

PEMODELAN JUMLAH TITIK PANAS DI PROVINSI KALIMANTAN TIMUR DENGAN METODE *SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS*

Kukuh Wahyu Hidayat¹, Sri Wahyuningsih², Yuki Novia Nasution³

¹ Laboratorium Statistika Terapan, Fakultas MIPA, Universitas Mulawarman

² Program Studi Statistika, Fakultas MIPA, Universitas Mulawarman

³ Program Studi Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Mulawarman

e-mail: kukuhwahyu202@gmail.com

Abstrak

Singular Spectrum Analysis (SSA) merupakan metode analisis runtun waktu dengan pendekatan nonparametrik, dimana metode ini tidak memerlukan beberapa asumsi. SSA cukup *powerfull* terutama untuk menangani data runtun waktu berpola musiman. Jumlah titik panas di Provinsi Kalimantan Timur memiliki unsur pola musiman berdasarkan beberapa penelitian yang telah dilakukan. Tujuan penelitian ini adalah menentukan model SSA terbaik yang digunakan untuk meramalkan data jumlah titik panas di Provinsi Kalimantan Timur. SSA terbagi menjadi dua tahap dasar yang saling berkaitan, yaitu tahap dekomposisi dan rekonstruksi. Pola musiman pada data dapat diketahui menggunakan analisis periodogram. Berdasarkan hasil analisis diperoleh model SSA, yaitu terdiri dari model peramalan untuk komponen tren dan model peramalan untuk komponen musiman. Tahap berikutnya dilakukan peramalan berdasarkan model yang diperoleh untuk bulan Februari 2020 hingga Januari 2021. Jumlah titik panas pada rentang bulan Februari 2020 hingga bulan Januari 2021 akan terjadi peningkatan dan penurunan titik panas secara drastis. Jumlah titik panas tertinggi akan terjadi pada bulan April tahun 2020, yaitu sebesar 1.840 titik panas.

Kata Kunci: Peramalan, Periodogram, *Singular Spectrum Analysis*, Titik Panas

Abstract

Singular Spectrum Analysis (SSA) is a time series analysis method with a nonparametric approach, which does not require several types of assumptions. SSA is quite powerful especially for handling seasonal patterned time series data. The number of hotspots in East Kalimantan Province has an element of seasonal patterns based on previous several studies. The purpose of this study is to determine the best SSA model used to predict data on the number of hotspots in East Kalimantan Province. The SSA is divided into two interrelated basic stages, namely the decomposition and reconstruction stages. Seasonal patterns on the data could be determined using periodogram analysis. Based on the analysis, a forecasting model for trend and seasonal component are obtained. The next stage was forecasting based on the model obtained for February 2020 until January 2021. The number of hotspots in from February 2020 to January 2021 would be increased and decreased dramatically. The highest number of hotspots would occur in April 2020, which was 1. 840 hotspots.

Keywords: Forecasting, Hotspot, Periodogram, *Singular Spectrum Analysis*

1. PENDAHULUAN

Peramalan adalah teknik memperkirakan atau memprediksi nilai sebuah variabel untuk beberapa waktu ke depan berdasarkan nilai yang diketahui dari variabel tersebut (Makridakis et al. 1999). Langkah penting dalam memilih model peramalan yang sesuai adalah dengan memperhatikan jenis pola data. Dalam kasus tertentu sering dijumpai data runtun waktu yang mengandung pola musiman pada proses pemodelan peramalan. Terdapat beberapa metode analisis runtun waktu yang dapat digunakan untuk menganalisis data berpola musiman diantaranya yaitu *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* (SARIMA), *Holt Winters*, dan yang berkembang saat ini adalah *Singular Spectrum Analysis* (SSA) (Aswi and Sukarna 2006).

Menurut (Khaeri et al. 2017), SSA merupakan metode analisis runtun waktu yang cukup *powerfull*, terutama untuk menangani data runtun waktu berpola musiman. Hal ini karena dasar dari SSA adalah dekomposisi, dimana proses dekomposisi akan mengurangi kesalahan dalam peramalan. Metode SSA tergolong cukup fleksibel dibanding dengan model peramalan serupa. SSA terhindar dari berbagai asumsi seperti asumsi stasioneritas, normalitas residual, dan tidak memerlukan transformasi logaritma. Karena memiliki karakteristik yang cukup fleksibel, menjadikan SSA sebagai analisis dengan pendekatan nonparametrik.

Penelitian menggunakan SSA telah dilakukan oleh (Khaeri et al. 2017) untuk meramalkan jumlah penumpang kereta api. Pada penelitian tersebut diperoleh pengukuran akurasi peramalan menggunakan MAPE sebesar 5%. Penelitian selanjutnya dilakukan oleh (Hassani 2007), yaitu membandingkan metode SSA, SARIMA, ARAR, dan *Seasonal Holt-Winter* menggunakan data jumlah kematian di USA sebanyak 60 data. Berdasarkan hasil penelitian tersebut diperoleh SSA memiliki kesalahan peramalan terkecil dibandingkan ketiga metode lainnya dengan MRAE sebesar 2%. Hal ini berarti bahwa, metode SSA memberikan hasil yang relatif presisi dalam meramalkan data setiap periode waktu.

