
PENERAPAN PETA KENDALI T^2 HOTELLING ALGORITMA FAST MINIMUM COVARIANCE DETERMINANT PADA PENGENDALIAN KUALITAS BAWANG MERAH VARIETAS LEMBAH PALU

Puja Lestari Marulu¹, Junaidi², Fadjryani³

^{1,2,3}Program Studi Statistika, Jurusan Matematika,

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Tadulako

e-mail: pujalestar4@gmail.com

Abstrak

Kondisi fisik bawang merah varietas Lembah Palu sangat mempengaruhi kualitas bawang goreng yang dihasilkan. Kualitas bawang merah yang buruk tentu saja akan mempengaruhi hasil penjualan bagi para petani. Oleh karena itu, diperlukan adanya monitoring dengan melakukan analisis pengendalian kualitas terhadap kondisi fisik bawang merah. Pada penelitian ini digunakan metode pengendalian kualitas peta kendali T^2 Hotelling dengan algoritma *fast-MCD*. Metode ini digunakan karena adanya *outlier* pada data yang akan dianalisis. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menghasilkan estimasi vektor rata-rata dan estimasi matriks varian-kovarian dalam pembentukan peta kendali T^2 Hotelling. Dari hasil perhitungan menggunakan vektor rata-rata dan matriks varian-kovarian dengan estimasi *fast-MCD*, diperoleh 93 data yang mengalami *out of control* pada peta kendali T^2 Hotelling dengan algoritma *fast-MCD* dimana pengamatan yang mengalami *out of control* lebih banyak daripada peta kendali T^2 Hotelling biasa. Hal ini menunjukkan bahwa peta kendali T^2 Hotelling dengan algoritma *fast-MCD* lebih efektif dalam mendeteksi pengamatan yang mengandung *outlier*. Adapun nilai kapabilitas proses multivariat kurang dari satu sehingga proses dikatakan *uncapable*.

Kata Kunci: Bawang Merah Varietas Lembah Palu, T^2 Hotelling, Algoritma *fast-MCD*, Analisis Kapabilitas Proses

Abstract

The physical condition of the Palu Valley shallots variety greatly affects the quality of the fried onions that are obtained. The poor quality of shallots will affect the product that will sale by the farmers. Therefore, it is necessary to monitor by conducting the quality control analysis of the physical condition of shallots. In this study we use the quality control method of the T^2 Hotelling control map with the fast-MCD algorithm. This method is used because the outlier in the data to be analyzed. The purpose of this study is to produce average vector estimates and variance-covariance matrix estimates in the formation of the T^2 Hotelling control map. From the calculation by using the mean vector and the variant-covariant matrix with fast-MCD estimation, 93 data were obtained that experienced out of control on the T^2 Hotelling control map with the fast-MCD algorithm where the observations that experienced out of control were more than the usual of T^2 Hotelling control map. This shows that the T^2 Hotelling control map with the fast-MCD algorithm is more effective in detecting observations which contain outliers. The value of the multivariate process capability analysis is less than one showing the process is incapable.

Keywords: Onion Varieties of Palu Valley, T^2 Hotelling, fast-MCD Algorithm, Process Capability Analysis

1. PENDAHULUAN

Bawang merah (*Allium Ascalonicum* L.) merupakan salah satu komoditas sayuran yang bernilai tinggi bagi masyarakat, baik secara ekonomis maupun kandungan gizinya. Di Indonesia, bawang merah merupakan salah satu komoditas sayuran yang banyak diproduksi. Pada tahun 2020, produksi bawang merah di Indonesia mencapai 1.815.445,00 ton (BPS, 2020). Provinsi Sulawesi Tengah merupakan salah satu daerah yang memiliki produksi bawang merah dengan varietas yang khas. Bawang merah varietas Lembah Palu merupakan salah satu komoditas unggulan Kota Palu Sulawesi Tengah (Rahim dkk, 2010). Kecamatan Sigi Biromaru merupakan salah satu kecamatan di Provinsi Sulawesi Tengah yang menjadi wilayah pengembangan bawang merah varietas Lembah Palu. Menurut data Dinas Pangan dan Hortikultura Provinsi Sulawesi Tengah (2018), Kecamatan Sigi Biromaru mempunyai areal luas panen tanaman bawang merah seluas 367,00 Ha dengan produksi 2.183,65 Ton pada tahun 2018.

Bawang merah varietas Lembah Palu merupakan bawang sebagai bahan baku bawang goreng. Salah satu keunikan bawang merah varietas Lembah Palu adalah umbinya mempunyai tekstur yang padat sehingga menghasilkan bawang goreng yang renyah dan gurih serta aroma yang tidak berubah walaupun disimpan lama pada wadah yang tertutup (Idris dkk, 2018). Bawang goreng yang memiliki kualitas yang baik berasal dari bawang merah dengan kualitas yang baik pula. Bawang merah yang berkualitas dipengaruhi oleh beberapa faktor diantaranya penggunaan pupuk, ketersediaan air, media tanam, kondisi cuaca dan sumber daya manusia. Kualitas bawang merah sendiri dapat dilihat dari kondisi fisik bahan baku maupun kandungan unsur kimia yang ada dalam bawang merah tersebut (Hulzana dkk, 2014). Kondisi fisik bahan baku bawang merah merupakan salah satu pengukuran kualitas yang mudah untuk diukur. Beberapa faktor pada saat proses penanaman dapat mempengaruhi kualitas umbi yang dihasilkan. Kondisi fisik ini dapat dilihat dari diameter umbi, bobot umbi dan jumlah siung umbi (Lestari, 2011).

