen yang saling berkonjugasi pada grup simetri S_3.

```
n = 3;
T = SymmetricGroup[n]//GroupElements
L = PermutationReplace[{1,2,3},T]
orderrr:= n!
Do[{w = InversePermutation[T[[i]]], Write[af, w]}, {i, 1, orderrr}]
Do[{q = PermutationProduct[T[[i]], T[[1]], S[[i]]], Write[af, q]}, {i, 1, orderrr}]
```

Gambar 2. Input grup S_3 pada *Mathematica*

Menggunakan *script* input seperti pada Gambar 2, diperoleh lima kelas konjugasi lain pada grup S_3, sehingga diperoleh bahwa terdapat enam kelas konjugasi pada grup S_3, yaitu:

$$\begin{aligned}C[(1)] &= \{(1)\};\\ C[(1\ 2\ 3)] &= \{(1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\};\\ C[(1\ 3\ 2)] &= \{(1\ 3\ 2), (1\ 2\ 3)\};\\ C[(2\ 3)] &= \{(2\ 3), (1\ 3), (1\ 2)\};\\ C[(1\ 3)] &= \{(1\ 3), (2\ 3), (1\ 2)\};\\ C[(1\ 2)] &= \{(1\ 2), (2\ 3), (1\ 3)\}.\end{aligned}$$

Pada grup $A_4 \times S_3$, untuk $h, g \in A_4 \times S_3$ terdapat $x \in A_4 \times S_3$ yang memenuhi definisi $g = xhx^{-1}$ sedemikian sehingga membuat h dan g saling berkonjugasi.

Menggunakan software *Mathematica*, akan ditentukan kelas konjugasi pada grup $A_4 \times S_3$, dengan *script* pada Gambar 3.

```
PA = Outer[List, {B}, {T}]
PB = Outer[List, {R}, {S}]
RA = Outer[List, {AC}, {CA}]
```

Gambar 3. Input grup S_3 pada *Mathematica*

Menggunakan *script* input seperti pada Gambar 3, diperoleh tujuh puluh dua kelas konjugasi pada grup $A_4 \times S_3$ yang dapat dilihat pada Tabel 1. Kelas konjungasi ini dinyatakan secara formal pada Proposisi 1.

Proposisi 1. *Diberikan grup G_1 dan G_2, $g, a \in G_1$ dan $h, b \in G_2$. Jika g dan a saling berkonjugasi di G_1 serta h dan b saling berkonjugasi di G_2, maka kelas konjugasi $C[a, b]$ adalah kelas konjugasi pada $G_1 \times G_2$.*

Tabel 1. Kelas Konjugasi Grup $A_4 \times S_3$

No.	Kelas Konjugasi	Elemen-Elemen
1.	C[((1),(1))]	{((1),(1))}
2.	C[((1),(1 2 3))]	{((1),(1 2 3)),((1),(1 3 2))}
3.	C[((1),(1 3 2))]	{((1),(1 2 3)),((1),(1 3 2))}
4.	C[((1),(12))]	{((1),(1 2)),((1),(1 3)),((1),(2 3))}
5.	C[((1),(1 3))]	{((1),(1 2)),((1),(1 3)),((1),(2 3))}
6.	C[((1),(2 3))]	{((1),(1 2)),((1),(1 3)),((1),(2 3))}
7.	C[((1 2)(3 4),(1))]	{((1 2)(3 4),(1)),((1 3)(2 4),(1)),((1 4)(2 3),(1))}
8.	C[((1 3)(2 4),(1))]	{((1 2)(3 4),(1)),((1 3)(2 4),(1)),((1 4)(2 3),(1))}
9.	C[((1 4)(2 3),(1))]	{((1 2)(3 4),(1)),((1 3)(2 4),(1)),((1 4)(2 3),(1))}
⋮	⋮	⋮
72.	C[((2 4 3),(2 3))]	{((1 2 3),(1 2)),((1 2 3),(1 3)),((1 2 3),(2 3)), ((1 3 4),(1 2)),((1 3 4),(1 3)),((1 3 4),(2 3)), ((1 4 2),(1 2)),((1 4 2),(1 3)),((1 4 2),(2 3)), ((2 4 3),(1 2)),((2 4 3),(1 3)),((2 4 3),(2 3))}