Metode SSA menjadi metode standar dalam analisis runtun waktu klimatologi, meteorologi, dan geofisika serta terbukti sangat baik digunakan pada bidang tersebut (Vautard et al. 1992). Permasalahan iklim yang dikaitkan dengan isu beberapa tahun ini adalah titik panas (*hotspot*). Jumlah titik panas dapat menjadi indikator deteksi dini bencana kebakaran hutan dan lahan (LAPAN 2016).

Provinsi Kalimantan Timur adalah salah satu daerah yang tidak lepas dari permasalahan titik panas. Jumlah titik panas di Provinsi Kalimantan Timur pernah tercatat ekstrim pada bulan Oktober 2015. Berdasarkan data yang dirilis oleh NASA (*National Aeronautics and Space Administration*), intensitas jumlah titik panas meningkat pada bulan Agustus hingga November. Salah satu upaya penting dalamantisipasi bencana kebakaran hutan dan lahan di Provinsi Kalimantan Timur adalah dengan mengetahui jumlah titik panas pada beberapa periode ke depan. Peramalan adalah langkah yang dapat dilakukan untuk mengetahui jumlah titik panas periode ke depan. Hasil peramalan dapat digunakan untuk membantu dalam mengambil keputusan terkait permasalahan titik panas.

Berdasarkan uraian tersebut, penelitian ini membahas mengenai pemodelan jumlah titik panas di Provinsi Kalimantan Timur dengan metode SSA.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan data jumlah titik panas di Provinsi Kalimantan Timur Periode Januari 2010 - Januari 2020 atau sebanyak 121 data. Data penelitian diperoleh melalui website NASA. Metode yang digunakan adalah studi literatur dengan menelusuri buku, jurnal, atau sumber lainnya mengenai peramalan menggunakan SSA dan data jumlah titik panas di Provinsi Kalimantan Timur. SSA terbagi menjadi dua tahap dasar, yaitu tahap dekomposisi dan rekonstruksi. Tahap dekomposisi terbagi dalam dua langkah, yaitu *embedding* dan *singular value decomposition*. Proses rekonstruksi juga terbagi menjadi dua langkah, yaitu langkah *grouping* dan *diagonal averaging*. Berikut adalah langkah-langkah pemodelan peramalan menggunakan metode SSA:

- 1) Mempersiapkan data jumlah titik panas di Provinsi Kalimantan Timur periode Januari 2010 – Januari 2021.
- 2) Membuat grafik runtun waktu untuk mengetahui karakteristik pola data
- 3) Melakukan pengujian pola musiman pada data pengamatan menggunakan analisis periodogram. Menurut (Husnita et al. 2015), untuk memperoleh perioditas data dilakukan terhadap frekuensi yang berpasangan dengan titik-titik puncak garis spektrumnya. Nilai periodogram dapat dituliskan sebagai berikut (Wei 2006):

$$I(\omega_k) = \begin{cases} Na_0^2, & k = 0, \\ \frac{N(a_k^2 + b_k^2)}{2}, & k = 1, \dots, [(N-1)/2], \\ Na_{N/2}^2, & k = \frac{N}{2} \end{cases} \quad (1)$$

Dengan a_k dan b_k merupakan koefisien *Fourier* yang diperoleh melalui persamaan berikut:

$$a_k = \begin{cases} \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N f_i \cos(\omega_k i) \right] & , k = 0 \text{ dan } k = \frac{N}{2}, \\ \frac{2}{N} \left[\sum_{i=1}^N f_i \cos(\omega_k i) \right] & , k = 1, 2, \dots, \left[\frac{N-1}{2} \right] \end{cases} \quad (2)$$

$$b_k = \frac{2}{N} \left[\sum_{i=1}^N f_i \sin(\omega_k i) \right] \quad , k = 1, 2, \dots, \left[\frac{N-1}{2} \right] \quad (3)$$

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{N} \quad (4)$$

Tahapan selanjutnya dalam analisis menggunakan periodogram adalah pengujian hipotesis. Pengujian dapat dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0: a_k = b_k = 0 \quad (\text{Tidak terdapat pola musiman})$$

$$H_1: a_k \neq 0 \text{ atau } b_k \neq 0 \quad (\text{Terdapat pola musiman})$$

Statistik Uji

$$T = \frac{I^{(1)}(\omega_{(1)})}{\sum_{k=1}^n I(\omega_k)} \quad (5)$$

$$I^{(1)}(\omega_{(1)}) : \max \{I(\omega_k)\}$$

$I(\omega_k)$: Nilai periodogram pada frekuensi *Fourier* ke- k

Dengan daerah Penolakan yaitu H_0 ditolak jika $T > g_\alpha$. Nilai g_α terbagi atas dua jenis, yaitu g_α *by exact formula* dan g_α *by first term only*. Menurut (Darmawan et al. 2017), untuk memperoleh nilai g_α *by first term only* diperoleh dengan pendekatan dari g_α *by exact formula* yaitu sebagai berikut:

$$P(T > g_\alpha) = \alpha \quad (6)$$

$$P(T > g) = n(1 - g)^{n-1} \quad (7)$$

- 4) *Embedding*, yaitu mentransformasi runtun berdimensi satu dengan panjang N dan tidak terdapat data *missing* ke dalam bentuk matriks lintasan \mathbf{X} berukuran $L \times K$. Nilai L adalah bilangan bulat disebut *window length*. Penentuan parameter *window length* dilakukan dengan cara *trial and error* yang memenuhi $2 < L < N/2$ sampai memperoleh nilai MAPE minimum. Berikut persamaan untuk membentuk matriks lintasan \mathbf{X} (Jatmiko et al. 2017).