Kondisi fisik bawang merah varietas Lembah Palu sangat mempengaruhi kualitas bawang goreng yang dihasilkan. Kualitas bawang merah yang buruk tentu saja akan mempengaruhi hasil penjualan bagi para petani. Oleh karena itu, diperlukan adanya monitoring terhadap kualitas bawang merah untuk mengetahui proses penanaman terkontrol dan menghasilkan umbi yang berkualitas. Salah satunya dengan melakukan analisis pengendalian kualitas terhadap kondisi fisik bawang merah sebagai salah satu karakteristik kualitas. Analisis yang dapat digunakan untuk mengukur kualitas kondisi fisik bawang merah tersebut adalah dengan menggunakan peta kendali. Peta kendali merupakan teknik yang digunakan untuk mengevaluasi apakah suatu proses berada dalam pengendalian kualitas berdasarkan statistik atau tidak sehingga dapat memecahkan masalah dan menghasilkan perbaikan kualitas (Montgomery, 2013).

Dalam pengendalian kualitas bawang merah varietas Lembah Palu, ada beberapa karakteristik kualitas yang diukur, yaitu terdiri dari diameter umbi, bobot umbi dan jumlah siung umbi. Karena karakteristik yang diukur lebih dari satu variabel, maka akan dilakukan analisis pengendalian kualitas multivariat. Salah satu analisis pengendalian kualitas multivariat yang sering digunakan adalah analisis pengendalian kualitas dengan menggunakan peta kendali T^2 Hotelling. Penggunaan peta kendali T^2 Hotelling dalam penelitian ini dilakukan karena karakteristik yang diukur berupa data variabel dan diukur dalam satu waktu. Peta kendali T^2 Hotelling paling banyak digunakan dalam pengendalian proses secara multivariat untuk memonitor vektor rata-rata proses karena dalam peta kendali T^2 Hotelling menggunakan vektor rata-rata dan matriks varian-kovarian dari sampel. Namun, peta kendali T^2 Hotelling kurang mampu mendeteksi pergeseran vektor rata-rata proses pada data yang terdapat data *outlier*. Hal ini terjadi karena vektor rata-rata

dan matriks varian-kovarian sampel sangat sensitif terhadap titik ekstrim (*outlier*). Untuk mengatasi hal ini, maka diperlukan estimator vektor rata-rata dan estimator matriks varian-kovarian populasi yang kekar terhadap data *outlier*. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah algoritma *Fast Minimum Covariance Determinant* (*Fast-MCD*). Metode *fast-MCD* efektif dalam mengatasi pengamatan yang mengandung *outlier* (Wang *et al.*, 2015).

Pada penelitian yang dilakukan oleh Seltuti dkk (2019), dari hasil perhitungan diperoleh bahwa peta kendali T^2 Hotelling dengan algoritma *fast-MCD* lebih sensitif mendeteksi data *out of control* dibandingkan peta kendali T^2 Hotelling klasik. Penggunaan peta kendali dalam memonitoring kualitas pada bawang merah jarang digunakan, sehingga dalam penelitian ini akan dilakukan pengendalian kualitas terhadap umbi bawang merah varietas Lembah Palu menggunakan peta kendali T^2 Hotelling dengan algoritma *Fast Minimum Covariance Determinant* dalam mendeteksi data *out of control*.

2. METODE PENELITIAN

Pada bagian ini, akan dijelaskan terkait lokasi dan tempat penelitian, populasi dan sampel penelitian, prosedur pengambilan data, serta tahapan analisis data:

2.1 Lokasi dan Tempat Penelitian

Lokasi penelitian dilaksanakan di Desa Soulove Kabupaten Sigi Biromaru dan tempat pada penelitian ini dilakukan di Laboratorium Statistika Terapan Program Studi Statistika, Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Tadulako.

2.2 Populasi dan Sampel Penelitian

Populasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah hasil panen bawang merah varietas Lembah Palu dan sampel yang digunakan berupa data primer yang merupakan hasil pengukuran peneliti sebanyak 200 sampel.

2.3 Prosedur Pengambilan Data

Pengambilan data dalam penelitian ini dilakukan secara langsung dengan mengunjungi petani bawang merah varietas Lembah Palu Desa Soulove Kabupaten Sigi Biromaru. Kemudian peneliti melakukan pengambilan data di tempat dengan menggunakan alat yang diperlukan. Variabel-variabel yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah variabel karakteristik kualitas bawang merah varietas Lembah Palu dilihat dari kondisi fisik berupa berat umbi, diameter umbi dan jumlah siung umbi.