Bukti. Akan ditunjukkan bahwa jika g dan a saling konjugasi di G_1 dan serta h dan b saling konjugasi di G_2 maka $C[a, b]$ adalah kelas konjugasi di $G_1 \times G_2$. Jika g dan a saling konjugasi, maka kelas konjugasi dari $a \in G_1$ adalah $C[a] = \{g = xax^{-1} | x \in G_1\}$. Jika h dan b saling konjugasi, maka kelas konjugasi dari $b \in G_2$ adalah $C[b] = \{h = yby^{-1} | y \in G_2\}$. Karena $C[a]$ adalah kelas konjugasi dari G_1 dan $C[b]$ adalah kelas konjugasi dari G_2, maka

$$\begin{aligned}C[a, b] &= \{(g, h) = (x, y)(a, b)(x, y)^{-1} | (x, y) \in G_1 \times G_2\}\\ &= \{(g, h) = (x, y)(a, b)(x^{-1}, y^{-1}) | (x, y) \in G_1 \times G_2\}\\ &= \{(g, h) = (xax^{-1}, yby^{-1}) | (x, y) \in G_1 \times G_2\}.\end{aligned}$$

□

Berdasarkan pembuktian tersebut diperoleh bahwa Jika $g \in C[a] \subseteq G_1$ dan $h \in C[b] \subseteq G_2$ maka $(g, h) \in C[a, b] \subseteq G_1 \times G_2$. Oleh karena itu, terbukti bahwa $(g, h) \in C[a, b]$. Selain itu, $C[a, b]$ adalah kelas konjugasi di grup $G_1 \times G_2$.

3.3. *Graf Konjugasi Grup Alternating A_4, Grup Simetri S_3, dan Grup $A_4 \times S_3$*

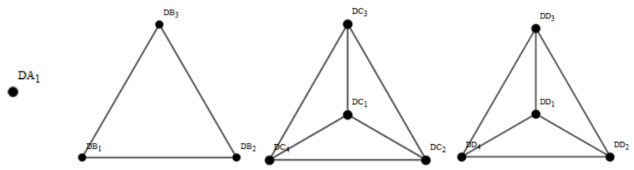
Graf konjugasi dari suatu grup G merupakan graf yang dibentuk berdasarkan kelas-kelas konjugasi pada grup G. Kelas konjugasi tersebut berisikan himpunan elemen-elemen yang saling konjugasi pada grup G.

Pada subbab sebelumnya telah diperoleh kelas-kelas konjugasi dari grup *alternating* A_4, grup simetri S_3, dan grup $A_4 \times S_3$. Jadi, dapat digambarkan graf konjugasi dari masing-masing grup berdasarkan kelas-kelas konjugasinya.

Pada penjelasan sebelumnya telah ditunjukkan bahwa diperoleh dua belas kelas konjugasi pada grup alternating . Tetapi untuk menggambarkan graf konjugasinya, kelas konjugasi yang berisi himpunan elemen-elemen yang sama akan dipilih satu kelas konjugasi saja, sehingga diperoleh empat kelas konjugasi berikut:

(i) C[(1)] = {(1)};
(ii) C[(1 2)(3 4)] = {(1 2)(3 4), (1 3)(2 4), (1 4)(2 3)};
(iii) C[(1 2 3)] = {(1 2 3), (1 3 4), (2 4 3), (1 4 2)};
(iv) C[(1 2 4)] = {(1 2 4), (1 3 2), (1 4 3), (2 3 4)}.

Berdasarkan empat kelas konjugasi yang diperoleh pada grup *alternating* A_4, graf konjugasi yang terbentuk ditampilkan pada Gambar 4.



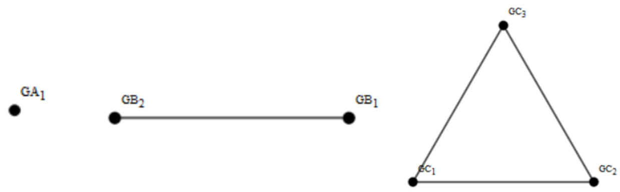
Gambar 4. Graf konjugasi grup A_4

Didapatkan bahwa kelas konjugasi (i) membentuk graf lengkap K_1, kelas konjugasi (ii) membentuk graf lengkap K_3, dan untuk kelas konjugasi (iii) dan (iv) akan membentuk graf lengkap K_4.