$$\mathbf{X} = (x_{ij})_{i,j=1}^{L,K} = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & \cdots & f_K \\ f_2 & f_3 & \cdots & f_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_L & f_{L+1} & \cdots & f_N \end{pmatrix} \quad (8)$$

- 5) *Singular Value Decomposition* (SVD) dilakukan untuk mendekomposisi nilai singular dari matriks lintasan \mathbf{X} menjadi suatu penjumlahan dari matriks yang terbentuk dari *eigen triple* (Sari et al. 2019). Diberikan,

$$\mathbf{S} = \mathbf{X}\mathbf{X}^T \quad (9)$$

Misal $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L$ merupakan nilai eigen dari matriks \mathbf{S} dengan urutan menurut $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_L \geq 0$ dan $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_L$ merupakan vektor eigen dari masing-masing nilai eigen matriks \mathbf{S} . Berikutnya didefinisikan $d = \max\{i, \text{sehingga } \lambda_i > 0\}$ sebagai rank dari matriks lintasan \mathbf{X} . Nilai komponen utama dinotasikan,

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{X}^T \mathbf{u}_i / \sqrt{\lambda_i}, \quad i = 1, 2, \dots, d \quad (10)$$

maka SVD matriks lintasan \mathbf{X} dapat dinyatakan melalui persamaan berikut (Jatmiko et al. 2017):

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \mathbf{X}_1 + \dots + \mathbf{X}_d \\ &= \sqrt{\lambda_1} \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^T + \sqrt{\lambda_2} \mathbf{u}_2 \mathbf{v}_2^T + \dots + \sqrt{\lambda_d} \mathbf{u}_d \mathbf{v}_d^T \\ &= \sum_{i=1}^d \sqrt{\lambda_i} \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \end{aligned} \quad (11)$$

Matriks \mathbf{X} tahap SVD ini terbentuk dari tiga elemen yang dikenal dengan *eigen triple*, yaitu terdiri dari nilai singular ($\sqrt{\lambda}$), vektor eigen (\mathbf{u}_i), dan komponen utama (\mathbf{v}_i^T).

- 6) *Grouping* merupakan langkah pertama dari tahap rekonstruksi. Langkah *grouping* dilakukan untuk memisahkan komponen musiman dengan komponen lainnya dari runtun waktu. Hal itu dilakukan dengan cara memisahkan matriks yang telah dihitung pada tahap SVD ke dalam beberapa kelompok, kemudian menjumlahkan matriks dalam setiap kelompok (Ischak et al. 2018). Menurut (Jatmiko et al. 2017), pengelompokkan akan memartisi himpunan indeks $\{1, \dots, d\}$ ke dalam m himpunan yang saling lepas, I_1, I_2, \dots, I_m . Misalkan $I = \{i_1, i_2, \dots, i_p\}$ merupakan matriks resultan \mathbf{X}_I dengan indeks i_1, i_2, \dots, i_p yang dihasilkan sesuai dengan kelompok I di mana didefinisikan sebagai

$\mathbf{X}_l = \mathbf{X}_{i_1} + \mathbf{X}_{i_2} + \dots + \mathbf{X}_{i_p}$. Matriks \mathbf{X}_l disesuaikan dengan kelompok I_1, I_2, \dots, I_m dan diekspansi dengan Persamaan 10 menjadi :

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_{I_1} + \mathbf{X}_{I_2} + \dots + \mathbf{X}_{I_m} \quad (12)$$

- 7) Matriks *w-correlation* digunakan untuk menganalisis keterpisahan kelompok yang terbentuk. Terdapat dua jenis keterpisahan yaitu keterpisahan kuat dan lemah. Berikut merupakan persamaan untuk menentukan besarnya korelasi terboboti atau *w-correlation* (Hassani and Mahmoudvand 2018).

$$\rho^{(w)}(F^{(1)}, F^{(2)}) = \frac{(F^{(1)}, F^{(2)})_w}{\sqrt{(F^{(1)}, F^{(1)})_w} \sqrt{(F^{(2)}, F^{(2)})_w}}, \quad (13)$$

di mana,

$$(F^{(1)}, F^{(2)})_w = \sum_{i=1}^N w_i f_i^{(1)} f_i^{(2)}, \quad (14)$$

dengan bobot dihitung sebagai berikut:

$$w_i = \begin{cases} i & , 1 \leq i < L^* , \\ L^* & , L^* \leq i \leq K^* , \\ N - i + 1 & , K^* < i \leq N . \end{cases} \quad (15)$$

Dua runtun $F^{(1)}$ dan $F^{(2)}$ dapat dipisahkan jika $\rho^{(w)}(F^{(1)}, F^{(2)}) \neq 0$ (Golyandina and Zhigljavsky 2013).