2.4 Analisis Data

Tahapan penelitian yang akan dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

- a. Mengumpulkan data kondisi fisik umbi bawang merah varietas Lembah Palu
- b. Mendeskripsikan karakteristik kualitas kondisi fisik umbi bawang merah Lembah Palu menggunakan metode statistika deskriptif.
- c. Melakukan uji asumsi korelasi menggunakan uji *Barlett sphericity*
- d. Melakukan uji asumsi normalitas multivariat
- e. Mengestimasi vektor rata-rata dan matriks varian-kovarian berdasarkan algoritma *fast-MCD*
- f. Menghitung peta kendali T^2 Hotelling dengan algoritma *fast-MCD*
- g. Menghitung indeks kapabilitas proses
- h. Kesimpulan dan saran

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Statistika Deskriptif

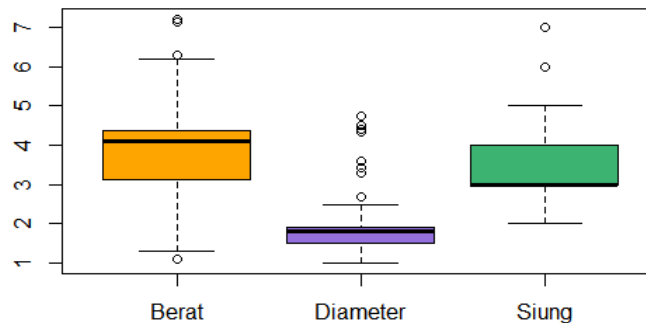
Statistika deskriptif digunakan untuk melihat gambaran secara umum karakteristik dari variabel yang digunakan dalam penelitian. Tabel 1 menunjukkan hasil analisis deskriptif dari semua variabel.

Tabel 1 Statistika Deskriptif Variabel Penelitian

Variabel	N	Min	Max	Mean
Berat (gram)	200	1,11	7,21	3,90
Diameter (cm)	200	1	4,73	1,84
Siung	200	2	7	3,58

Berdasarkan Tabel 1 diketahui bahwa jumlah sampel yang digunakan dalam penelitian sebanyak 200 sampel. Pada variabel karakteristik berat, diperoleh nilai minimum berat bawang merah varietas Lembah Palu adalah 1,11 gram dan nilai maksimum 7,21 gram. Adapun nilai rata-rata (*mean*) yang diperoleh sebesar 3,90 gram. Selanjutnya pada variabel karakteristik diameter, diperoleh nilai minimum diameter bawang merah varietas Lembah Palu adalah 1 cm dan nilai maksimum 4,73 cm. Adapun nilai rata-rata (*mean*) yang diperoleh sebesar 1,84 cm dan untuk variabel karakteristik siung, diperoleh nilai minimum jumlah siung bawang merah varietas Lembah Palu adalah 2 siung dan nilai maksimum 7 siung. Adapun nilai rata-rata (*mean*) yang diperoleh sebesar 3,58 siung.

Penelitian ini diperlukan informasi terkait apakah data memiliki data ekstrim (*outlier*) untuk memenuhi syarat penggunaan metode *fast-MCD*. Gambar 1 merupakan penggambaran nilai *outlier* menggunakan *boxplot*.



Gambar 1 *Boxplot* Data *Outlier* dari Karakteristik Kualitas Berat, Diameter dan Siung

Berdasarkan Gambar 1 diketahui bahwa variabel karakteristik kualitas berat, diameter dan jumlah siung bawang merah varietas Lembah Palu masing-masing memiliki data ekstrim (*outlier*).

Peta kendali T^2 Hotelling kurang mampu mendeteksi rata-rata proses pada data yang terdapat *outlier*. Oleh karena itu diperlukan estimasi vektor rata-rata dan estimasi matriks varian-kovarian yaitu algoritma *fast-MCD*. Namun, sebelum melakukan estimasi keduanya dengan menggunakan algoritma *fast-MCD*, perlu dilakukan terlebih dahulu pemenuhan asumsi sebagai berikut.

3.2 Uji Asumsi

Dalam pengujian multivariat disyaratkan untuk dapat memenuhi asumsi diantaranya adalah uji korelasi dan uji normalitas.

3.2.1 Uji Korelasi

Uji korelasi digunakan untuk mengetahui hubungan antar 2 karakteristik kualitas atau lebih. Dalam penelitian ini, uji korelasi digunakan untuk mengetahui apakah terdapat korelasi antara karakteristik kualitas pada proses produksi bawang merah varietas Lembah Palu. Uji korelasi harus terpenuhi agar metode pengendalian kualitas multivariat dapat diterapkan pada penelitian ini. Pada penelitian ini, uji korelasi dilakukan menggunakan uji *Bartlett sphericity*. Uji *Bartlett sphericity* dapat dinyatakan dalam hipotesis sebagai berikut:

$$H_0: r = \mathbf{I}$$

$$H_1: r \neq \mathbf{I}$$

Statistik uji :

$$\chi^2 = - \left[n - 1 - \frac{2p+5}{6} \right] \ln|\mathbf{R}| \quad (1)$$

dimana n adalah jumlah observasi, sedangkan p adalah jumlah variabel, dan \mathbf{R} adalah matriks korelasi dari masing-masing variabel, serta $\chi^2_{(\alpha; \frac{1}{2}p(p-1))}$ adalah nilai distribusi *chi-square*. Jika ditetapkan tingkat signifikansi α sebesar 0,05, maka H_0 ditolak jika nilai $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{(\alpha; \frac{1}{2}p(p-1))}$ dengan derajat bebas sebesar $\frac{1}{2}p(p-1)$ atau dapat disimpulkan variabel berkorelasi.

Hasil uji *Bartlett sphericity* disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2 Hasil Uji *Bartlett sphericity*

Uji	Nilai <i>Chi-Square</i>	<i>p-value</i>
<i>Bartlett sphericity</i>	23,046	0,000039

Berdasarkan Tabel 2 diketahui bahwa nilai χ^2_{hitung} sebesar 23,046 dan nilai *p-value* = 0,000039. Karena nilai $\chi^2_{hitung}(23,046) > \chi^2_{tabel}(7,8147)$ maka tolak H_0 , sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat hubungan atau korelasi dari ketiga karakteristik kualitas.