Sama halnya dengan kelas konjugasi pada grup *alternating* , kelas konjugasi pada grup simetri yang berisi himpunan elemen-elemen yang sama akan dipilih satu kelas konjugasi saja, sehingga diperoleh empat kelas konjugasi berikut.

(a) C[(1)] = {(1)};
(b) C[(1 2 3)] = {(1 2 3),(1 3 2)};
(c) C[(1 2)] = {(1 2), (2 3), (1 3)}.

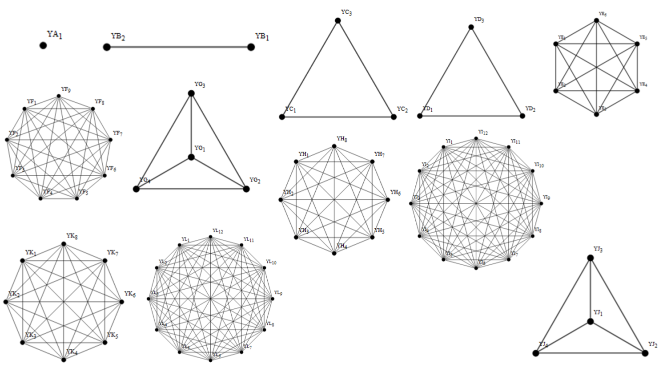
Berdasarkan tiga kelas konjugasi yang diperoleh pada grup simetri S_3, graf konjugasi yang terbentuk ditampilkan pada Gambar 5.



Gambar 5. Graf konjugasi grup S_3

Didapatkan bahwa kelas konjugasi (a) membentuk graf lengkap K_1, kelas konjugasi (b) membentuk graf lengkap K_3, dan untuk kelas konjugasi (c) akan membentuk graf lengkap K_2.

Kelas konjugasi pada grup $A_4 \times S_3$ yang berisi himpunan elemen-elemen yang sama akan dipilih satu kelas konjugasi saja, sehingga diperoleh dua belas kelas konjugasi berikut, dan dinyatakan secara visual pada Gambar 6.



Gambar 6. Graf konjugasi grup $A_4 \times S_3$

$$
\begin{aligned}
C[((1),(1))] =& \{((1),(1))\};\\
C[((1),(1\,2\,3))] =& \{((1),(1\,2\,3)),((1),(1\,3\,2))\};\\
C[((1),(1\,3))] =& \{((1),(1\,2)),((1),(1\,3)),((1),(2\,3))\};\\
C[((1\,3)(2\,4),(1))] =& \{((1\,2)(3\,4),(1)),((1\,3)(2\,4),(1)),\\
& ((1\,4)(2\,3),(1))\};\\
C[((1\,4)(2\,3),(1\,2\,3))] =& \{((1\,2)(3\,4),(1\,2\,3)),((1\,2)(3\,4),(1\,3\,2)),\\
& ((1\,3)(2\,4),(1\,2\,3)),((1\,3)(2\,4),(1\,3\,2)),\\
& ((1\,4)(2\,3),(1\,2\,3)),((1\,4)(2\,3),(1\,3\,2))\};\\
C[((1\,3)(2\,4),(1\,2))] =& \{((1\,2)(3\,4),(1\,2)),((1\,2)(3\,4),(1\,3)),\\
& ((1\,2)(3\,4),(2\,3)),((1\,3)(2\,4),(1\,2)),\\
& ((1\,3)(2\,4),(1\,3)),((1\,3)(2\,4),(2\,3)),\\
& ((1\,4)(2\,3),(1\,2)),((1\,4)(2\,3),(1\,3)),\\
& ((1\,4)(2\,3),(2\,3))\};\\
C[((2\,3\,4),(1))] =& \{((1\,2\,4),(1)),((1\,3\,2),(1)),((1\,4\,3),(1)),\\
& ((2\,3\,4),(1))\};\\
C[((1\,2\,4),(1\,2\,3))] =& \{((1\,2\,4),(1\,2\,3)),((1\,2\,4),(1\,3\,2)),\\
& ((1\,3\,2),(1\,2\,3)),((1\,3\,2),(1\,3\,2)),\\
& ((1\,4\,3),(1\,2\,3)),((1\,4\,3),(1\,3\,2)),\\
& ((2\,3\,4),(1\,2\,3)),((2\,3\,4),(1\,3\,2))\};\\
C[((1\,4\,3),(1\,3))] =& \{((1\,2\,4),(1\,2)),((1\,2\,4),(1\,3)),((1\,2\,4),\\
& (2\,3)),((1\,3\,2),(1\,2)),((1\,3\,2),(1\,3)),\\
& ((1\,3\,2),(2\,3)),((1\,4\,3),(1\,2)),((1\,4\,3),\\
& (1\,3)),((1\,4\,3),(2\,3)),((2\,3\,4),(1\,2)),\\
& ((2\,3\,4),(1\,3)),((2\,3\,4),(2\,3))\};\\
C[((1\,4\,2),(1))] =& \{((1\,2\,3),(1)),((1\,3\,4),(1)),((1\,4\,2),(1)),\\
& ((2\,4\,3),(1))\};\\
C[((2\,4\,3),(1\,2\,3))] =& \{((1\,2\,3),(1\,2\,3)),((1\,2\,3),(1\,3\,2)),\\
& ((1\,3\,4),(1\,2\,3)),((1\,3\,4),(1\,3\,2)),\\
& ((1\,4\,2),(1\,2\,3)),((1\,4\,2),(1\,3\,2)),\\
& ((2\,4\,3),(1\,2\,3)),((2\,4\,3),(1\,3\,2))\};\\
C[((1\,3\,4),(2\,3))] =& \{((1\,2\,3),(1\,2)),((1\,2\,3),(1\,3)),((1\,2\,3),\\
& (2\,3)),((1\,3\,4),(1\,2)),((1\,3\,4),(1\,3)),\\
& ((1\,3\,4),(2\,3)),((1\,4\,2),(1\,2)),((1\,4\,2),\\
& (1\,3)),((1\,4\,2),(2\,3)),((2\,4\,3),(1\,2)),\\
& ((2\,4\,3),(1\,3)),((2\,4\,3),(2\,3))\}.
\end{aligned}
$$