- 8) *Diagonal Averaging* merupakan langkah terakhir dari proses rekonstruksi. Langkah *diagonal averaging* dilakukan dengan mentransformasi setiap matriks \mathbf{X}_{ij} pada tahap pengelompokkan menjadi suatu runtun baru dengan panjang N . Diberikan \mathbf{Y} sebuah matriks berukuran $L \times K$ dengan elemen y_{ij} , dimana $1 \leq i \leq L$ dan $1 \leq j \leq K$. *Diagonal averaging* akan mentransformasi matriks \mathbf{Y} ke dalam bentuk runtun kembali dengan menggunakan persamaan berikut:

$$g_k = \begin{cases} \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k y_{m, k-m+1}^* & 1 \leq k < L^* , \\ \frac{1}{L^*} \sum_{m=1}^{L^*} y_{m, k-m+1}^* & L^* \leq k \leq K^* , \\ \frac{1}{N - k + 1} \sum_{m=k-K^*+1}^{N-K^*+1} y_{m, k-m+1}^* & K^* < k \leq N . \end{cases} \quad (16)$$

$L^* = \min(L, K)$ dan $K^* = \max(L, K)$ dengan $y_{ij}^* = y_{ij}$ jika $L < K$ dan $y_{ij}^* = y_{ji}$ jika $L > K$ (Khaeri et al. 2018). Persamaan 15 tersebut akan diaplikasikan pada matriks resultan \mathbf{X}_m di mana membentuk runtun $\tilde{\mathbf{F}}^{(k)} = \tilde{f}_1^{(k)}, \tilde{f}_2^{(k)}, \dots, \tilde{f}_N^{(k)}$, oleh karena itu runtun awal akan didekomposisi menjadi jumlah dari m runtun yang direkonstruksi ditunjukkan pada persamaan berikut (Jatmiko et al. 2017):

$$\tilde{f}_i = \sum_{k=1}^m \tilde{f}_i^{(k)} \quad , i = 1, 2, \dots, N \quad (17)$$

- 9) *Recurrent Forecasting (R-Forecasting)* adalah salah satu metode peramalan dalam SSA. Peramalan *R-Forecasting* berkaitan dengan penaksiran *Linier Recurrent Formula* (LRF). Misalkan \mathbf{u}_i^∇ adalah vektor komponen pertama $L - 1$ dari vektor eigen \mathbf{u}_i dan

π_i adalah komponen terakhir dari \mathbf{u}_i ($i = 1, \dots, l$) dengan $v^2 = \sum_{i=1}^l \pi_i^2$, maka R dapat didefinisikan sebagai vektor yang terdiri dari koefisien LRF suatu komponen (Hassani and Mahmoudvand, 2018).

$$R = (a_{L-1}, \dots, a_1) = \frac{1}{1-v^2} \sum_{i=1}^l \pi_i \mathbf{u}_i^\nabla \quad (18)$$

Data runtun waktu yang digunakan pada R -forecasting adalah data runtun hasil rekonstruksi yang diperoleh melalui tahap *diagonal averaging*. Hasil peramalan diperoleh berdasarkan persamaan berikut:

$$g_i = \begin{cases} \tilde{f}_i & , i = 1, \dots, N \\ \sum_{j=1}^{L-1} a_j g_{i-j} & , i = N + 1, \dots, N + M \end{cases} \quad (19)$$

di mana $g_{N+1}, g_{N+2}, \dots, g_{N+M}$ adalah hasil peramalan menggunakan SSA (Jatmiko et al. 2017).

- 10) Langkah terakhir dari proses peramalan SSA adalah menghitung akurasi peramalan. Semakin kecil tingkat kesalahan prediksi, maka semakin baik suatu nilai ramalan atau prediksi. Untuk mengetahui akurasi peramalan dapat dilakukan dengan melihat nilai rata-rata persentase kesalahan yang telah diabsolutkan yang dikenal dengan *mean absolute percentage error* (MAPE). Nilai MAPE dihitung melalui persamaan berikut:

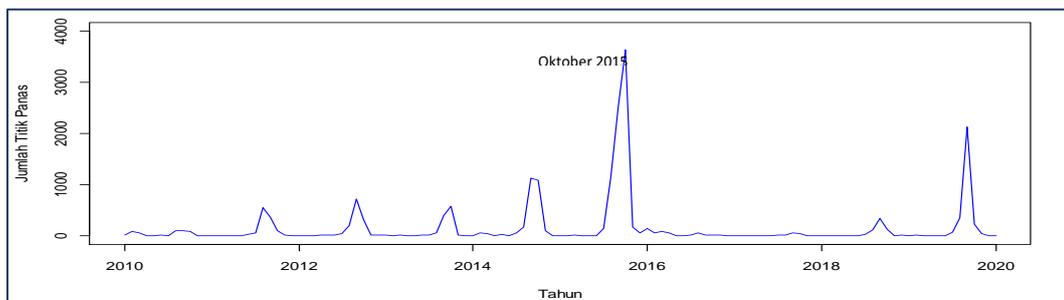
$$\text{MAPE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{f_i - g_i}{f_i} \right| \times 100\% \quad (20)$$

di mana N adalah banyak data runtun waktu, f_i merupakan nilai pengamatan dan g_i adalah hasil peramalan (Sungkawa and Megasari 2011).