3.2.2 Uji Normalitas

Distribusi normal multivariat merupakan asumsi yang harus dipenuhi sebelum menganalisis data menggunakan grafik kendali multivariat dan kapabilitas proses multivariat. Apabila data tidak berdistribusi normal, maka akan menyebabkan terjadinya bias yang besar sehingga mempengaruhi hasil perhitungan pada grafik kendali multivariat dan kapabilitas proses. Pengujian distribusi normal multivariat dilakukan terhadap keseluruhan variabel. Pemeriksaan normalitas menggunakan metode *Mahalanobis*. Metode *Mahalanobis* digunakan untuk melihat ukuran jarak *Mahalanobis* dengan *Chi-square*. Berikut hipotesis yang digunakan:

$$H_0 : \text{data berdistribusi normal multivariat}$$

$$H_1 : \text{data pengamatan tidak berdistribusi normal multivariat}$$

Statistik uji :

$$d_i^2 = (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_j)^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_j) \quad (2)$$

dimana:

\mathbf{S}^{-1} : invers matriks varian-kovarian

\mathbf{x}_{ij} : vektor pengamatan ke- i pada variabel ke- j

$\bar{\mathbf{x}}_j$: vektor rata-rata

Kriteria uji :

Data dikatakan berdistribusi normal multivariat atau gagal tolak H_0 jika terdapat minimal 50% nilai $d_i^2 \leq \chi_{p, \frac{k-0,5}{n}}^2$. Berikut merupakan perhitungan uji normalitas multivariat:

$$\begin{aligned} d_1^2 &= (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_j)^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_j) \\ &= \left(\begin{bmatrix} 6,1 \\ 2,25 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,90 \\ 1,84 \\ 3,58 \end{bmatrix} \right)^T \begin{bmatrix} 0,75394 & -0,49354 & -0,08203 \\ -0,49354 & 3,29389 & -0,01006 \\ -0,08203 & -0,01006 & 0,85755 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 6,1 \\ 2,25 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,90 \\ 1,84 \\ 3,58 \end{bmatrix} \right) \\ &= [2,20 \quad 0,41 \quad 1,42] \begin{bmatrix} 0,75392 & -0,49354 & -0,08203 \\ -0,49354 & 3,29389 & -0,01006 \\ -0,08203 & -0,01006 & 0,85755 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,20 \\ 0,41 \\ 1,43 \end{bmatrix} \\ &= [1,33559 \quad 0,26683 \quad 1,03754] \begin{bmatrix} 2,20 \\ 0,41 \\ 1,43 \end{bmatrix} \\ &= 4,52484 \end{aligned}$$

Hasil $d_2^2, d_3^2, d_4^2, \dots, d_{200}^2$ dapat dihitung menggunakan rumus yang sama. Berdasarkan hasil perhitungan uji asumsi normalitas multivariat diperoleh nilai $d_i^2 \leq \chi_{p, \frac{k-0,5}{n}}^2$ sebanyak 174 atau 87% yang artinya gagal tolak H_0 . Sehingga dapat disimpulkan bahwa karakteristik kualitas berdistribusi normal multivariat.

3.3 Peta Kendali T^2 Hotelling

Peta kendali T^2 Hotelling adalah peta kendali yang digunakan untuk mengontrol vektor rata-rata dalam proses multivariat. Adapun statistik uji T^2 Hotelling adalah :

$$T_i^2 = (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}})^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}) \quad (3)$$

dimana :

$i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, p$

T_i^2 : nilai statistik T^2 Hotelling

\mathbf{x}_{ij} : vektor sampel dari karakteristik kualitas ke- j untuk sampel ke- i

$\bar{\mathbf{x}}$: vektor rata-rata sampel dari tiap karakteristik kualitas

\mathbf{S}^{-1} : invers matriks varian-kovarian

Batas kendali T^2 Hotelling untuk pengamatan individual dengan m sampel, dapat dihitung dengan persamaan berikut :

$$BPA = \frac{(m-1)^2}{m} \beta_{\alpha, \frac{p}{2}, (m-p-1)/2} \quad (4)$$

$$BPB = 0 \quad (5)$$

dimana :

p : banyaknya karakteristik kualitas

m : banyaknya sampel pengamatan

α : taraf signifikansi

β : nilai yang diperoleh dari distribusi β dengan $\alpha = 0.05$, parameter = $p/2$ dan $(m - p - 1)/2$ (Erna, 2014).