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Elemen-elemen yang saling berkonjugasi pada grup *alternating* A_4 dan grup simetri S_3 akan saling berkonjugasi juga pada grup $A_4 \times S_3$.
2. Graf konjugasi yang terbentuk berdasarkan kelas-kelas konjugasi pada grup *alternating* A_4, dan grup simetri S_3 keseluruhannya berbentuk graf lengkap K_p dengan $p = 1, 2, 3, 4$.
3. Graf konjugasi pada grup *alternating* A_4, dan grup simetri S_3 saling berhubungan dengan graf konjugasi pada grup $A_4 \times S_3$. Jika graf konjugasi yang terbentuk pada grup A_4

berbentuk graf lengkap K_m dengan $m = 1, 2, 3, 4$, dan graf konjugasi yang terbentuk pada grup simetri S_3 berbentuk graf lengkap K_n dengan $n = 1, 2, 3$, maka graf konjugasi yang akan terbentuk pada grup $A_4 \times S_3$ berdasarkan kelas-kelas konjugasinya adalah graf lengkap $K_{m\times n}$.

Kontribusi Penulis. **M. F. Muammar**: Perangkat lunak, analisis formal, investigasi, penulisan—persiapan draf asli, visualisasi. **A. Faisol**: Konseptualisasi, metodologi, validasi, kurasi data, penulisan—tinjauan dan penyuntingan, supervisi. **F. Fitriani**: Validasi, kurasi data, penulisan—tinjauan dan penyuntingan, supervisi. Semua penulis telah membaca dan menyetujui versi manuskrip yang diterbitkan.

Ucapan Terima Kasih. Penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah berkontribusi dalam penelitian serta dalam penyusunan artikel ini. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada editor dan reviewer atas pembacaan yang teliti, masukan yang membangun, dan saran-saran yang membantu dalam menyempurnakan tulisan ini.

Pembiayaan. Kegiatan penelitian ini terlaksana atas dukungan dana dari LPPM Universitas Lampung melalui skema Penelitian BLU Tahun 2025.

Konflik Kepentingan. Para penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan yang terkait dengan artikel ini.

Ketersediaan Data. Tidak tersedia.

Referensi

[1] J. Gallian, *Contemporary Abstract Algebra*. Cengage Learning, 2016.

[2] D. Dummit and R. Foote, *Abstract Algebra*. Wiley, 2003.

[3] I. Ario and M. Zawidzki, *Application of Group Theory to Symmetric Structures*. CRC Press, 2024.