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Data Penelitian

Penelitian ini menggunakan data jumlah titik panas di Provinsi Kalimantan Timur. Data jumlah titik panas merupakan data sekunder yang yang diperoleh dari website *National Aeronautics and Space Administration* (NASA). Data jumlah titik panas merupakan data runtun waktu hasil akumulasi per bulan. Data yang dianalisis dari bulan Januari 2010 hingga bulan Januari 2020 atau sebanyak 121 data runtun waktu. Langkah awal sebelum melakukan peramalan adalah mengetahui karakteristik pola data. Karakteristik pola data jumlah titik panas dapat dilihat melalui grafik runtun waktu. Grafik runtun waktu jumlah titik panas di Provinsi Kalimantan Timur periode Januari 2010 hingga Januari 2020 dapat dilihat melalui Gambar 1.

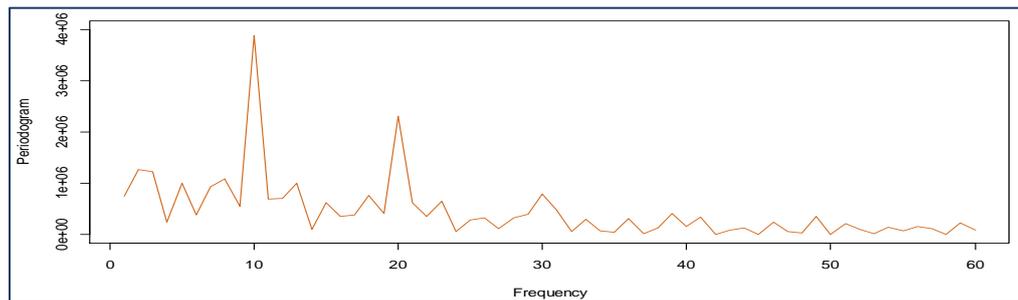


Gambar 1. Grafik runtun waktu jumlah titik panas di Provinsi Kalimantan Timur

Gambar 1 menunjukkan grafik runtun waktu jumlah titik panas di Provinsi Kalimantan Timur cenderung membentuk pola musiman. Pola musiman dapat dilihat dari adanya unsur keperiodikan di beberapa periode waktu. Jumlah titik panas tertinggi terjadi pada bulan Oktober 2015 yaitu mendekati 4000 titik panas. Jumlah terendah terjadi di beberapa periode waktu yaitu mendekati 0 titik panas.

3.2 Analisis Periodogram

Nilai periodogram yang diperoleh pada Persamaan (1) dapat divisualisasikan dalam bentuk grafik untuk mengetahui perioditas data. Periodogram data jumlah titik panas di Provinsi Kalimantan Timur periode Januari 2010 sampai bulan Januari 2020 ditunjukkan melalui Gambar 2.



Gambar 2. Periodogram data jumlah titik panas di Provinsi Kalimantan Timur

Periodogram pada Gambar 2 memperlihatkan bahwa terdapat titik-titik puncak pada periodogram dan hampir terdapat kestabilan titik periodogram dalam setiap frekuensi. Dapat disimpulkan bahwa ada keperiodikan data pada periode tertentu. Dengan kata lain data jumlah titik panas di Provinsi Kalimantan Timur merupakan data musiman. Analisis secara grafik tentu masih bersifat subjektif, oleh karena itu untuk mendukung hasil analisis secara grafis dilakukan pengujian hipotesis. Berikut hasil pengujian hipotesis analisis periodogram.

Hipotesis

$$H_0: a_k = b_k = 0 \quad , \quad k = 1, 2, \dots, 60 \quad (\text{Tidak terdapat pola musiman pada data})$$

$$H_1: a_k \neq 0 \text{ atau } b_k \neq 0 \quad , \quad k = 1, 2, \dots, 60 \quad (\text{Terdapat pola musiman pada data})$$

Statistik Uji

$$T = \frac{I^{(1)}(\omega_{(1)})}{\sum_{k=1}^{60} I(\omega_k)} = \frac{3.888.110}{27.004.597} = 0,14398$$

Keputusan

Karena $T > g_{0,05}$, di mana $g_{0,05} = 0,11323$ yang diperoleh pada Persamaan (7) dengan taraf signifikansi sebesar 5% maka diputuskan H_0 ditolak

Berdasarkan analisis secara grafis periodogram dan dengan pengujian hipotesis diperoleh kesimpulan bahwa data jumlah titik panas di Provinsi Kalimantan Timur periode Januari 2010 sampai Januari 2020 merupakan data berpola musiman.