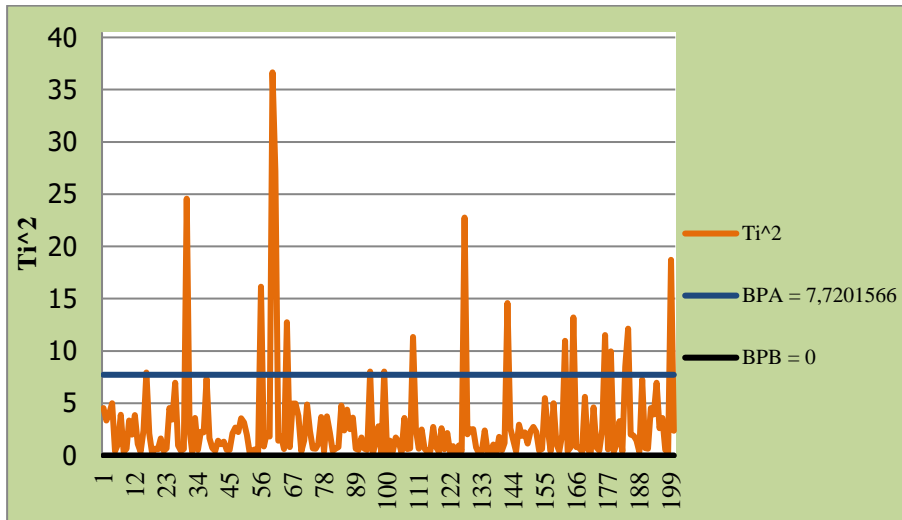
Berikut hasil perhitungan T^2 Hotelling:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= [3,90 \quad 1,84 \quad 3,58] \\ S &= \begin{bmatrix} 1,48845 & 0,22346 & 0,14500 \\ 0,22346 & 0,33715 & 0,02533 \\ 0,14500 & 0,02533 & 1,18028 \end{bmatrix} \\ S^{-1} &= \begin{bmatrix} 0,75392 & -0,49353 & -0,08203 \\ -0,49353 & 3,29389 & -0,01006 \\ -0,08203 & -0,01006 & 0,85755 \end{bmatrix} \\ T_1^2 &= (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}})^T S^{-1} (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}) \\ &= \left(\begin{bmatrix} 6,1 \\ 2,25 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,90 \\ 1,84 \\ 3,58 \end{bmatrix} \right)^T \begin{bmatrix} 0,75392 & -0,49354 & -0,08203 \\ -0,49354 & 3,29389 & -0,01006 \\ -0,08203 & -0,01006 & 0,85755 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 6,1 \\ 2,25 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,90 \\ 1,84 \\ 3,58 \end{bmatrix} \right) \\ &= [2,20 \quad 0,41 \quad 1,42] \begin{bmatrix} 0,75392 & -0,49354 & -0,08203 \\ -0,49354 & 3,29389 & -0,01006 \\ -0,08203 & -0,01006 & 0,85755 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,20 \\ 0,41 \\ 1,43 \end{bmatrix} \\ &= [1,33559 \quad 0,26683 \quad 1,03754] \begin{bmatrix} 2,20 \\ 0,41 \\ 1,43 \end{bmatrix} \\ &= 4,52484 \end{aligned}$$

Perhitungan dilakukan hingga T_{200}^2 . Setelah memperoleh hasil perhitungan T_i^2 Hotelling untuk masing-masing pengamatan, selanjutnya buatlah peta kendali T_i^2 Hotelling untuk melihat apakah terdapat pengamatan yang *out of control*.

$$\begin{aligned} BPA &= \frac{(m-1)^2}{m} \beta_{\alpha, \frac{p}{2}, (m-p-1)/2} \\ &= \frac{(200-1)^2}{200} \beta_{0,95; \frac{3}{2}, \frac{(200-3-1)}{2}} \\ &= 198,005(0,03899) \\ &= 7,7201566 \end{aligned}$$

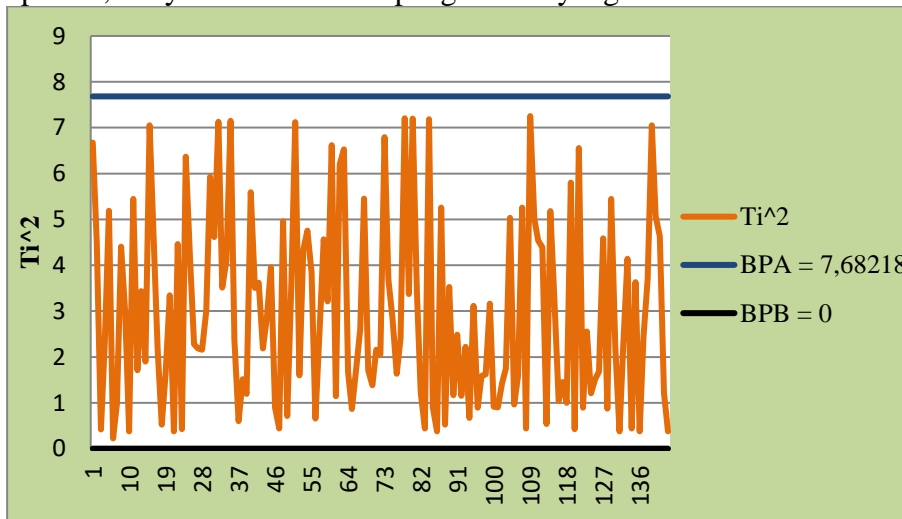
$BPB = 0$ (ketetapan)



Gambar 2 Peta Kendali T_i^2 Hotelling

Berdasarkan Gambar 2, diketahui bahwa terdapat 18 pengamatan yang *out of control*. Adapun pengamatan yang *out of control* adalah pengamatan yang melewati garis biru. Oleh karena perlu dilakukan iterasi dengan mengeluarkan semua pengamatan yang *out of control*. Cara pembentukan peta kendali setelah dilakukan iterasi, yaitu dengan mengeluarkan pengamatan yang *out of control* kemudian dihitung kembali menggunakan Persamaan (3).