[4] G. Alfandary, “On graphs related to conjugacy classes of groups,” *Israel Journal of Mathematics*, vol. 86, no. 1, pp. 211–220, 1994, doi: 10.1007/BF02773678.

[5] A. M. Edward A. Bertram, Marcel Herzog, “On a graph related to conjugacy classes of groups,” *Bulletin of the London Mathematical Society*, vol. 22, no. 6, pp. 569–575, 1990, doi: 10.1112/blms/22.6.569.

[6] M. Bianchi, D. Chillag, A. G. B. Mauri, M. Herzog, and C. M. Scoppola, “Applications of a graph related to conjugacy classes in finite groups,” *Archiv der Mathematik*, vol. 58, no. 2, pp. 126–132, 1992, doi: 10.1007/BF01191876.

[7] M. A. Salahshour and A. R. Ashrafi, “Commuting conjugacy class graphs of finite groups,” *Algebraic Structures and Their Applications*, vol. 7, no. 2, pp. 135–145, 2020|, note=doi: 10.22034/as.2020.1839, publisher=Yazd University.

[8] P. Bhowal, P. J. Cameron, R. K. Nath, and B. Sambale, “Solvable conjugacy class graph of groups,” *Discrete Mathematics*, vol. 346, no. 8, p. 113467, 2023, doi: 10.1016/j.disc.2023.113467.

[9] P. Ray and S. Arora, “Forbidden subgraphs on conjugacy class graphs of groups,” *arXiv:2406.0, 1305*, 2024, doi: 10.48550/arXiv.2406.01305.

[10] P. Bhowal and R. K. Nath, “Spectral aspects of commuting conjugacy class graph of finite groups,” *arXiv:2003.05762*, 2020, doi: 10.48550/arXiv.2003.05762.

[11] C. Kumar and K. Patra, “Conjugate graph and conjugacy class graph related to direct product of dihedral groups,” *WSEAS Transactions on Mathematics*, vol. 23, pp. 458–466, 2024, doi: 10.37394/23206.2024.23.48.

[12] A. Zulkarnain, N. H. Sarmin, and H. I. M. Hassim, “The conjugacy class graphs of non-abelian 3-groups,” *Malaysian Journal of Fundamental and Applied Sciences*, vol. 16, no. 3, pp. 297–299, 2020.

[13] A. Dermenjian and A. Evetts, “Conjugacy class growth in virtually abelian groups,” *journal of Groups, complexity, cryptology*, vol. 17, 2025, doi: 10.46298/jgcc.2025.17.1.13459.

[14] M. L. Lewis and A. Mohammadian, “Triangle-free cyclic conjugacy class graph of a finite group,” *arXiv:2503.05928*, 2025.

[15] Y. F. Zakariya and S. Zaria, “Graphs from finite groups: An overview,” in *Proceedings of the 53rd Mathematical Association of Nigeria Annual Conference*, 2016.

[16] M. L. Lewis, “An overview of graphs associated with character degrees and conjugacy class sizes in finite groups,” *The Rocky Mountain Journal of Mathematics*, vol. 38, no. 1, pp. 175–211, 2008.

[17] D. Khoshnevis and Z. Mostaghim, “Some properties of graph related to conjugacy classes of special linear group sl2 (f),” *Math. Sci. Lett*, vol. 4, no. 2, pp. 153–156, 2015, doi: 10.12785/msl/040209.

[18] A. Abdolghafourian and M. A. Iranmanesh, “Divisibility graph for symmetric and alternating groups,” *Communications in Algebra*, vol. 43, no. 7, pp. 2852–2862, 2015, doi: 10.1080/00927872.2014.907411.

[19] D. Khoshnevis and Z. Mostaghim, “The divisibility graph for f-groups,” *Mathematical Notes*, vol. 111, no. 1, pp. 236–242, 2022, doi: 10.1134/S0001434622010278.

[20] C. Kumar and K. Patra, “Conjugacy class graph of some non-abelian groups,” *Contemporary Mathematics*, pp. 430–445, 2024, doi: 10.37256/cm.5120243875.

[21] A. Erfanian and B. Tolue, “Conjugate graphs of finite groups,” *Discrete Mathematics, Algorithms and Applications*, vol. 4, no. 02, p. 1250035, 2012, doi: 10.1142/S1793830912500358.