3.3 Dekomposisi

Langkah pertama dalam tahap dekomposisi adalah proses *embedding*. Pada penelitian ini jumlah data sebanyak 121 data runtun waktu sehingga nilai L yang digunakan berkisar mulai $L = 3$ hingga $L = 60$. Melalui proses *trial and error* diperoleh $L = 20$ merupakan MAPE

terkecil dibandingkan L lainnya. Berdasarkan nilai $L = 20$ maka dimensi $K = 102$. Dengan demikian matriks lintasan \mathbf{X} dapat disusun sebagai berikut:

$$\mathbf{X} = (x_{ij})_{i,j=1}^{20,102} = \begin{pmatrix} 11 & 85 & \dots & 2 \\ 85 & 58 & \dots & 28 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 549 & 363 & \dots & 4 \end{pmatrix}$$

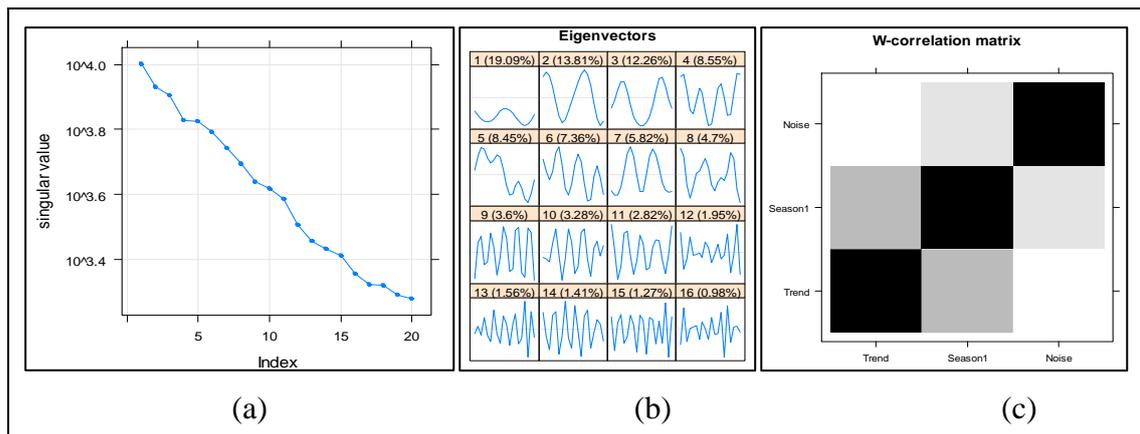
Setelah memperoleh matriks lintasan \mathbf{X} langkah berikutnya adalah mendekomposisi nilai singular (SVD) matriks \mathbf{S} pada Persamaan (2). Proses SVD matrik \mathbf{S} menghasilkan 20 *eigentruple* di mana terdiri dari nilai eigen, vektor eigen, dan komponen utama.

Tabel 1. Nilai Singular			Tabel 2. Vektor Eigen				Tabel 3. Komponen Utama			
i	λ_i	$\sqrt{\lambda_i}$	\mathbf{u}_1	\mathbf{u}_2	...	\mathbf{u}_{20}	\mathbf{v}_1	\mathbf{v}_2	...	\mathbf{v}_{20}
1	100.404.108	10.020,185	-0,146	-0,243	...	-0,137	-0,021	0,021	...	0,005
2	72.643.101	8.523,092	-0,195	-0,297	...	0,323	-0,033	0,038	...	-0,006
3	64.493.153	8.030,763	-0,234	-0,255	...	-0,419	-0,039	0,039	...	0,007
...
20	3.639.363	1.907,711	-0,191	0,274	...	0,032	-0,097	-0,055	...	-0,056

Eigentruple tersebut akan digunakan pada tahap berikutnya, yaitu sebagai dasar pengelompokan (*grouping*).

3.4 Rekonstruksi

Pada tahap awal rekonstruksi adalah melakukan pengelompokan *eigentruple* yang telah diperoleh pada tahap SVD. *Eigentruple* yang memiliki karakteristik hampir sama akan dikelompokkan ke dalam satu kelompok atau komponen. Pengelompokan dilakukan melalui analisis secara grafis, yaitu grafik nilai singular, grafik vektor eigen, dan matriks *w-correlation*.



Gambar 3. (a) grafik nilai singular (b) grafik vektor eigen (c) matriks *w-correlation*