Gambar 3 pada peta kendali T^2 hotelling menunjukkan bahwa untuk mencapai proses *in control* perlu dilakukan 7 kali iterasi. Proses iterasi dilakukan untuk mengeluarkan semua pengamatan yang *out of control*. Hal ini dilakukan karena pada kapabilitas proses, hanya membutuhkan pengamatan yang *in control*.



Gambar 3 Peta Kendali T^2 Hotelling dengan Pengamatan *In Control*

3.4 Peta Kendali T^2 Hotelling dengan Algoritma *Fast-MCD*

Algoritma *fast-MCD* dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Ambil sejumlah h pengamatan yang berbeda secara acak. Dari n pengamatan akan dihasilkan $\binom{n}{h}$ himpunan yang baru. Nilai h yang optimal memenuhi $(n + p + 1)/2$.

2. Definiskan himpunan pertama sebagai H_1 . Berdasarkan himpunan H_1 hitung vektor rata-rata dan matriks varian-kovarian (\bar{x}_1, S_1) .
3. Menghitung akar jarak *Mahalanobis* dengan menggunakan rumus:

$$d_i = \sqrt{(x_i - \bar{x}_1)^T S_1^{-1} (x_i - \bar{x}_1)} \quad (6)$$

4. Mengurutkan $d_1(i)$ dari nilai terkecil ke nilai yang terbesar.
5. Definiskan himpunan bagian baru dengan H_2 , sedemikian sehingga $\{d_1(i); i \in H_2\} := \{(d_1)_{1:n}, (d_1)_{2:n}, \dots, (d_1)_{h:n}\}$, dimana $(d_1)_{1:n} \leq (d_1)_{2:n} \leq \dots (d_1)_{h:n}$.
6. Menghitung vektor rata-rata dan matriks varian-kovarian (\bar{x}_2, S_2) dari H_2 .
7. Bandingkan $\det(S_2)$ dengan $\det(S_1)$. Bila $\det(S_2) \neq \det(S_1)$ ulangi langkah pada poin 5 sampai 7. Proses diberhentikan jika $\det(S_{baru}) = \det(S_{lama})$.

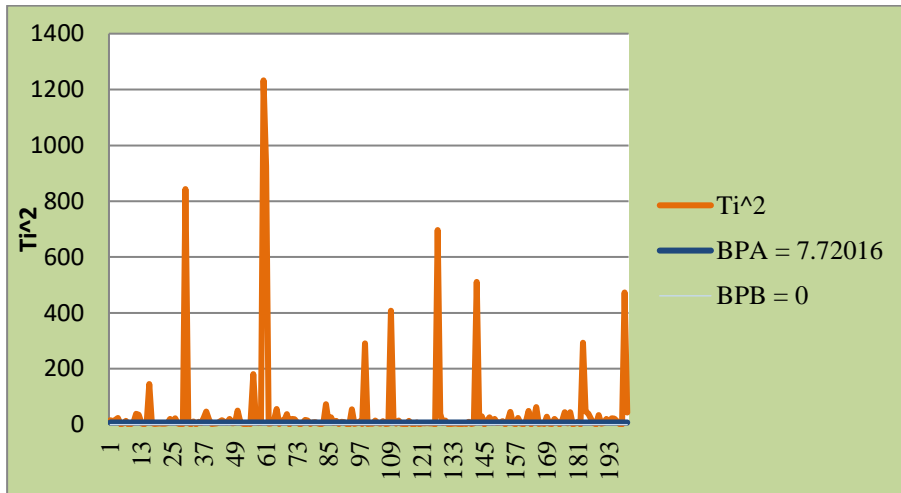
Berikut merupakan hasil perhitungan vektor rata-rata dan matriks varian-kovarian:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{mcd} &= [3,80 \quad 1,74 \quad 3,25] \\ S_{mcd} &= \begin{bmatrix} 0,59644 & 0,13178 & 0,09308 \\ 0,13178 & 0,03890 & 0,03432 \\ 0,09308 & 0,03432 & 0,32547 \end{bmatrix} \\ S_{mcd}^{-1} &= \begin{bmatrix} 6,75023 & -23,33787 & 0,53038 \\ -23,33787 & 109,03353 & -4,82254 \\ 0,53038 & -4,82254 & 3,42929 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Setelah memperoleh vektor rata-rata dan matriks varian-kovarian menggunakan algoritma *fast-MCD*, selanjutnya melakukan perhitungan untuk peta kendali T^2 Hotelling dengan menggunakan estimasi vektor rata-rata dan matriks kovarian berdasarkan algoritma *fast-MCD*. Berikut hasil perhitungan T^2 Hotelling dengan algoritma *fast-MCD*:

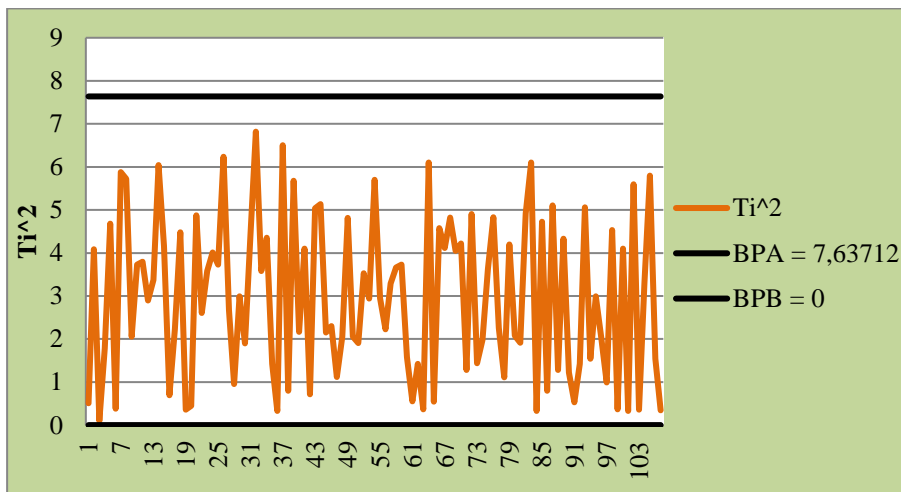
$$\begin{aligned} T_i^2 &= (x_{ij} - \bar{x}_{mcd})^T S_{mcd}^{-1} (x_{ij} - \bar{x}_{mcd}) \\ T_1^2 &= \left(\begin{bmatrix} 6,1 \\ 2,25 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,80 \\ 1,74 \\ 3,25 \end{bmatrix} \right)^T \begin{bmatrix} 6,75023 & -23,33787 & 0,53038 \\ -23,33787 & 109,03353 & -4,82254 \\ 0,53038 & -4,82254 & 3,42929 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 6,1 \\ 2,25 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,80 \\ 1,74 \\ 3,25 \end{bmatrix} \right) \\ &= [2,30 \quad 0,51 \quad 1,75] \begin{bmatrix} 0,75392 & -0,49354 & -0,08203 \\ -0,49354 & 3,29389 & -0,01006 \\ -0,08203 & -0,01006 & 0,85755 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,30 \\ 0,51 \\ 1,75 \end{bmatrix} \\ &= [4,62336 \quad -6,83415 \quad 4,79034] \begin{bmatrix} 2,30 \\ 0,51 \\ 1,75 \end{bmatrix} \\ &= 15,58267 \end{aligned}$$

Perhitungan dilakukan hingga T_{200}^2 . Setelah memperoleh hasil perhitungan T_i^2 Hotelling dengan algoritma *fast-MCD* untuk masing-masing pengamatan, selanjutnya dibuatlah peta kendali T_i^2 Hotelling algoritms *fast-MCD* untuk melihat apakah terdapat pengamatan yang *out of control*. Gambar 4 menunjukkan peta kendali T_i^2 Hotelling dengan algoritma *fast-MCD*.



Gambar Peta Kendali T_i^2 Hotelling dengan Algoritma *Fast-MCD*

Berdasarkan Gambar 4 diketahui bahwa terdapat 93 pengamatan yang *out of control*. Adapun pengamatan yang *out of control* adalah pengamatan yang melewati garis biru. Oleh karena perlu dilakukan iterasi.



Gambar 5 Peta Kendali T_i^2 Hotelling dengan Algoritma *fast-MCD* Iterasi 1

Berdasarkan Gambar 5 diperoleh peta kendali T^2 Hotelling dengan Algoritma *fast-MCD* yang menunjukkan semua pengamatan berada dibawah garis biru atau semua pengamatan $< BPA$. Hal ini menunjukkan bahwa proses sudah *in control* setelah dilakukan 1 kali iterasi penghapusan pengamatan *out of control*.

3.5 Perbandingan Pete Kendali T^2 Hotelling dan Peta Kendali T^2 Hotelling dengan Algoritma *Fast-MCD*

Perbandingan hasil perhitungan peta kendali T^2 Hotelling dan peta kendali T^2 Hotelling dengan algoritma *fast-MCD* dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3 Perbandingan Hasil Perhitungan T^2 dan $T_{fastMCD}^2$

Identifikasi	Data Kualitas Bawang Merah Varietas Lembah Palu	
	T^2	$T_{fastMCD}^2$
Pengamatan <i>out of control</i>	18	93
Jumlah Iterasi	7	1
BPA	7,72016	7,72016

Berdasarkan Tabel 3, diperoleh bahwa peta kendali T^2 Hotelling memiliki pengamatan $> BPA$ yaitu sebanyak 18 pengamatan. Sedangkan untuk peta kendali T^2 Hotelling dengan algoritma *fast-MCD* memiliki pengamatan $> BPA$ yaitu sebanyak 93 pengamatan. Hal ini menunjukkan bahwa peta kendali T^2 Hotelling dengan algoritma *fast-MCD* lebih banyak mendeteksi pengamatan *out of control* dibandingkan dengan peta kendali T^2 Hotelling biasa. Sehingga dapat dikatakan bahwa peta kendali T^2 Hotelling dengan algoritma *fast-MCD* lebih efektif dalam mendeteksi pengamatan yang mengandung *outlier*.

3.6 Analisis Kapabilitas Proses

Analisis kapabilitas proses digunakan untuk menaksir kemampuan proses. Berikut hasil perhitungan analisis kapabilitas proses multivariat.

$$(C_p) = \frac{K}{\chi_{p,0.95}^2} \left(\frac{(n-1)p}{s} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

dengan :

$$s = \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_j)^T \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_j) \quad (8)$$

$$\mathbf{A}^{-1} = (\mathbf{x}_{ij}^T \mathbf{x}_{ij})$$

$$K = \sqrt{(\bar{\mathbf{x}}_j - \boldsymbol{\varepsilon}_j)^T \mathbf{V}_0^{-1} (\bar{\mathbf{x}}_j - \boldsymbol{\varepsilon}_j)} \quad (9)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, p$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_j = \frac{1}{2} (BSA + BSB)$$

dimana :