Berdasarkan Gambar 3 (a) nilai singular menurun secara lambat pada singular 17 sampai 20. Nilai singular yang menurun secara lambat dapat diidentifikasi sebagai unsur *noise*. Oleh karena itu, *eigentruple* 17 sampai *eigentruple* 20 dikelompokkan sebagai unsur *noise*. Berikutnya pengelompokan komponen tren dan musiman yang dapat dianalisis melalui grafik vektor eigen. Pada Gambar 3 (b) kurva vektor eigen 1 dan 5 memuat unsur tren. Selain itu, nilai persentase pada vektor eigen 1 sebesar 19,09% terlihat berbeda jauh dengan nilai

persentase vektor eigen lainnya. Dengan demikian, *eigen triple* 1 dan *eigen triple* 5 dapat dikelompokkan ke dalam komponen tren. Selanjutnya kurva vektor eigen 2 dan kurva vektor eigen 3 memiliki kesamaan pola, yaitu cenderung membentuk pola musiman. Demikian juga dengan *eigen triple* 4 hingga *eigen triple* 15 yang terlihat memiliki pola musiman melalui kurva vektor eigen. Oleh karena itu, *eigen triple* 2 hingga *eigen triple* 15 dikelompokkan ke dalam kelompok musiman. Sisa *eigen triple* yang tidak dikelompokkan ke dalam kelompok tren dan musiman dari 16 *eigen triple* sebelumnya akan dikelompokkan kembali ke dalam kelompok *noise*. Berdasarkan matriks *w-correlation* pada Gambar 3 (c) menunjukkan bahwa gradasi warna antara satu kelompok dengan kelompok yang lainnya tidak terlihat pekat. Artinya keterpisahan kelompok yang terbentuk pada proses *grouping* telah dikatakan berhasil.

Langkah terakhir dari proses rekonstruksi adalah dengan melakukan *diagonal averaging*. Hasil *diagonal averaging* berdasarkan Persamaan (16) dan Persamaan (17) dapat ditunjukkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil *Diagonal Averaging*

Waktu ke-	Rekonstruksi		Diagonal Averaging
	Tren	Musiman	
1	33,781	-21,410	12,371
2	46,131	36,266	82,397
3	48,348	19,061	67,409
4	42,765	-61,999	-19,234
5	37,827	-2,3195	35,507
⋮	⋮	⋮	⋮
121	204,633	-159,626	45,006

3.5 Peramalan

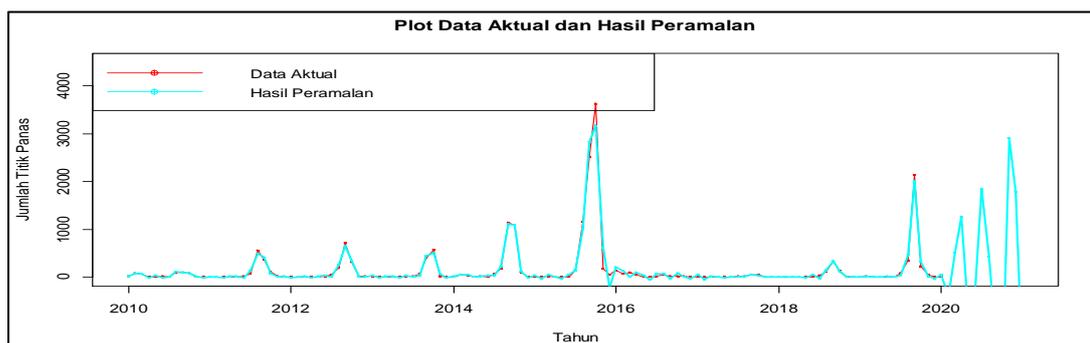
Berikutnya melakukan pemodelan untuk peramalan 12 periode selanjutnya, yaitu bulan Februari 2020 hingga Januari 2020. Pemodelan dilakukan dengan metode *R-Forecasting* di mana berkaitan dengan penaksiran koefisien LRF. Koefisien LRF diperoleh melalui Persamaan (18) untuk masing-masing komponen. Koefisien LRF tersebut digunakan untuk membentuk model peramalan *R-Forecasting*. Berdasarkan Persamaan (19), berikut adalah model peramalan yang digunakan untuk komponen tren.

$$g_i = (0,06703g_{i-1}) + (0,08230g_{i-2}) + \dots + (0,02486g_{i-19})$$

Dengan cara yang sama berikut adalah model peramalan untuk komponen musiman.

$$g_i = (-0,75931g_{i-1}) + (-1,57570g_{i-2}) + \dots + (-0,71617g_{i-19})$$

Tahap terakhir adalah melakukan peramalan untuk masing-masing komponen dan menjumlahkan hasil peramalan untuk setiap periode. Hasil peramalan dapat ditunjukkan melalui Gambar 4.



Gambar 4. Grafik Hasil Peramalan Jumlah Titik Panas Di Provinsi Kalimantan Timur

Secara visual Gambar 4 menunjukkan bahwa pola grafik hasil peramalan jumlah titik panas di Provinsi Kalimantan Timur menggunakan *R-Forecasting* pada SSA menyerupai pola pada data aktual. Hasil peramalan jumlah titik panas bulan Februari 2020 hingga bulan Januari 2021 mengalami peningkatan dan penurunan secara drastis. Secara rinci hasil peramalan dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Hasil Peramalan Jumlah Titik Panas Di Provinsi Kalimantan Timur

Waktu	Peramalan		Jumlah Titik Panas
	Komponen Tren	Komponen Musiman	
Februari 2020	176,475	-564,088	-388
Maret 2020	173,405	331,143	504
April 2020	170,144	1.091,233	1.261
Mei 2020	166,803	-1.082,062	-915
Juni 2020	163,008	-413,096	-250
Juli 2020	159,213	1.681,252	1.840
Agustus 2020	156,986	270,383	427
September 2020	157,674	-1.387,347	-1.230
Oktober 2020	160,956	-2.403,826	-2.243
November 2020	164,900	2.737,286	-2.902
Desember 2020	167,282	1.615,507	1.783
Januari 2021	166,907	-2.589,447	-2.423

Berdasarkan hasil peramalan pada Tabel 4.7 dapat diketahui bahwa jumlah titik panas pada awal tahun 2020, yaitu bulan Maret 2020 sebesar 504 titik panas. Periode berikutnya, yaitu bulan April 2020 mengalami kenaikan jumlah titik panas menjadi 1.261 titik. Terjadi peningkatan jumlah titik panas yang cukup ekstrim yaitu sebanyak 1.840 titik panas pada bulan Juli 2020. Hasil peramalan menunjukkan terdapat peramalan bernilai negatif yang terjadi di beberapa periode. Nilai negatif tersebut dapat terjadi kemungkinan terdapat beberapa lonjakan data yang cukup ekstrim (*outlier*) pada data jumlah titik panas periode Januari 2010 hingga Januari 2020.

4. KESIMPULAN

Model peramalan SSA menggunakan *R-forecasting* untuk data jumlah titik panas Kalimantan Timur periode Januari 2010 sampai Januari 2020 terbagi menjadi dua model, yaitu model peramalan untuk komponen tren dan model peramalan untuk komponen

musiman. Hasil peramalan jumlah titik panas bulan Februari 2020 hingga bulan Januari 2021 mengalami peningkatan dan penurunan secara drastis. Terjadi peningkatan jumlah titik panas yang cukup ekstrim yaitu sebanyak 1.840 titik panas pada bulan Juli 2020.

DAFTAR PUSTAKA

- Aswi and Sukarna. (2006), *Analisis Runtun Waktu Aplikasi dan Teori*, Makassar: Andira Publisher.
- Darmawan, G., Handoko, B., and Zulhanif. (2017), "Identifikasi Perubahan Pola Curah Hujan Melalui Periodogram Standar," *JMP*, 9, 103-112.
- Golyandina, N., and Zhigljavsky, A. (2013), *Singular Spectrum Analysis for Time Series*, New York: Springer.
- Hassani, H. (2007), "Singular Spectrum Analysis: Methodology and Comparison," *Journal of Data Science*, 5, 239-257.
- Hassani, H., and Mahmoudvand, R. (2018), *Singular Spectrum Analysis With R*, Iran: Palgrave Advance Texts in Econometric.
- Husnita, F., Wahyuningsih, S., and Nohe, D. A. (2015), "Analisis Spektral dan Model ARIMA Untuk Peramalan Jumlah Wisatawan di Dunia Fantasi Taman Impian Jaya Ancol," *Jurnal Ekspansional*, 6, 21-29.
- Ischak, R., Asrof, A., and Darmawan, G. (2018), "Peramalan Rata-Rata Harga Beras di Tingkat Penggilingan Menggunakan Model Singular Spectrum Analysis (SSA)," in *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, Universitas Muhammadiyah Purworejo, pp. 57-64.
- Jatmiko, Y. A., Rahayu, R. L., and Darmawan, G., "Perbandingan Keakuratan Hasil Peramalan Produksi Bawang Merah Metode Holt-Winters dengan Singular Spectrum Analysis (SSA)," *Jurnal Matematika (MANTIK)*, 3, 13-22.
- Khaeri, H., Yulian, E., and Darmawan, G. (2017), "Penerapan Metode Singular Spectrum Analysis (SSA) Pada Peramalan Jumlah Penumpang Kereta Api di Indonesia Tahun 2017," *Jurnal Euclid*, 5, 8-20.
- LAPAN. (2016), *Panduan Teknis (V.01) Informasi Titik Panas (Hotspot) Kebakaran Hutan/Lahan*, Jakarta: Pusat Pemanfaatan Penginderaan Jauh Deputi Bidang Penginderaan Jauh-LAPAN.
- Makridakis, S., Wheelwright, S. C., and McGee, V. E. (1999), *Metode dan Aplikasi Peramalan, Edisi 2*, Jakarta: Erlangga.
- Sari, M. A. N., Sumarjaya, I. W., and Susilawati, M. (2019), "Peramalan Jumlah Kunjungan Wisatawan Mancanegara ke Bali Menggunakan Metode Singular Spectrum Analysis," *E-Jurnal Matematika*, 8, 303-308.
- Sungkawa, I., and Megasari, R. T. (2011), "Penerapan Ukuran Ketepatan Nilai Ramalan Data Runtun Waktu Dalam Seleksi Model Peramalan Volume Penjualan PT. Satriamandiri Citramulia," *ComTech*, 2, 636-645.
- Vautard, R., Yiou, P., and Ghil, M. (1992), "Singular-spectrum analysis: A toolkit for short, noisy chaotic signals," *Physica. D*, 58, 95-126.
- Wei, W. S. (2006), *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods (2nd Edition)*, New York: Addison Wesley Publishing Company.