$\chi_{p,0.95}^2$: *Chi-square* dengan p jumlah karakteristik

n : pengamatan yang sudah *in control*

p : banyak karakteristik

V_0^{-1} : invers matriks varian kovarian

BSA : batas spesifikasi atas

BSB : batas spesifikasi bawah

Berikut hasil perhitungan untuk analisis kapabilitas proses:

- 1) Analisis kapabilitas proses peta kendali T^2 Hotelling:

$$\begin{aligned}(C_p) &= \frac{K}{\chi_{p,0.95}^2} \left(\frac{(n-1)p}{s} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{5,89}{7,815} \left(\frac{(200-1)3}{1993309,60789} \right)^{\frac{1}{2}} \\ (C_p) &= 0,01\end{aligned}$$

- 2) Analisis kapabilitas proses peta kendali T^2 Hotelling algoritma $fast_{mcd}$:

$$\begin{aligned}(C_p) &= \frac{K}{\chi_{p,0.95}^2} \left(\frac{(n-1)p}{s} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{14,52}{7,815} \left(\frac{(107-1)3}{221073,1458} \right)^{\frac{1}{2}} \\ (C_p) &= 0,07\end{aligned}$$

Berdasarkan hasil perhitungan, maka diperoleh nilai $C_p = 0,07$. Karena nilai $C_p(0,07) < 1$ maka dapat disimpulkan bahwa proses produksi bawang merah varietas Lembah Palu *uncapable*, artinya proses tersebut banyak menghasilkan produk yang tidak sesuai dengan spesifikasi.

Jika dibandingkan dengan hasil perhitungan analisis kapabilitas proses pada peta kendali T^2 Hotelling, dapat kita simpulkan bahwa analisis kapabilitas proses pada peta kendali T^2 Hotelling algoritma $fast_{mcd}$ lebih mendekati 1 atau banyaknya hasil produk yang tidak sesuai dengan spesifikasi lebih sedikit.

4. KESIMPULAN

Dari hasil estimasi vektor rata-rata (\bar{x}_{mcd}) dan estimasi matriks varian-kovarian (S_{mcd}) menunjukkan bahwa penggunaan peta kendali T^2 Hotelling lebih efektif dalam mendeteksi data yang mengandung *outlier*. Dari hasil perhitungan pada bab sebelumnya, peta kendali T^2 Hotelling dengan algoritma $fast$ -MCD memiliki pengamatan $> BPA$ yaitu sebanyak 93 pengamatan. Hal ini menunjukkan bahwa peta kendali T^2 Hotelling dengan algoritma $fast$ -MCD lebih banyak mendeteksi pengamatan *out of control* daripada peta kendali T^2 Hotelling biasa. Adapun hasil analisis kapabilitas proses multivariat, nilai C_p yang diperoleh sebesar 0,07 yang berarti nilai tersebut < 1 sehingga proses dikatakan *uncapable* atau proses tersebut banyak menghasilkan produk yang tidak sesuai dengan spesifikasi.

DAFTAR PUSTAKA

- Badan Pusat Statistik [BPS]. (2020). *Produksi Tanaman Sayuran 2020*. <https://www.bps.go.id/indicator/55/61/1/produksi-tanaman-sayuran.html>. Diakses tanggal 26 Desember 2021.
- Dinas Pangan dan Holtikultura Provinsi Sulawesi Tengah. (2018). *Kajian Singkat Potensi Bawang Merah Palu*. Palu : Sulawesi Tengah.
- Erna. (2014). *Bagan Kendali T^2 Hotelling dengan Sampel Ganda dan Aplikasinya*. Makassar : Jurusan Matematika FMIPA Universitas Hasanuddin.
- Hulzana, M., Muhardi., & Rostati. (2014). Kualitas Umbi Bawang Merah (*Allium ascalonicum* L.) Varietas Lembah Palu pada Berbagai Paket Perlakuan Media Tanam di Desa Maku Kecamatan Sigi Biromaru Kabupaten Sigi. *Agrotekbis*, 2(5), 467–473.
- Idris, I., Basir, M., & Wahyudi, I. (2018). Pengaruh Berbagai Jenis dan Dosis Pupuk Kandang terhadap Pertumbuhan dan Hasil Tanaman Bawang Merah Varietas Lembah Palu. *Jurnal Agrotech*, 8(2), 40–49.
- Lestari, B. L. (2011). Kajian ZPT Atonik dalam Berbagai Konsentrasi dan Interval Penyemprotan terhadap Produktivitas Tanaman Bawang Merah (*Allium ascalonicum* L.). *Rekayasa*, 4(1), 33–37.
- Montgomery, D. C. (2013). *Introduction to Statistical Quality Control (Seven ed.)*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc.
- Rahim, A dkk. (2010). Daya Adaptasi dan Potensi Hasil Bawang Merah Varietas Lembah Palu. *Jurnal Ilmu Pertanian Universitas Hasanuddin* 1-15.
- Seltuti., Herdiani, E.T., & Ilyas, N. (2019). Bagan Kendali Multivariat untuk Pengamatan Individual. *Jurnal Matematika Statistika dan Komputasi* 15(2), 33-41.
- Wang, M., Martin, R., & Mao, G. (2015). *A Nonsingular Robust Covariance In , Multivariat Outlier Detection*. Wilrijk, Belgium: Departement of Mathematics and Computer Science, University of Antwerp (UIA).